

1. 다음 중 항상 닮음인 도형이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 두 정육각형

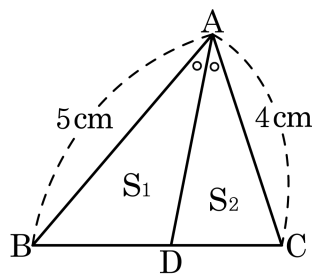
② 두 반원
- ③ 두 정삼각꼴

④ 두 직육면체
- ⑤ 두 직각이등변삼각형

해설

평면도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 원, 중심각의 크기가 같은 부채꼴, 모든 직각이등변삼각형, 모든 정다각형이다.
입체도형에서 항상 닮음이 되는 도형은 모든 구와 모든 정다면체이다.

2. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$ 이다. $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 의 넓이를 각각 S_1 , S_2 라 할 때, $S_1 : S_2$ 는?



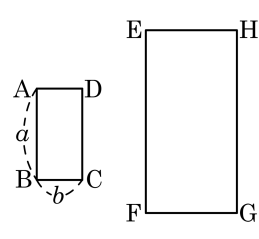
- ① 4 : 3 ② 5 : 4 ③ 7 : 6 ④ 2 : 1 ⑤ 3 : 2

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 는 같은 높이를 가지므로 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

$$\therefore S_1 : S_2 = \overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC} = 5 : 4$$

3. 다음 직사각형 $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 에 대하여 $\square ABCD \sim \square EFGH$ 이고, 닮음비가 $1 : 2$ 일때 $\square EFGH$ 의 둘레의 길이의 합을 a 와 b 로 옮겨 나타낸 것은?

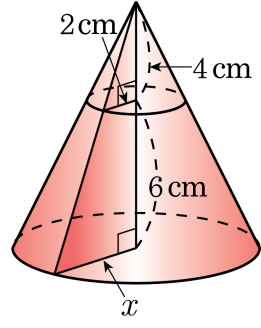


- ① $2(a + b)$ ② $3(a + b)$
 ③ $4(a + b)$ ④ $5(a + b)$
 ⑤ $6(a + b)$

해설

$\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비가 $1 : 2$ 이므로 각 대응변의 길이의 비도 $1 : 2$ 이다.
 $\overline{AB} : \overline{EF} = 1 : 2 = a : \overline{EF}$ 이므로 $\overline{EF} = 2a$ 이다.
 $\overline{BC} : \overline{FG} = 1 : 2 = b : \overline{FG}$ 이므로 $\overline{FG} = 2b$ 이다.
 $\square EFGH$ 의 둘레의 길이는 (가로 + 세로) $\times 2$ 이므로 $(2a + 2b) \times 2 = 4(a + b)$ 이다.

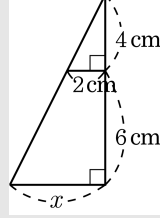
4. 다음 그림과 같이 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자를 때 그 단면인 원의 반지름의 길이는 2cm 이다. 이때, 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 구하면?



- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

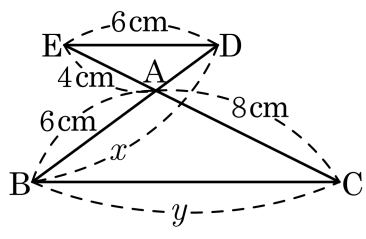
해설

원뿔을 자른 평면은 다음과 같다.



$$\begin{aligned} 2 : x &= 4 : (4 + 6) \\ 4x &= 20 \\ \therefore x &= 5 \end{aligned}$$

5. 다음 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때, $x + y$ 의 값은?



