

1. $\sqrt[2014]{(-2014)^{2014}} + \sqrt[2015]{(-2015)^{2015}}$ 를 간단히 하면?

① -4017

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 4017

해설

(준식) $= |-2014| + (-2015) = -1$

2. $\left(\frac{9^{\sqrt{2}}}{27}\right)^{2\sqrt{2}+3}$ 의 값은?

① $\frac{1}{9}$

② $\frac{1}{3}$

③ 1

④ 3

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{9^{\sqrt{2}}}{27}\right)^{2\sqrt{2}+3} &= \left(\frac{3^{2\sqrt{2}}}{3^3}\right)^{2\sqrt{2}+3} \\ &= (3^{2\sqrt{2}-3})^{2\sqrt{2}+3} \\ &= 3^{(2\sqrt{2}-3)(2\sqrt{2}+3)} \\ &= 3^{8-9} = 3^{-1} = \frac{1}{3}\end{aligned}$$

3. $\log_2(\log_8 x) = -1$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

$\log_2(\log_8 x) = -1$ 에서

$$\log_8 x = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 8^{\frac{1}{2}} = (2^3)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2}$$

4. $3^x = 2 + \sqrt{2}$, $3^y = 2 - \sqrt{2}$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 1

② $\log_4 3$

③ $\log_3 2$

④ $\log_3 4$

⑤ $\log_4 10$

해설

$x = \log_3(2 + \sqrt{2})$, $y = \log_3(2 - \sqrt{2})$ 이므로

$x + y = \log_3 \{(2 + \sqrt{2})(2 - \sqrt{2})\} = \log_3 2$

5. $A = \frac{\log_2(\log_2 3)}{\log_2 3}$ 일 때, 3^A 의 값은?

① 1

② 2

③ $\log_3 2$

④ $\log_2 3$

⑤ $3^{\log_2 3}$

해설

$$A = \frac{\log_2(\log_2 3)}{\log_2 3} = \log_3(\log_2 3)$$

$$3^A = 3^{\log_3(\log_2 3)} = \log_2 3$$

$$\therefore 3^A = \log_2 3$$

6. $\log_3 10$ 의 소수부분을 α 라 할 때, 3^α 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{10}{9}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{100}{9}$ ⑤ $\frac{100}{3}$

해설

$\log_3 10 = 2 + \alpha$ ($0 \leq \alpha < 1$) 이므로 $\alpha = \log_3 10 - 2 = \log_3 \frac{10}{9}$ 이 된다.

따라서 $3^\alpha = 3^{\log_3 \frac{10}{9}} = \frac{10}{9}$ 이다.

7. $\log_3 2 = a$ 일 때, $\log_{\sqrt{12}} 9$ 를 a 로 나타내면?

① $\frac{2}{2a+1}$

② $\frac{4}{2a+1}$

③ $\frac{2}{a+1}$

④ $\frac{2}{a+2}$

⑤ $\frac{4}{a+2}$

해설

$$\begin{aligned} & \log_{\sqrt{12}} 9 \\ &= \frac{\log_3 9}{\log_3 \sqrt{12}} = \frac{2}{\frac{1}{2} \log_3 (2^2 \cdot 3)} \\ &= \frac{4}{2(\log_3 2 + 1)} = \frac{4}{2(a+1)} = \frac{2}{a+1} \end{aligned}$$

8. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(20^x) = \frac{1}{x} - \log_3 5$ 일 때, $f(3)$ 의 값은?

① 1

② 3

③ $2\log_3 2$

④ $2\log 35$

⑤ $1 + \log_3 2$

해설

$20^x = 3$ 이라 하면 $x = \log_{20} 3$

$$\begin{aligned} f(3) &= \frac{1}{\log_{20} 3} - \log_3 5 \\ &= \log_3 20 - \log_3 5 \\ &= \log_3 \frac{20}{5} = \log_3 4 = 2 \log_3 2 \end{aligned}$$

9. 상용로그 $\log 6.3$ 은 0.80 이고, $a = \log 6300$, $\log b = -1.20$ 일 때, $a + 10b$ 의 값은?

