

1. $3^2 \times 3^{\square} = 9 \times 3^5 \times 3^3$ 에서 안에 알맞은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} 3^2 \times 3^{\square} &= 9 \times 3^5 \times 3^3 \\ &= 3^2 \times 3^5 \times 3^3 \\ &= 3^2 \times 3^8 \end{aligned}$$

$$\therefore \square = 8$$

2. 단항식 $x \times (x^3)^4 \times x^3$ 을 계산하면?

① x^{14}

② x^{15}

③ x^{16}

④ x^{17}

⑤ x^{18}

해설

$$x \times (x^3)^4 \times x^3 = x^{1+12+3} = x^{16}$$

3. 식 $(a^2)^4 \times (a^3)^3 \times a^2$ 을 간단히 하면?

① a^{12}

② a^{15}

③ a^{16}

④ a^{19}

⑤ a^{20}

해설

$$(a^2)^4 \times (a^3)^3 \times a^2 = a^8 \times a^9 \times a^2 = a^{19} \text{ 이다.}$$

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a^6 \div a^2 = a^4$

② $b^3 \div b = b^2$

③ $a^6 \div a^3 = a^2$

④ $a^{15} \div a^8 = a^7$

⑤ $x^5 \div x^3 = x^2$

해설

① $a^6 \div a^2 = a^{6-2} = a^4$

② $b^3 \div b = b^{3-1} = b^2$

③ $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$

④ $a^{15} \div a^8 = a^{15-8} = a^7$

⑤ $x^5 \div x^3 = x^{5-3} = x^2$

5. $\{(-x^3y^2)^4\}^2$ 을 간단히 하면?

① $x^{12}y^8$

② x^8y^{12}

③ $x^{14}y^{16}$

④ $x^{20}y^{16}$

⑤ $x^{24}y^{16}$

해설

$$\{(-x^3y^2)^4\}^2 = (x^{12}y^8)^2 = x^{24}y^{16}$$

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(ab)^2 \times ab = a^3b^3$

② $(a^3b)^2 \times \frac{a^2}{b^4} = \frac{a^8}{b^2}$

③ $(-2a)^2 \times (2b)^2 \div \frac{1}{a^2} = 16b^2$

④ $\left(\frac{a}{2}\right)^2 \times \left(\frac{ab}{2}\right)^3 = \frac{a^5b^3}{32}$

⑤ $\left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{1}{b}\right)^2 \times (a^2b)^2 = \frac{a^6b^4}{16}$

해설

① $(ab)^2 \times ab = a^2b^2 \times ab = a^{2+1}b^{2+1} = a^3b^3$

② $(a^3b)^2 \times \frac{a^2}{b^4} = a^6b^2 \times \frac{a^2}{b^4} = \frac{a^{6+2}}{b^{4-2}} = \frac{a^8}{b^2}$

③ $(-2a)^2 \times (2b)^2 \div \frac{1}{a^2} = 4a^2 \times 4b^2 \times a^2 = 16a^4b^2$

④ $\left(\frac{a}{2}\right)^2 \times \left(\frac{ab}{2}\right)^3 = \frac{a^2}{4} \times \frac{a^3b^3}{8} = \frac{a^5b^3}{32}$

⑤ $\left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{1}{b}\right)^2 \times (a^2b)^2 = \frac{a^2}{16} \times b^2 \times a^4b^2 = \frac{a^6b^4}{16}$

7. 자연수 n 이 홀수일 때, 다음 식의 값은?

$$(-1)^n \times (-1)^{n+1} \times (-1)^{n+2} \times (-1)^{2n} \times (-1)^{2n+1}$$



-1

② 0

③ 1

④ -2

⑤ -3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (-1)^{n+n+1+n+2+2n+2n+1} \\ &= (-1)^{7n+4} \\ &= -1 \quad (\because n \text{은 홀수})\end{aligned}$$

8. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a^6 \div a^3 = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = \frac{1}{b^2}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = \frac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^4$

해설

① $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = b^{6-12} = b^{-6} = \frac{1}{b^6}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^{8-2-2} = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = c^{9-10} = c^{-1} = \frac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^{2-3+5} = y^4$

9. 다음 보기 중 계산 결과가 나머지와 같지 않은 것을 골라라.