- ① 12 cm ② 15 cm ③ 18 cm ④ 21 cm ⑤ 24 cm

해설

$4 : 8 = 6 : y$ 이므로 $y = 12$ (cm)
 $\overline{CA} : \overline{CE} = \overline{BA} : \overline{BD}$ 이므로 $8 : 12 = 6 : x$
 $x = 9$ (cm)
 $\therefore x + y = 21$ (cm)

7. 세 변의 길이가 18cm , 24cm , 36cm 인 삼각형이 있다. 한 변의 길이가 3cm 이고 이 삼각형과 닮은 삼각형 중에서 가장 작은 삼각형과 가장 큰 삼각형의 닮음비를 구하여라.

① $2:3$ ② $4:5$ ③ $1:2$ ④ $3:5$ ⑤ $1:3$

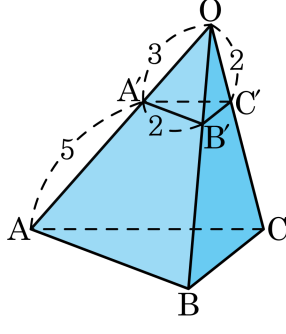
해설

주어진 삼각형의 변의 길이의 비는 $18:24:36 = 3:4:6$ 이고 한 변의 길이가 3cm 인 삼각형을 만들면 3가지 경우가 나온다.

그 중 가장 작은 삼각형의 세 변의 길이는 $\frac{3}{2}:2:3$ 이고, 가장 큰 삼각형의 세 변의 길이는 $3:4:6$ 이다.

따라서 가장 작은 삼각형과 가장 큰 삼각형의 닮음비는 $3:6 = 1:2$ 이다.

8. 다음 그림의 삼각뿔 $O-ABC$ 에서 $\triangle A'B'C'$ 을 포함하는 평면과 $\triangle ABC$ 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $O-ABC$ 와 $O-A'B'C'$ 의 닮음비는?

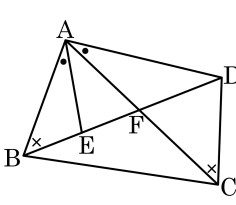


- ① 3 : 5 ② 5 : 2 ③ 8 : 3 ④ 5 : 3 ⑤ 3 : 8

해설

두 입체도형 $O-ABC$ 와 $O-A'B'C'$ 이 닮음이므로 닮음비는 $\overline{OA} : \overline{OP} = 8 : 3$ 이다.

9. $\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 일 때, 다음 <보기> 중 옳은 도형끼리는?
 (다 답을 고를 것)



보기

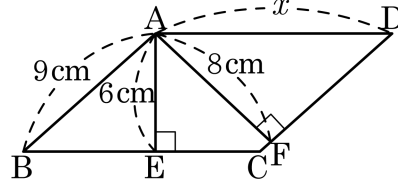
- | | |
|--|--|
| ☐ ㉠ $\triangle ABC \sim \triangle AED$ | ☐ ㉡ $\triangle AEF \sim \triangle DFC$ |
| ☐ ㉢ $\triangle AFD \sim \triangle CFB$ | ☐ ㉣ $\triangle ABF \sim \triangle ADE$ |
| ☐ ㉤ $\triangle ABC \sim \triangle ADC$ | ☐ ㉥ $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ |

- ① ㉠, ㉥ ② ㉡, ㉥ ③ ㉢, ㉥ ④ ㉣, ㉥ ⑤ ㉡, ㉣

해설

$\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 이므로 $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ (AA 답음) ... ㉥
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서
 $\angle BAC = \angle EAD$, $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$
 $(\because \triangle ABE \sim \triangle ACD)$ 이므로 SAS 답음이다.
 $\triangle ABC \sim \triangle AED$ (SAS 답음) ... ㉠

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 변 BC, CD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, x 의 값을 구하면?