① 3.80 ② 4.04 ③ 4.28 ④ 4.32 ⑤ 4.43

해설

$a = \log 6300 = \log(1000 \times 6.3) = 3 + \log 6.3 = 3.80$ 이고
 $\log b = -1.20 = -2 + 0.80 = \log 0.01 + \log 6.3$
 $= \log 0.063$ 이므로 $b = 0.063$
 $\therefore a + 10b = 3.80 + 0.63 = 4.43$

10. 첫째항이 2, 공차가 2인 등차수열을 $\{a_n\}$ 이라 할 때, 수열 $b_n = 2^{a_n}$ 이다. 수열 $\{b_n\}$ 에서 처음으로 2000보다 커지는 항은? (단, $\log 2 = 0.3010$)
- ① 제5항 ② 제6항 ③ 제7항
④ 제8항 ⑤ 제9항

해설

$a_n = 2n$ 이므로 $b_n = 2^{2n}$
 $4^n > 2000$ 에서 $2n \log 2 > \log 2000$
 $\therefore n > \frac{3.3010}{0.6020} = 5.48 \times \times \times$
따라서 제6항부터 처음으로 2000보다 커진다.

11. 세 수 a, b, c 가 이 순서대로 등차수열을 이룬다. 이 세 수의 평균은 8이고 분산이 6일 때, 곱 abc 의 값은?

① 360 ② 384 ③ 400 ④ 440 ⑤ 510

해설

세 수 a, b, c 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로 공차를 d 라 하면

$a = b - d, c = b + d$ 이므로

$$\frac{(b-d) + b + (b+d)}{3} = 8$$

$$\therefore b = 8$$

$$\therefore a = 8 - d, b = 8, c = 8 + d$$

세 수의 분산이 6이므로

$$\frac{(8-d-8)^2 + (8-8)^2 + (8+d-8)^2}{3} = 6$$

$$\therefore d^2 = 9, d = \pm 3$$

$$\therefore a = 5, b = 8, c = 11 \text{ 또는 } a = 11, b = 8, c = 5$$

$$\therefore abc = 440$$

12. 공차가 $d_1 (d_1 \neq 0)$ 인 등차수열
 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, \dots$ 에 대하여 두 수열
 $a_1 + a_2, a_3 + a_4, a_5 + a_6, a_7 + a_8, \dots$
 $a_1 + a_2 + a_3, a_4 + a_5 + a_6, a_7 + a_8 + a_9, \dots$ 의 공차를 각각 d_2, d_3
라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?
- ① $2d_2 = 3d_3$ ② $3d_2 = 2d_3$ ③ $5d_2 = 2d_3$
④ $7d_2 = 3d_3$ ⑤ $9d_2 = 4d_3$

해설

첫째 수열은 $2a_1 + d_1, 2a_1 + 5d_1, 2a_1 + 9d_1, \dots$ 이므로 공차가 $d_2 = 4d_1$ 이고
둘째 수열은 $3a_1 + 3d_1, 3a_1 + 12d_1, 3a_1 + 21d_1, \dots$ 이므로
공차가 $d_3 = 9d_1$ 이다.
 $\therefore 9d_2 = 4d_3$

13. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 20$, $a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = 68$ 일 때, 첫째항과 공차의 곱은?

