

1. 조건을 만족하는 두 직각이등변삼각형 $\triangle ABC, \triangle A'B'C'$ 는 서로 닮음이다. 이 때, 닮음비는?

$$\overline{BC} = 4, \overline{B'C'} = 12, \triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \text{ 이다.}$$

① $1 : 1$

② $1 : 2$

③ $1 : 3$

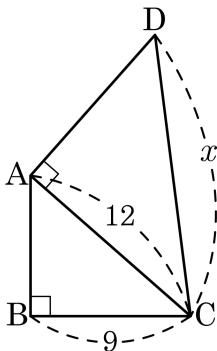
④ $2 : 1$

⑤ $2 : 2$

해설

$$\overline{BC} : \overline{B'C'} = 4 : 12 = 1 : 3$$

2. 다음 그림에서 $\angle B = \angle DAC = 90^\circ$, $\angle ACB = \angle DCA$ 이다. 이 때, x 의 값은?



① 15

② 16

③ 17

④ 18

⑤ 19

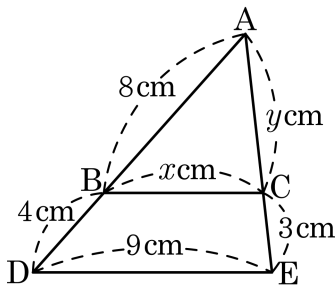
해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DAC$ 에서 $\angle B = \angle DAC$,
 $\angle ACB = \angle DCA$, $\angle ABC = \angle DAC$ 이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)

$\overline{AC} : \overline{DC} = \overline{BC} : \overline{AC}$ 이므로 $12 : x = 9 : 12$

$9x = 144 \quad \therefore x = 16$

3. 다음 그림에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때, $x + y$ 의 값은?



① 14

② 12

③ 10

④ 8

⑤ 6

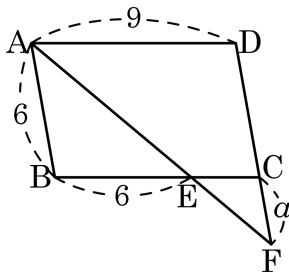
해설

$$8 : x = 12 : 9 \quad \therefore x = 6$$

$$8 : 4 = y : 3 \quad \therefore y = 6$$

$$\therefore x + y = 6 + 6 = 12$$

4. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 A 를 지나는 직선이 변 BC 와 만나는 점을 E, 변 DC 의 연장선과 만나는 점을 F 라 하면, a 의 값은?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\overline{AB} \parallel \overline{DF}$ 이므로 $\angle BAE = \angle CFE$ ($\because$ 엇각)

$\angle AEB = \angle FEC$ ($\because$ 맞꼭지각)

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle FCE$ (AA 닮음)

$\overline{BE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{CF}$ 이므로

$$6 : 3 = 6 : a$$

$$6a = 18$$

$$\therefore a = 3$$

5. 다음에서 $\overline{AE}$ 의 길이는? (단, $\overline{AD} \parallel \overline{EC}$)

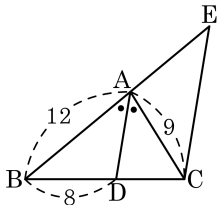
① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 11



해설

$\overline{DA} \parallel \overline{CE}$ 이므로 $\angle DAC = \angle ACE$ (엇각), $\angle BAD = \angle AEC$ (동위각), $\angle BAD = \angle DAC$ 이므로 $\angle ACE = \angle AEC$
따라서 $\triangle ACE$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AE} = \overline{AC}$ 이다.
따라서 $\overline{AE}$ 의 길이는 9 이다.

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 모든 원은 닮은도형이다.

② 한 내각의 크기가 같은 두 이등변삼각형은 닮은 도형이다.

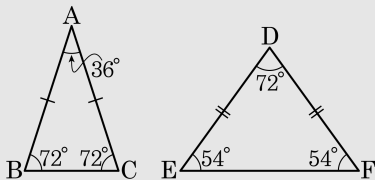
③ 중심각과 호의 길이가 각각 같은 두 부채꼴은 닮은 도형이다.

④ 한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형은 닮은 도형이다.

⑤ 모든 정육면체는 닮은 도형이다.

해설

② (반례)

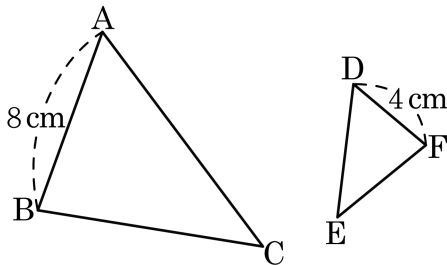


$\angle B = \angle D$ 인 이등변삼각형 ABC와 DEF는 닮은 도형이 아니다.