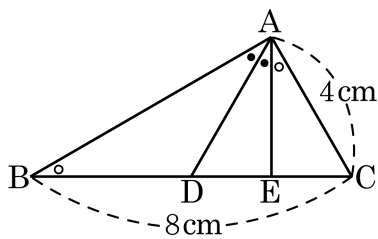


- ① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

□ABCD는 평행사변형이므로
 $\angle B = \angle D$, $\angle AEB = \angle AFD = 90^\circ$
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle ADF$ (AA 닮음)
 $\overline{AE} : \overline{AF} = 6 : 8 = 3 : 4$ 이므로 $9 : x = 3 : 4$
 $\therefore x = 12$

11. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle CAE$, $\angle BAD = \angle DAE$ 이고 $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 4cm

해설

$\triangle CAE$ 와 $\triangle CBA$ 에서 $\angle C$ 가 공통,

 $\angle ABC = \angle CAE$ 이므로
$$\triangle CAE \sim \triangle CBA \text{ (AA 닮음)}$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{CE} \times \overline{CB}$$

$$4^2 = \overline{\text{CE}} \times 8$$

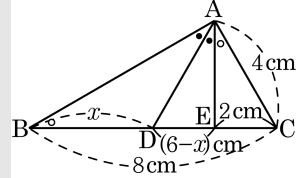
$$\therefore \overline{\text{CE}} = 2\text{cm}$$

또한, $\overline{BC} : \overline{BA} = \overline{AC} : \overline{AE}$ 에서

$$\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{BC} \times \overline{AE}$$

$$4\overline{AB} = 8\overline{AE} \rightarrow \overline{AB} : \overline{AE} = 2 : 1$$

$\overline{BD} = x$ 라 하면 $\overline{DE} = 6 - x$ 이므로



$\triangle ABE$ 에서 삼각형의 내각의 이등분선의 정리에 의해 $\overline{AB}$:

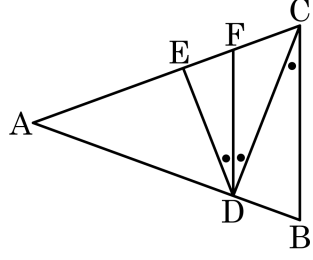
$$\overline{AE} = \overline{BD} : \overline{DE}$$

$$2 : 1 = x : (6 - x)$$

$$\therefore x = 4$$

따라서 $\overline{BD} = 4\text{cm}$ 이다.

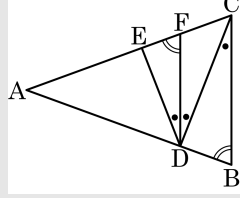
12. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC} = 24$ 인 이등변삼각형이다. 변 AC 위에 $\overline{AF} = 18$, $\overline{FC} = 6$ 이 되도록 점 F를 정하고, 점 F를 지나고 변 BC 에 평행하는 선을 그려서 AB 와 만나는 점을 D 라 한다. $\angle EDF = \angle FDC$ 일 때, EF 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

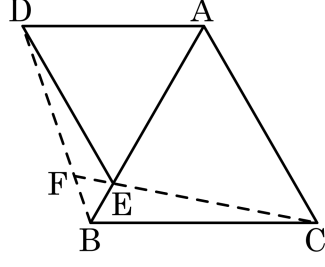
▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설



$\overline{DF} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle EFD = \angle FCB$ ($\because$ 동위각),
 $\angle FDC = \angle DCB$ ($\because$ 엇각)
 $\angle DBC = \angle FCB$ ($\because \triangle ABC$ 가 이등변삼각형),
 조건에서 $\angle EDF = \angle FDC$ 이므로
 $\triangle BCD \sim \triangle FDE$ (AA 닮음)
 또 $\overline{DF} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ADF \sim \triangle ABC$
 $\overline{AF} : \overline{AC} = 18 : 24 = 3 : 4$ 이므로
 $\overline{DF} : \overline{BC} = 3 : 4$ 이다.
 즉 $\triangle FDE$ 와 $\triangle BCD$ 의 닮음비가 $3 : 4$ 이다.
 $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이고,
 $\overline{DF} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{CF} = 6$
 $\overline{DB} : \overline{EF} = \overline{BC} : \overline{DF}$
 $6 : \overline{EF} = 4 : 3$
 $\therefore \overline{EF} = \frac{6 \times 3}{4} = \frac{9}{2}$

13. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 는 정삼각형이다. $\overline{AC} = 20$, $\overline{AD} = 16$ 일 때, $\overline{FB} \times \overline{EC}$ 를 구하여라.



