

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3^5 \div 3^4 = 3$

② $2^3 \div 2^4 = \frac{1}{2}$

③ $3^2 \div 3^2 = 0$

④ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

⑤ $a + a + a = 3a$

해설

$3^2 \div 3^2 = 3^{2-2} = 3^0 = 1$ 이다.

2. 단항식 $x \times (x^3)^4 \times x^3$ 을 계산하면?

① x^{14}

② x^{15}

③ x^{16}

④ x^{17}

⑤ x^{18}

해설

$$x \times (x^3)^4 \times x^3 = x^{1+12+3} = x^{16}$$

3. $(a^2b^x)^3 \div a^yb^3 = a^5b^9$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$(a^2b^x)^3 \div a^yb^3 = a^5b^9$$

$$a^{6-y}b^{3x-3} = a^5b^9$$

$$6 - y = 5 \quad \therefore y = 1$$

$$3x - 3 = 9 \quad \therefore x = 4$$

$$\therefore x + y = 5$$

4. $-3a^2b \times (-4ab) \div \square = 2a^2$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식을 고르면?

① $-6a^2$

② $-6ab$

③ $6a$

④ $6a^2b$

⑤ $6ab^2$

해설

$$-3a^2b \times (-4ab) \div \square = 12a^3b^2 \div \square = 2a^2$$

$$\therefore \square = 12a^3b^2 \div 2a^2 = \frac{12a^3b^2}{2a^2} = 6ab^2$$

5. $2^{15} = 8^x$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2^{15} = (2^3)^x = 2^{3x}$$

$$3x = 15$$

$$\therefore x = 5$$

6. $64^4 \div 8^5$ 을 간단히 하면?

① 2^8

② 2^9

③ 2^{10}

④ 2^{11}

⑤ 2^{12}

해설

$$(2^6)^4 \div (2^3)^5 = 2^{24-15} = 2^9$$

7. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(-2x^2y)^3 = -8x^6y^3$

② $(-5x)^2 = 25x^2$

③ $(x^3y)^4 = x^{12}y^4$

④ $(2a^2b^3)^2 = 4a^4b^5$

⑤ $(-3a^3)^2 = 9a^6$

해설

④ $(2a^2b^3)^2 = 4a^4b^6$

8. 다음 안에 알맞은 수를 구하여라.

$$16 \times 4^3 \div 32^2 = 2^{\square}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$2^4 \times (2^2)^3 \div (2^5)^2 = 2^4 \times 2^6 \div 2^{10} = 2^0$$

9. $a : b = 2 : 5$ 일 때, $\frac{(2a^5b^3)^3}{(-a^4b^2)^4}$ 의 값은?

① 4

② 8

③ 12

④ 16

⑤ 20

해설

$$(\text{준식}) = \frac{8a^{15}b^9}{a^{16}b^8} = \frac{8b}{a}$$

$$b = \frac{5}{2}a \text{ 이므로 } \frac{20a}{a} = 20$$

10. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$ 일 때, $a + b - c - d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \\ &= 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times (2 \times 5) \\ &= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1 \\ &a = 8, b = 4, c = 2, d = 1 \\ &\therefore a + b - c - d = 9 \end{aligned}$$

11. $4^{2a+1} = 4^{2a} \times 2^b = 64$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$64 = 4^3$$

$$64 = 2^6 = (2^2)^{2a} \times 2^b$$

$$2a + 1 = 3 \quad \therefore a = 1$$

$$4a + b = 6 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore a + b = 3$$

12. $(-64x^3y^4) \times \square \div 4x^2y^3 = -4x^2y$ 의 $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $\frac{1}{3}x$

② $\frac{1}{4}x$

③ $\frac{1}{5}x$

④ $-\frac{1}{3}x$

⑤ $-\frac{1}{4}x$

해설

$$(-64x^3y^4) \times \square \div 4x^2y^3 = -4x^2y$$

$$(-64x^3y^4) \times \square \times \frac{1}{4x^2y^3} = -4x^2y$$

$$\square = -4x^2y \times 4x^2y^3 \times \frac{1}{-64x^3y^4}$$

$$\square = \frac{1}{4}x$$

13. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$ 일 때, $a - (b + c - d)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times (2 \times 5)$$

$$= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$$

$$\therefore 8 - (4 + 2 - 1) = 3$$

14. $3^x \div 3^2 = 81$, $3^5 + 3^5 + 3^5 = 3^y$ 일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$3^x \div 3^2 = 3^{x-2} = 3^4$$

$$x - 2 = 4$$

$$\therefore x = 6$$

$$3^5 + 3^5 + 3^5 = 3 \cdot 3^5 = 3^6 = 3^y$$

$$\therefore y = 6$$

$$x = 6, y = 6, x - y = 0$$

15. $2^7 \times 5^4$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$$2^7 \times 5^4 = 2^3 \times 2^4 \times 5^4 = 2^3 \times 10^4 = 8 \times 10000$$

따라서 5 자리의 자연수이다.