③ 중심각과 호의 길이가 같은 두 부채꼴은 합동이므로 닮은 도형이다.

④ 직각삼각형에서 한 예각의 크기가 같으면 세 내각의 크기가 각각 같으므로 닮은 도형이다.

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DFE$ 일 때, 보기에서 옳지 않은 것을 골라라.



보기

- ㉠ 점 A에 대응하는 점은 점 D이다.
- ㉡ $\angle C$ 에 대응하는 각은 $\angle E$ 이다.
- ㉢ 변 AB에 대응하는 변은 변 DF이다.
- ㉣ $\overline{AC} : \overline{DE} = 2 : 1$
- ㉤ $\overline{BC} : \overline{DF} = 2 : 1$

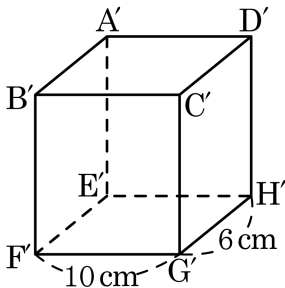
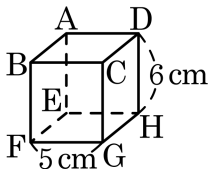
▶ 답 :

▶ 정답 : ㉤

해설

$$\overline{BC} : \overline{FE} = 2 : 1$$

8. 다음 그림의 두 직육면체는 서로 닮은 도형이고, $\square ABCD$ 와 $\square A'B'C'D'$ 가 서로 대응하는 면일 때, $\square BFGC$ 에 대응하는 면은?



① $\square B'F'G'C'$

② $\square A'B'F'E'$

③ $\square E'F'G'H'$

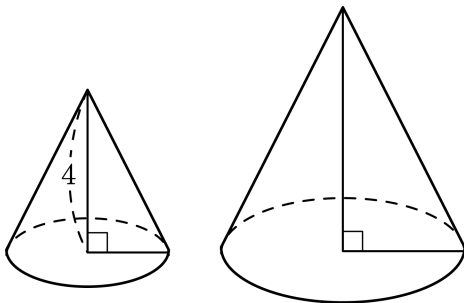
④ $\square C'D'H'G'$

⑤ $\square A'E'H'D'$

해설

$\square BFGC$ 에 대응하는 면은 $\square B'F'G'C'$ 이다.

9. 다음 그림에서 두 원뿔은 서로 닮은 도형이고, 작은 원과 큰 원의 밑면의 둘레의 길이가 각각 4π , 8π 일 때, 큰 원뿔의 높이를 구하면?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

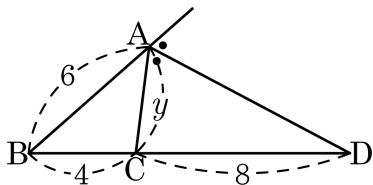
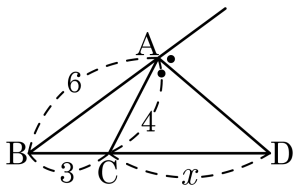
작은 원뿔의 밑면의 반지름은 $2\pi r = 4\pi$ 에서 $r = 2$

큰 원뿔의 밑면의 반지름은 $2\pi r' = 8\pi$ 에서 $r' = 4$

두 원의 반지름의 닮음비가 $1 : 2$ 이므로 원뿔의 높이는 $1 : 2 = 4 :$ (큰 원뿔의 높이),

따라서 (큰 원뿔의 높이) = 8이다.

10. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 외각의 이등분선일 때, $x + y$ 의 값은?



① 4

② 6

③ 10

④ 14

⑤ 20

해설

$$6 : 4 = (x + 3) : x$$

$$6x = 4x + 12$$

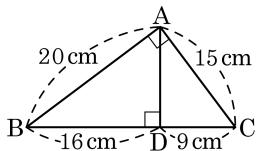
$$\therefore x = 6$$

$$6 : y = 12 : 8$$

$$\therefore y = 4$$

따라서 $x + y = 6 + 4 = 10$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CBA$ 에서

$$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BD} : \overline{BA} = 4 : 5$$

$$\angle ABD = \angle CBA$$

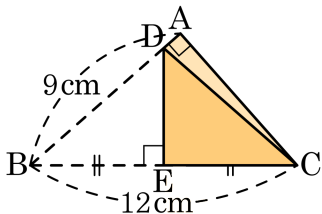
$\therefore \triangle ABD \sim \triangle CBA$ (SAS답음)

$$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AD} : \overline{CA}$$

$$4 : 5 = \overline{AD} : 15$$

$$5\overline{AD} = 60, \overline{AD} = 12(\text{cm})$$

12. 다음 그림에서 $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 를 선분 DE 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 B 와 C 를 일치하게 접었을 때, $\overline{AD}$ 의 값은?