① $\frac{3}{2}$

② 2

③ $\frac{5}{2}$

④ 3

⑤ $\frac{7}{2}$

해설

$$S_4 = \frac{4(2a + 3d)}{2} = 20$$

$$S_8 - S_4 = \frac{8(2a + 7d)}{2} - 20 = 68$$

$$2a + 3d = 10, \quad 2a + 7d = 22$$

두 식을 변끼리 빼면

$$4d = 12, \quad d = 3$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a \times d = \frac{3}{2}$$

14. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = -n^2 + 5n + 6$ 일 때, 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 수열 $\{S_{n+1} - S_n\}$ 은 등차수열이다.
㉡ 수열 $\{a_n\}$ 은 등차수열이다.
㉢ $a_n < 0$, $S_n > 0$ 을 동시에 만족하는 자연수 n 의 개수는 2개이다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $S_{n+1} - S_n = \{-(n+1)^2 + 5(n+1) + 6\} - (-n^2 + 5n + 6) = -2n + 4$
따라서 수열 $\{S_{n+1} - S_n\}$ 은 공차가 -2 인 등차수열이다. (참)
㉡ $a_1 = S_1 = 10$
 $n \geq 2$ 일 때,
 $a_n = S_n - S_{n-1}$
 $= (-n^2 + 5n + 6) - \{-(n-1)^2 + 5(n-1) + 6\}$
 $= -2n + 6$
따라서 수열 $\{a_n\}$ 은 $10, 2, 0, -2, -4, \dots$ 이므로 등차수열이 아니다. (거짓)
㉢ $a_n < 0$ 에서 $-2n + 6 < 0$, $n > 3$ ($\because a_1 = 10 > 0$)
 $S_n > 0$ 에서 $-n^2 + 5n + 6 > 0$, $n^2 - 5n - 6 < 0$
 $(n+1)(n-6) < 0$, $n < 6$
 $\therefore 3 < n < 6$
즉, 자연수 n 의 값은 $4, 5$ 의 2개이다.(참)
따라서 보기 중 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

15. 이차방정식 $x^2 - 6x + 2 = 0$ 의 서로 다른 두 실근 α, β 에 대하여 α, β 의 등차중항, 양의 등비중항, 조화중항을 각각 A, G, H 라 할 때, A, G, H 의 대소를 비교한 것으로 옳은 것은?

- ① $A > G > H$
- ② $A > H > G$
- ③ $G > A > H$
- ④ $H > G > A$
- ⑤ $H > A > G$

해설

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 6, \alpha\beta = 2$$

따라서

$$A = \frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$G = \sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{2}$$

$$H = \frac{2\alpha\beta}{\alpha + \beta} = \frac{2 \times 2}{6} = \frac{2}{3}$$

따라서 $A > G > H$ 이다.

16. 다항식 $f(x) = x^2 + ax + 3$ 을 일차식 x , $x-1$, $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 순서대로 등비수열을 이룰 때, 상수 a 의 값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(x) = x^2 + ax + 3$ 을 일차식 x , $x-1$, $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지는 각각

$f(0) = 3$, $f(1) = 4 + a$, $f(2) = 7 + 2a$ 이고, 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$(4 + a)^2 = 3(7 + 2a)$$

$$a^2 + 2a - 5 = 0$$

이때, a 는 이 이차방정식의 근이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 상수 a 의 값의 합은 -2 이다.

17. 서로 다른 세 수 a, b, c 가 이 순서로 등비수열을 이루고 있다. b 와 c 사이에 두 수를 넣어 5개의 수가 등차수열을 이루도록 하였다. 이때, $\frac{b+c}{a}$ 의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

b 와 c 사이에 두 수를 넣어 만들어진 등차수열의 공차를 d 라 하면

$$b = a + d, c = a + 4d \cdots \text{㉠}$$

세 수 a, b, c 가 등비수열을 이루므로

$$(a + d)^2 = a(a + 4d)$$

$$a^2 + 2ad + d^2 = a^2 + 4ad$$

$$\therefore d = 2a$$

$$\text{㉠에서 } b = 3a, c = 9a$$

$$\therefore \frac{b+c}{a} = \frac{3a+9a}{a} = 12$$

18. 다항식 $x^9 + x^8 + \cdots + x + 1$ 을 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 511 ② 512 ③ 513 ④ 1023 ⑤ 1025

해설

$f(x) = x^9 + x^8 + \cdots + x + 1$ 이라 하면

$f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지는 $f(2)$ 이다.