16. $2^5 \times 5^7 \times 7$ 이 n 자리의 자연수일 때, n 의 값은?

① 5

② 7

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$2 \times 5 = 10$ 이므로

$$(2 \times 5)^5 \times 5^2 \times 7 = 175 \times 10^5$$

$$\therefore n = 8$$

17. 지수법칙을 이용하여 $2^9 \times 5^5$ 은 몇 자리 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 일곱 자리 수

해설

$$2^9 \times 5^5 = 2^5 \cdot 2^4 \times 5^5 = (2 \times 5)^5 \times 16 = 16 \times 10^5$$

따라서 일곱 자리의 수이다.

18. $625^{x-1} = 5^{2x} \times 125^6 \div 25^3$ 을 만족하는 정수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$625 = 25^2 = (5^2)^2 = 5^4$, $125 = 5^3$ 이므로
주어진 식을 밑이 5인 거듭제곱꼴의 형태로 바꾸어 주면

$$625^{x-1} = 5^{2x} \times 125^6 \div 25^3$$

$$(5^4)^{x-1} = 5^{2x} \times (5^3)^6 \times (5^2)^{-3}$$

$$5^{4x-4} = 5^{2x} \times 5^{18} \times 5^{-6}$$

$$5^{4x-4} = 5^{2x+12}$$

밑이 5로 같으므로 양변의 지수가 같다.

$$4x - 4 = 2x + 12$$

$$\therefore x = 8$$

19. $16^5 \leq x^{30} \leq 32^8$ 을 만족하는 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$16^5 \leq x^{30} \leq 32^8$$

$$(2^4)^5 \leq x^{30} \leq (2^5)^8$$

$$2^{20} \leq x^{30} \leq 2^{40}$$

$$(2^2)^{10} \leq (x^3)^{10} \leq (2^4)^{10}$$

따라서 $2^2 \leq x^3 \leq 2^4$ 을 만족하는 자연수는 2 이다.

20. $3^{2000} \leq n^{2000} \leq A^{1000}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 모두 4 개일 때, A 의 최솟값을 구하여라. (단, A 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

각 항의 지수를 통일하면

$$3^{2000} \leq n^{2000} \leq A^{1000}$$

$$(3^2)^{1000} \leq (n^2)^{1000} \leq A^{1000}$$

따라서 $3^2 \leq n^2 \leq A$ 를 만족하는 자연수 n 의 값이 4 개이므로
순서대로 $n = 3, 4, 5, 6$ 이다.

$\therefore 6^2 \leq A < 7^2$ 에서 A 의 최솟값은 36

21. 다음 보기의 수 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라 할 때, $a = 2^m$, $b = 2^n$ 이고, $m = 2^p$, $n = 2^q$ 이다. 이 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

보기

$$\{(2^2)^2\}^3 \quad (2^2)^{2^2} \quad 2^{(2^2)^3} \quad 2^{2^{2^2}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\{(2^2)^2\}^3 = 2^{12}$$

$$(2^2)^{2^2} = 2^{2^3} = 2^8$$

$$2^{(2^2)^3} = 2^{2^6} = 2^{64}$$

$$2^{2^{2^2}} = 2^{2^4} = 2^{16}$$

따라서 가장 큰 수 $a = 2^{2^6}$, 가장 작은 수 $b = 2^{2^3}$ 이므로

$$m = 2^6, n = 2^3$$

$$\therefore p + q = 6 + 3 = 9$$

22. $27^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-6}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(3^3)^{x-2} = 3^{-x+6}$$