보기

㉠ $a^{12} \div (a^3 \div a^2)$

㉡ $(a^4)^3 \div a^2 \div a^3$

㉢ $\frac{a^{12}}{a^2} \div a^3$

㉣ $a^{12} \div (a^7 \div a^2)$

㉤ $(a^3)^3 \div a^3 \times a$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

㉠ $a^{12} \div (a^3 \div a^2) = a^{12} \div a = a^{11}$

㉡ $(a^4)^3 \div a^2 \div a^3 = a^{12-2-3} = a^7$

㉢ $\frac{a^{12}}{a^2} \div a^3 = a^{12-2-3} = a^7$

㉣ $a^{12} \div (a^7 \div a^2) = a^{12} \div a^{7-2} = a^{12-5} = a^7$

㉤ $(a^3)^3 \div a^3 \times a = a^{9-3+1} = a^7$

10. $(3x^a)^b = 81x^{12}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$3^b = 81 = 3^4, b = 4$$

$$x^{ab} = x^{12}$$

$$ab = 12$$

$$a = 3$$

$$\therefore a + b = 7$$

11. $(-8x^m y^2)^3 = -2^n x^{15} y^6$ 에서 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$(-8x^m y^2)^3 = -2^n x^{15} y^6$$

$$(-2^3)^3 = -2^n$$

$$\therefore n = 9$$

$$x^{3m} = x^{15}$$

$$\therefore m = 5$$

따라서 $m + n = 14$ 이다.

12. $(-2x^2y)^a \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^b = -2x^4y^7$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

우변 x^4y^7 항의 계수가 -2 이므로 $a > b$ 이고,
 a, b 중 하나만 홀수 y^7 이므로

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

13. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

$$\textcircled{1} (a^2b)^2 \times (ab)^2 \div a^3b^3 = a^3b$$

$$\textcircled{2} (a^2b^3)^2 \times \frac{a^2}{b^4} = a^6b^2$$

$$\textcircled{3} (4a)^2 \times \left(\frac{a}{3}\right)^3 \div \left(\frac{1}{a^2}\right) = \frac{4a^3}{27}$$

$$\textcircled{4} \left(-\frac{a}{2}\right)^2 \times \left(\frac{ab}{3}\right)^3 = \frac{a^5b^3}{108}$$

$$\textcircled{5} \left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{a}{b}\right)^2 \div (a^2b)^3 = \frac{1}{16a^6b}$$

해설

$$\textcircled{1} (a^2b)^2 \times (ab)^2 \div a^3b^3$$

$$= a^4b^2 \times a^2b^2 \times \frac{1}{a^3b^3}$$

$$= a^3b$$

$$\textcircled{2} (a^2b^3)^2 \times \frac{a^2}{b^4}$$

$$= a^4b^6 \times \frac{a^2}{b^4}$$

$$= a^6b^2$$

$$\textcircled{3} (4a)^2 \times \left(\frac{a}{3}\right)^3 \div \left(\frac{1}{a^2}\right)$$

$$= 2^4a^2 \times \frac{a^3}{27} \times a^2$$

$$= \frac{16a^7}{27}$$

$$\textcircled{4} \left(-\frac{a}{2}\right)^2 \times \left(\frac{ab}{3}\right)^3$$

$$= \frac{a^2}{4} \times \frac{a^3b^3}{27}$$

$$= \frac{a^5b^3}{108}$$

$$\textcircled{5} \left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{a}{b}\right)^2 \div (a^2b)^3$$

$$= \frac{a^2}{16} \times \frac{b^2}{a^2 \times \frac{1}{a^6b^3}}$$

$$= \frac{1}{16a^6b}$$

14. $3^x \div 3^2 = 81$, $3^5 + 3^5 + 3^5 = 3^y$ 일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$3^x \div 3^2 = 3^{x-2} = 3^4$$

$$x - 2 = 4$$

$$\therefore x = 6$$

$$3^5 + 3^5 + 3^5 = 3 \cdot 3^5 = 3^6 = 3^y$$

$$\therefore y = 6$$

$$x = 6, y = 6, x - y = 0$$

15. $8^2 = x$ 라 할 때, $2^4 + 3 \cdot 4^2 - 2^7$ 을 간단히 하면?

①

$-x$

② x

③ $2x$

④ $3x$

⑤ $4x$

해설

$$8^2 = (2^3)^2 = 2^6 = x$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2^4 + 3 \cdot (2^2)^2 - 2^7 \\&= 2^4 + 3 \cdot 2^4 - 2^7 \\&= (1 + 3)2^4 - 2^7 \\&= 2^2 \cdot 2^4 - 2^7 \\&= 2^6 - 2^7 \\&= x - 2x \\&= -x\end{aligned}$$

16. $2^9 \times 3 \times 5^{12}$ 이 n 자리의 자연수 일 때, n 의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$$3 \times 5^3 \times (2 \times 5)^9 = 375 \times 10^9$$

$$\therefore n = 12$$

17. 지수법칙을 이용하여 $2^9 \times 5^5$ 은 몇 자리 수인지 구하여라.



답 :

자리 수



정답 : 일곱 자리 수

해설

$$2^9 \times 5^5 = 2^5 \cdot 2^4 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 \times 16 = 16 \times 10^5$$

따라서 일곱 자리의 수이다.