즉, $f(2) = 2^9 + 2^8 + \cdots + 2 + 1$

따라서 $f(2)$ 는 첫째항이 1, 공비가 2, 항수가 10인 등비수열의 합과 같다.

$$\therefore f(2) = \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 2^{10} - 1 = 1023$$

19. 첫째항이 1, 공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 수열 $\{S_n + p\}$ 가 등비수열을 이루도록 하는 상수 p 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$S_n = \frac{3^n - 1}{2}, S_n + p = \frac{3^n - 1 + 2p}{2} = \frac{3}{2} \cdot 3^{n-1} + \frac{2p-1}{2}$$

그런데 $S_n + p$ 가 등비수열을 이루므로

$$\frac{2p-1}{2} = 0 \quad \therefore p = \frac{1}{2}$$

21. $\sum_{k=1}^{10}(k+1)^3 - \sum_{k=1}^{10}(k-1)^3$ 의 값은?

① 2200

② 2230

③ 2270

④ 2300

⑤ 2330

해설

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{10}(k+1)^3 &= \sum_{k=1}^{10}(k-1)^3 \\ &= \sum_{k=1}^{10}\{(k+1)^3 - (k-1)^3\} \\ &= \sum_{k=1}^{10}(6k^2 + 2) = 6 \times \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} + 20 \\ &= 2330\end{aligned}$$

22. $\sum_{l=1}^n (\sum_{k=1}^l k) = 56$ 을 만족시키는 n 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{l=1}^n (\sum_{k=1}^l k) \\ &= \sum_{l=1}^n \left\{ \frac{l(l+1)}{2} \right\} = \frac{1}{2} (\sum_{l=1}^n l^2 + \sum_{l=1}^n l) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} \right\} \\ &= \frac{n(n+1)(n+2)}{6} \\ &\stackrel{=}{\Rightarrow}, \frac{n(n+1)(n+2)}{6} = 56 \circ] \text{므로} \\ &n(n+1)(n+2) = 6 \cdot 7 \cdot 8 \\ &\therefore n = 6 \end{aligned}$$

23. 수열 $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \frac{1}{30}, \dots$ 의 첫째항부터 제 50까지의 합은?

- ① $\frac{48}{49}$ ② $\frac{50}{49}$ ③ $\frac{49}{50}$ ④ $\frac{51}{50}$ ⑤ $\frac{50}{51}$

해설

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12}, \frac{1}{20}, \dots = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots$$

따라서, 이 수열의 첫째항부터 제 50항까지의 합은

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{50} \frac{1}{k(k+1)} \\ &= \sum_{k=1}^{50} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) \\ &= \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{50} - \frac{1}{51} \right) \\ &= 1 - \frac{1}{51} = \frac{50}{51} \end{aligned}$$

24. $a_n = 1$, $a_2 = 2 + 3$, $a_3 = 4 + 5 + 6$, $a_4 = 7 + 8 + 9 + 10, \dots$ 인 수열 $\{a_n\}$ 의 제10항의 값은?

① 515

② 511

③ 508

④ 505

⑤ 502

해설

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 2 + 3$$

$$a_3 = 4 + 5 + 6$$

$$a_4 = 7 + 8 + 9 + 10$$

$\vdots$

과 같은 수열 $\{a_n\}$ 은 연속된 자연수의 합으로 이루어진 수열로 a_9 까지의 연속된 수들의 개수의 합은

$$\sum_{k=1}^9 k = \frac{9 \times 10}{2} = 45$$

$$\begin{aligned} a_{10} &= 46 + 47 + 48 + \dots + 55 \\ &= \frac{10(46 + 55)}{2} \\ &= 505 \end{aligned}$$

25. $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $b_n = \frac{1}{a_n}$ 이라 할 때, $a_{15}b_{20}$ 의 값은?