$$\text{지수 : } 3x - 6 = -x + 6, 4x = 12, x = 3$$

23. $\left(-\frac{1}{2}x^2y^3\right)^3 \div ax^by^c \div \left(-\frac{1}{8}x^2y^3\right) = x^3y^4$ 에서 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{1}{2}x^2y^3\right)^3 \div ax^by^c \div \left(-\frac{1}{8}x^2y^3\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2^3}x^6y^9\right) \times \frac{1}{ax^by^c} \times \left(-\frac{8}{x^2y^3}\right) = x^3y^4 \end{aligned}$$

$$a = 1, b = 1, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 4$$

24. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 $2a$, 높이가 b 인 통조림 ㉠과 밑면인 원의 반지름의 길이가 $5a$ 인 통조림 ㉡의 부피가 서로 같을 때, 통조림 ㉡의 높이를 구하여라.



㉠



㉡

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{4b}{25}$

해설

통조림은 원기둥의 부피를 구하는 공식은 (부피) = $\pi(\text{반지름})^2 \times (\text{높이})$ 이다.

$$(\text{㉠의 부피}) = \pi(2a)^2 \times b = 4a^2b\pi$$

$$(\text{㉡의 부피}) = \pi(5a)^2 \times (\text{높이}) = 25a^2\pi \times (\text{높이})$$

$$4a^2b\pi = 25a^2\pi \times (\text{높이})$$

$$(\text{높이}) = \frac{4b}{25}$$

25. $\left(\frac{3}{2}xy\right)^2 \div \left(-\frac{3}{4}x^ay\right)^2 \times \left(-\frac{3}{2}x^3y^b\right) = -6x^3y^4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{9}{4}x^2y^2 \div \frac{9}{16}x^{2a}y^2 \times \left(-\frac{3}{2}\right)x^3y^b \\ &= -6x^{2-2a+3}y^{2-2+b} \\ &= -6x^3y^4 \end{aligned}$$

$$\therefore a = 1, b = 4, a + b = 5$$

26. $A = (-3xy)^2 \div 2x^3y^3$, $B = (2xy)^3 \times \frac{1}{3x^2y^2}$ 일 때, AB 를 계산하여 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$A = 9x^2y^2 \div 2x^3y^3 = \frac{9}{2xy}$$

$$B = 8x^3y^3 \times \frac{1}{3x^2y^2} = \frac{8xy}{3}$$

$$AB = \frac{9}{2xy} \times \frac{8xy}{3} = 12$$

27. $-2x^4y^3 \div x^2y \times (-2xy)^2 = Ax^By^C$ 일 때, $A + B + C$ 의 값은?

① 0

② 2

③ 4

④ 8

⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} -2x^4y^3 \div x^2y \times (-2xy)^2 &= -2x^4y^3 \times \frac{1}{x^2y} \times 4x^2y^2 \\ &= -8x^4y^4 \\ &= Ax^By^C \end{aligned}$$

$A = -8, B = 4, C = 4$ 이므로 $A + B + C = 0$

28. $x = 3, y = -2, z = -12$ 일 때, $xy^4z \times (-2x^2y)^3 \div (2x^3y^3z)^2$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$$(\text{준식}) = xy^4z \times (-8x^6y^3) \times \frac{1}{4x^6y^6z^2} = -\frac{2xy}{z}$$

$$\text{식의 값} : -\frac{2 \times 3 \times (-2)}{-12} = -1$$

29. 다음 식을 간단히 하였을 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.
 $(xy^2)^2 \div (x^2y^3)^2 \times (x^4y^3)^2 = x^A y^B$

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} & (xy^2)^2 \div (x^2y^3)^2 \times (x^4y^3)^2 \\ &= x^2y^4 \times \frac{1}{x^4y^6} \times x^8y^6 = x^6y^4 \end{aligned}$$

$$A = 6, B = 4$$

$$\therefore A + B = 10$$

30. $\square \div \{8x^2y \times (x^2y)^2\} = -2x^2y^4$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $-4x^6y^8$

② $-8x^8y^6$

③ $-16x^8y^7$

④ $-16x^6y^8$

⑤ $-4x^8y^7$

해설

$$\begin{aligned}\square &= -2x^2y^4 \times \{8x^2y \times (x^2y)^2\} \\ &= -2x^2y^4 \times 8x^2y \times x^4y^2 \\ &= -16x^8y^7\end{aligned}$$

31. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $8^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = -5^8$

㉢ $27^8 = 3^{11}$

㉣ $64^5 = 2^{30}$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉢

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $8^4 = (2^3)^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = (-5^2)^4 = 5^8$