① $\frac{4}{5}$ cm

② 1 cm

③ $\frac{6}{5}$ cm

④ $\frac{4}{3}$ cm

⑤ $\frac{3}{2}$ cm

해설

$\angle B$ 는 공통, $\angle BED = \angle BAC$ 이므로

$\triangle BED \sim \triangle BAC$ (AA 닮음)

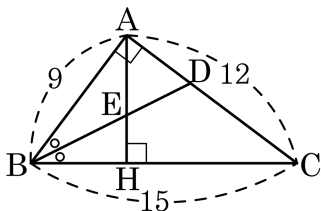
$$\overline{BE} : \overline{BA} = \overline{BD} : \overline{BC}$$

$$6 : 9 = \overline{BD} : 12$$

$$\overline{BD} = 8 \text{ (cm)}$$

$$\overline{BE} = 9 - 8 = 1 \text{ (cm)}$$

13. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이고 $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선이다. $\overline{AH}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 E 라 하고, $\overline{AB} = 9$, $\overline{BC} = 15$, $\overline{AC} = 12$ 일 때, $\triangle AED$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{81}{10}$

해설

$\overline{BD}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선이므로

$$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DC}$$

$$9 : 15 = 3 : 5$$

$\triangle ABD : \triangle CBD = 3 : 5$ 이고, $\triangle ABC = 54$ 이므로 $\triangle ABD =$

$$\frac{3}{8} \times 54 = \frac{81}{4}$$

또, $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$ 이므로

$$81 = \overline{BH} \times 15 \quad \therefore \overline{BH} = \frac{27}{5}$$

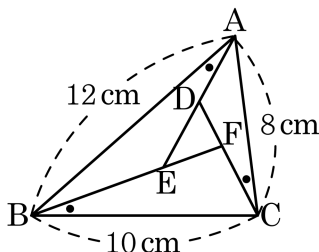
이 때, $\triangle ABD \sim \triangle HBE$ (AA 닮음) 이므로

$$\overline{BD} : \overline{BE} = \overline{AB} : \overline{HB} = 9 : \frac{27}{5} = 5 : 3$$

$$\therefore \overline{BE} : \overline{ED} = 3 : 2$$

$$\therefore \triangle AED = \frac{2}{5} \triangle ABD = \frac{2}{5} \times \frac{81}{4} = \frac{81}{10}$$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAE = \angle CBF = \angle ACD$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$,
 $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{CA} = 8\text{cm}$ 일 때, $\frac{\overline{DE}}{\overline{DF}}$ 의 값은?



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$$\angle BAE = \angle CBF = \angle ACD = x ,$$

$$\angle FCB = y , \angle DAC = z \text{ 라 하면}$$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서

$$\angle A = \angle D = x + z$$

($\because$ 삼각형의 한 외각의 크기는 다른 두 내각의 크기의 합과 같다.)

$$\angle C = \angle F = x + y$$

($\because$ 삼각형의 한 외각의 크기는 다른 두 내각의 크기의 합과 같다.)

그러므로 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (AA 닮음) 이다.

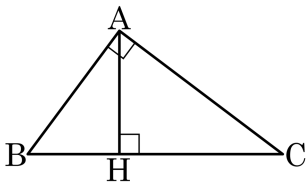
$$\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{DF}$$

$$12 : \overline{DE} = 8 : \overline{DF}$$

$$8\overline{DE} = 12\overline{DF}$$

$$\therefore \frac{\overline{DE}}{\overline{DF}} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

15. 다음 그림의 직각삼각형은 $\angle A$ 가 직각이다. 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때 $\triangle AHC$ 의 넓이를 구하여라. (단, $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 4$ 이다.)



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{96}{25}$

해설

$\triangle AHB \sim \triangle CAB$ 이므로 $\overline{HB} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{CB}$

$$\therefore \overline{AB}^2 = \overline{HB} \cdot \overline{CB} \dots \textcircled{㉠}$$

$\triangle AHC \sim \triangle BAC$ 이므로 $\overline{HC} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{BC}$

$$\therefore \overline{AC}^2 = \overline{HC} \cdot \overline{BC} \dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{을 각 변끼리 나누면 } \frac{\overline{AB}^2}{\overline{AC}^2} = \frac{\overline{HB} \cdot \overline{CB}}{\overline{HC} \cdot \overline{BC}} = \frac{\overline{HB}}{\overline{HC}} = \frac{9}{16}$$

$\triangle AHB$ 와 $\triangle AHC$ 의 높이가 같으므로 넓이의 비는 밑변의 비 $\overline{BH} : \overline{HC} = 9 : 16$ 과 같다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 6$ 이므로 $\triangle AHC$ 의 넓이는

$$6 \times \frac{16}{25} = \frac{96}{25} \text{ 이다.}$$