- ① 3 ② 9 ③ 27 ④ 81 ⑤ 243

해설

수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 1, 공비가 $\frac{1}{3}$ 인 등비수열이므로

$$a_n = 1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{3^{n-1}} \quad \therefore b_n = 3^{n-1}$$

$$\therefore a_{15}b_{20} = \frac{1}{3^{14}} \cdot 3^{19} = 3^5 = 243$$

26. $a_1 = -10$, $a_{n+1} = a_n + n^2$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에서 a_{11} 의 값은?

① 210 ② 275 ③ 310 ④ 375 ⑤ 425

해설

$a_{n+1} - a_n = f(n)$ 꼴이면 $f(n)$ 은 수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열임을 이용한다.

$a_{n+1} = a_n + n^2$, $a_{n+1} - a_n = n^2$ 이므로

수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열을 $\{b_n\}$ 이라 하면 $b_n = n^2$

$\therefore a_{11} = -10 + \sum_{k=1}^{10} k^2$

$= -10 + \frac{10 \cdot 11 \cdot 21}{6} = 375$

27. 모든 항이 양수이고, 임의의 자연수 m, n 에 대하여 $a_{m+n} = 2a_m a_n$ 을 만족하는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다. $a_4 = 72$ 일 때, a_5 의 값은?

① $72\sqrt{3}$

② $72\sqrt{6}$

③ 144

④ $144\sqrt{3}$

⑤ 216

해설

$a_{m+n} = 2a_m a_n$ 에 $m = 2, n = 2$ 를 대입하면 $a_4 = 2a_2 a_2 =$

$72, a_2^2 = 36$

$\therefore a_2 = 6(\because a_n > 0)$

또, $a_{m+n} = 2a_m a_n$ 에 $m = 1, n = 1$ 을 대입하면

$a_2 = a_{1+1} = 2a_1 a_1 = 6, a_1^2 = 3$

$\therefore a_1 = \sqrt{3}$

또, $a_{m+n} = 2a_m a_n$ 에 $m = 4, n = 1$ 을 대입하면

$a_5 = a_{4+1} = 2a_4 a_1 = 2 \cdot 72 \cdot \sqrt{3} = 144\sqrt{3}$

28. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여
 $1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots + n \cdot 2^n = (n-1) \cdot 2^{n+1} + 2$ 가 성립함을
 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n = 1$ 일 때, (좌변) $= 1 \cdot 2 = 2$, (우변) $= (1 - 1) \cdot 2^2 + 2 = 2$
 이므로 주어진 등식이 성립한다.
 (ii) $n = k$ 일 때, 등식이 성립한다고 가정하면
 $1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots + k \cdot 2^k$
 $= (k - 1) \cdot 2^{k+1} + 2$
 이 식의 양변에 $\boxed{(가)}$ 을 더하면
 $1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots + k \cdot 2^k + \boxed{(가)}$
 $= (k - 1) \cdot 2^{k+1} + 2 + \boxed{(가)}$
 $= \boxed{(나)} \cdot 2^{k+2} + 2$
 따라서, $n = k + 1$ 일 때에도 등식은 성립한다.
 (i), (ii)에 의하여 주어진 등식은 모든 자연수 n 에 대하여 성립
 한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

- ① (가) : $k \cdot 2^{k+1}$, (나) : k
 ② (가) : $k \cdot 2^{k+1}$, (나) : $k + 1$
 ③ (가) : $(k + 1) \cdot 2^{k+1}$, (나) : k
 ④ (가) : $k \cdot 2^{k+1}$, (나) : $k + 1$
 ⑤ (가) : $(k + 1) \cdot 2^{k+1}$, (나) : $k + 1$