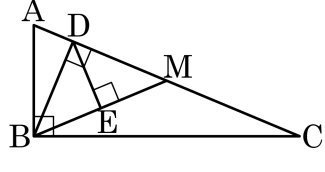
▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$, $\angle DAB = \angle EAC = 60^\circ$
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS 합동)
 또 $\triangle FBE$ 와 $\triangle ACE$ 에서
 $\angle FEB = \angle AEC$ ($\because$ 맞꼭지각)
 $\angle FBE = \angle ACE$ ($\because \triangle ABD \cong \triangle ACE$)
 $\therefore \triangle FBE \sim \triangle ACE$ (AA 닮음)
 $\overline{FB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{EC}$
 $(\overline{BE} = \overline{AB} - \overline{AE} = 20 - 16 = 4)$
 $\overline{FB} : 20 = 4 : \overline{EC}$
 $\therefore \overline{FB} \times \overline{EC} = 80$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle ADB = 90^\circ$, $\overline{AM} = \overline{CM}$, $\overline{BM} \perp \overline{DE}$, $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 12$, $\overline{AC} = 13$ 일 때, $\overline{DE}$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7140}{2197}$

해설

$\triangle ABC$ 의 넓이를 구하는 방법을 이용하면

$$\overline{AB} \times \overline{BC} \times \frac{1}{2} = \overline{AC} \times \overline{BD} \times \frac{1}{2}$$

$$5 \times 12 = 13 \times \overline{BD}$$

$$\therefore \overline{BD} = \frac{60}{13}$$

$\angle ABD = \angle C$, $\angle ADB = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle ADB$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DB} = \overline{AC} : \overline{AB}$ 를 이용하여 $\overline{AD}$ 를 구하면

$$5 : \overline{AD} = 12 : \frac{60}{13}$$

$$\overline{AD} = \frac{25}{13}$$

M 은 직각삼각형의 빗변의 중점에 있으므로 $\triangle ABC$ 의 외심과 같다.

$$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{13}{2}$$

$$\overline{MD} = \overline{AM} - \overline{AD} = \frac{13}{2} - \frac{25}{13} = \frac{119}{26}$$

$\triangle BMD$ 의 넓이는 구하는 방법을 이용하면

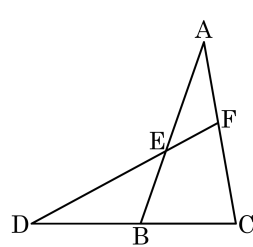
$$\overline{MD} \times \overline{BD} \times \frac{1}{2} = \overline{BM} \times \overline{DE} \times \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$\frac{119}{26} \times \frac{60}{13} = \overline{DE} \times \frac{13}{2}$$

$$\therefore \overline{DE} = \frac{7140}{2197}$$

15. 다음 그림에서 $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 2$, $\overline{AF} : \overline{FC} = 4 : 5$ 이다. $\overline{BC} = 14\text{ cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하면?

- ① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm
 ④ 16 cm ⑤ 18 cm



해설

그림에서와 같이 $\overline{DE}$ 와 평행이 되도록 $\overline{BG}$ 를 그으면,

$$\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{AF} : \overline{FG} = 3 : 2 = 12 : 8$$

$$\overline{AF} : \overline{FC} = 4 : 5 = 12 : 15$$

$$\text{따라서 } \overline{AF} : \overline{FG} : \overline{GC} = 12 : 8 : 7$$

$$\overline{DB} : \overline{BC} = 8 : 7 \quad \therefore \overline{BD} = 16\text{ cm}$$