18. $2^{12} \times 5^{13}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리의 수

▷ 정답 : 13 자리의 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 5^{13} &= 2^{12} \times 5^{12} \times 5 = (2 \times 5)^{12} \times 5 \\ &= 10^{12} \times 5 \end{aligned}$$

따라서 13자리의 수이다.

19. $16^5 \leq x^{30} \leq 32^8$ 을 만족하는 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$16^5 \leq x^{30} \leq 32^8$$

$$(2^4)^5 \leq x^{30} \leq (2^5)^8$$

$$2^{20} \leq x^{30} \leq 2^{40}$$

$$(2^2)^{10} \leq (x^3)^{10} \leq (2^4)^{10}$$

따라서 $2^2 \leq x^3 \leq 2^4$ 을 만족하는 자연수는 2 이다.

20. $(25)^3 \div (-5)^n = -5^3$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$5^6 \div (-5)^n = -5^3$$

$$6 - n = 3$$

$$\therefore n = 3$$

21. 다음과 같이 6개의 식이 있다. 다음 식들 중 계산 결과가 같은 것을 찾아라.

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad \frac{b^2a}{27} \times \frac{ba^2}{3}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad \frac{a}{3} \left(\frac{ba}{3} \right)^2$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \quad \left\{ \frac{1}{3} (a^2b)^2 \right\}^2$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \quad \left(\frac{ab}{3} \right)^3 \times \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{\text{㉥}} \quad \frac{a}{9} \times \left(\frac{ab^2}{3} \right)^2$$

$$\textcircled{\text{㉦}} \quad \frac{1}{a} \left(\frac{ab}{3} \right)^3$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉤

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \quad \frac{b^2a}{27} \times \frac{ba^2}{3} = \frac{a^3b^3}{81}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \quad \frac{a}{3} \left(\frac{ba}{3} \right)^2 = \frac{a^3b^2}{27}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \quad \left(\frac{1}{3} a^4 b^2 \right)^2 = \frac{a^8 b^4}{9}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \quad \left(\frac{ab}{3} \right)^3 \times \frac{1}{3} = \frac{a^3 b^3}{81}$$

$$\textcircled{\text{㉥}} \quad \frac{a}{9} \times \frac{a^2 b^4}{9} = \frac{a^3 b^4}{81}$$

$$\textcircled{\text{㉦}} \quad \frac{1}{a} \left(\frac{ab}{3} \right)^3 = \frac{a^2 b^3}{27}$$

22. $3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 1053$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3^x = t$ 로 놓으면

$$3^2 \times 3^x + 3 \times 3^x + 3^x$$

$$= 9t + 3t + t = 1053$$

$$13t = 1053, t = 81$$

$$3^x = 81 = 3^4$$

$$\therefore x = 4$$

23. $2^{10} \approx 1000$ 이라 할 때, 5^{10} 의 값은?

① 10^2

② 10^4

③ 10^5

④ 10^7

⑤ 10^8

해설

$$2^{10} \approx 10^3 = 2^3 \times 5^3 \text{ 이므로}$$

$$5^3 \approx 2^{10} \div 2^3 = 2^7$$

$$\text{따라서 } 5^{10} = 5^3 \times 5^7 \approx 2^7 \times 5^7 = 10^7$$

24. 자연수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 를 만족하는 함수 f 가 있다. $f(2) = a, f(3) = b, f(5) = c$ 이고, $f(k) = 3a + 2b + c$ 일 때, 자연수 k 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 24 개

해설

$f(k) = 3a + 2b + c$ 에서

$$f(k) = 3f(2) + 2f(3) + f(5) = f(2) + f(2) + f(2) + f(3) + f(3) + f(5)$$

$f(xy) = f(x) + f(y)$ 이므로

$$f(k) = f(2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5) = f(2^3 \times 3^2 \times 5)$$

$$\therefore k = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 k 의 약수의 개수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$ (개) 이다.

25. 자연수 n 의 일의 자리 숫자를 $P(n)$ 이라고 할 때, $P(4^{101}) + P(7^{99})$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$$4 = 4$$

$$4^2 = 16$$

$$4^3 = 64$$

$$7 = 7$$

$$7^2 = 49$$

$$7^3 = 343$$

$$7^4 = 2401$$

위에서 알 수 있듯이 일의 자리 숫자는 각각 4 의 거듭제곱은 4, 6 이 반복되며, 7 의 거듭제곱은 7, 9, 3, 1 이 반복된다.

$$101 \div 2 = 50 \cdots 1, 99 \div 4 = 24 \cdots 3$$

그러므로 $P(4^{101}) + P(7^{99}) = 4 + 3 = 7$ 이다.