해설

(ii) $n = k$ 일 때, 등식이 성립한다고 가정하면
 $1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots + k \cdot 2^k$
 $= (k - 1) \cdot 2^{k+1} + 2$
 이 식의 양변에 $\boxed{(k + 1) \cdot 2^{k+1}}$ 을 더하면
 $1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots + k \cdot 2^k + \boxed{(k + 1) \cdot 2^{k+1}}$
 $= (k - 1) \cdot 2^{k+1} + 2 + \boxed{(k + 1) \cdot 2^{k+1}}$
 $= \boxed{k} \cdot 2^{k+2} + 2$
 따라서, $n = k + 1$ 일 때에도 등식은 성립한다.
 (i), (ii)에 의하여 주어진 등식은 모든 자연수 n 에 대하여 성립
 한다.

29. 서로소인 두 자연수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{b}{a}}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\frac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{3} = \frac{3^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{2}}} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{12}}$$

따라서 $a + b = 13$ 이다.

30. $x + x^{-1} = 3$ 일 때, $x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}}$ 의 값은?

① $\sqrt{3}$

② 3

③ 5

④ $2\sqrt{5}$

⑤ $3\sqrt{5}$

해설

$$x + x^{-1} = 3 \text{ 이므로}$$

$$(x + x^{-1})^3 = 27$$

$$x^3 + x^{-3} + 3(x + x^{-1}) = 27$$

$$x^3 + x^{-3} = 27 - 3 \cdot 3 = 18$$

$$(x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}})^2 = x^3 + x^{-3} + 2 = 20$$

$$\therefore x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}} = 2\sqrt{5} \quad (\because x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}} > 0)$$

31. $20^a = 5\sqrt{3}$, $20^b = 2$ 일 때, $10^{\frac{2a}{1-b}}$ 의 값은?

① 25

② 35

③ 55

④ 65

⑤ 75

해설

주어진 조건과 같이 밑이 20이 되도록 구하려는 식을 변형한다.

$$10 = \frac{20}{2} = \frac{20}{20^b} = 20^{1-b}$$

$$\therefore 10^{\frac{2a}{1-b}} = (20^{1-b})^{\frac{2a}{1-b}} = 20^{2a} = (20^a)^2 = (5\sqrt{3})^2 = 75$$

32. $\log \frac{x}{4.71} = 1.9812$ 를 만족하는 양수 x 의 값을 다음 상용로그표를 이용하여 구하여라.

수	0	1	1	3	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
4.5	.6532	.6542	.6551	.6561	...
4.6	.6628	.6737	.6647	.6656	...
4.7	.6721	.6730	.6739	.6749	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

▶ 답 :

▷ 정답 : 451

해설

$\log x$ 의 가수를 구하고, 가수가 같은 로그의 진수를 상용로그표에서 찾는다.

$\log \frac{x}{4.71} = \log x - \log 4.71 = \log x - 0.6730 = 1.9812$ 이므로

$\log x = 2.6542 = 2 + 0.6542$

로그표에서 $\log 4.51 = 0.6542$ 이므로 $x = 451$

33. $\log x$ 의 정수 부분이 4이고, $\log y$ 의 정수 부분이 2일 때, $\log \sqrt{xy}$ 의 정수 부분을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\log x = 4 + \alpha \quad (0 \leq \alpha < 1)$$

$$\log y = 2 + \beta \quad (0 \leq \beta < 1)$$

$$\log \sqrt{xy} = \frac{1}{2} (\log x + \log y)$$

$$= \frac{1}{2} (4 + \alpha + 2 + \beta)$$

$$= 3 + \frac{1}{2} (\alpha + \beta)$$

$$0 \leq \alpha < 1, \quad 0 \leq \beta < 1 \text{ 이므로}$$

$$0 \leq \frac{1}{2} (\alpha + \beta) < 1$$

$$\therefore \log \sqrt{xy} \text{의 정수 부분은 } 3$$