㉢ $27^8 = (3^3)^8 = 3^{24}$

㉣ $64^5 = (2^6)^5 = 2^{30}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

32. x, y 가 짝수일 때, $(-4)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$ 이다. $x + y$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$(-2^2)^2 \div (-2)^y = (-2)^{x-6}$$

2, y , $x - 6$ 이 모두 짝수이므로

$$(-2^2)^2 = (2^2)^2 = 2^4,$$

$$(-2)^y = 2^y, (-2)^{x-6} = 2^{x-6} \text{이다.}$$

$$2^4 \div 2^y = 2^{4-y} = 2^{x-6}$$

$$4 - y = x - 6$$

$$\therefore x + y = 10$$

33. 다음 중 알맞은 수를 찾아 $A + B + C - D$ 의 값을 구하여라.

$$\left(-\frac{x^A y^B}{Cz^2}\right)^D = \frac{x^{12} y^{20}}{16z^8}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\left(-\frac{x^A y^B}{Cz^2}\right)^D = \frac{x^{12} y^{20}}{16z^8}$$

$$(z^2)^D = z^8, D = 4$$

$$\left(-\frac{x^3 y^5}{2z^2}\right)^4$$

$$A = 3, B = 5, C = 2$$

$$\therefore A + B + C - D = 3 + 5 + 2 - 4 = 6$$

34. $3^{2x}(9^x + 9^x + 9^x) = 243$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$3^{2x} \times 3 \times 3^{2x} = 3^{4x+1} = 3^5 \text{ 이므로 } 4x + 1 = 5$$

$$\therefore x = 1$$

35. $2^3 = x$ 일 때, 32^6 을 x 의 거듭제곱으로 바르게 나타낸 것은?

① x^2

② x^4

③ x^6

④ x^8

⑤ x^{10}

해설

$$32^6 = (2^5)^6 = 2^{30} = (2^3)^{10} = x^{10}$$

36. $(-2a^2b^3)^4 \times \left(\frac{a}{2b^2}\right)^2 \div \{-(a^2b)^3\}$ 을 계산하면?

① $-4a^4b^5$

② $-2a^6b^3$

③ $4a^5b^4$

④ $-4a^6b^3$

⑤ $2a^4b^5$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 16a^8b^{12} \times \frac{a^2}{4b^4} \div (-a^6b^3) \\&= 16a^8b^{12} \times \frac{a^2}{4b^4} \times \left(-\frac{1}{a^6b^3}\right) \\&= -4a^4b^5\end{aligned}$$

37. 다음 마방진의 가로, 세로, 대각선의 곱이 모두 같아지도록 $3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6, 3^8, 3^9$ 을 빈 칸에 채워 넣었을 때, $(B - D) \times (C - A)$ 의 값을 구하여라.

A	3^7	
B		3
	C	D

▶ 답 :

▷ 정답 : 236196

해설

2	7	6	A (3^2)	3^7	3^6
9	5	1	B (3^9)	3^5	3
4	3	8	3^4	C (3^3)	D (3^8)

밑이 같은 거듭제곱의 곱은 지수끼리의 합과 같으므로 지수만으로 가로, 세로, 대각선의 합이 모두 같은 마방진을 먼저 만든다. (왼쪽 마방진)

밑을 3으로 하고 지수를 왼쪽 마방진의 수를 그대로 사용하면 오른쪽과 같이 가로, 세로, 대각선의 곱이 모두 3^{15} 가 되는 표가 완성된다.

따라서 $A(3^2), B(3^9), C(3^3), D(3^8)$ 이다.

$$\begin{aligned}
 &\therefore (B - D) \times (C - A) \\
 &= (3^9 - 3^8) \times (3^3 - 3^2) \\
 &= (3 \times 3^8 - 3^8) \times (3 \times 3^2 - 3^2) \\
 &= (2 \times 3^8) \times (2 \times 3^2) \\
 &= 4 \times 3^{10} \\
 &= 236196
 \end{aligned}$$

38. 다음을 만족하는 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하여라.

$$144^4 = (2^x \times 3^2)^4 = 2^y \times 3^8$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$144^4 = (2^4 \times 3^2)^4 = 2^{4x} \times 3^8 = (2^x \times 3^2)^4 = 2^y \times 3^8$$

$$x = 4, y = 16$$

$$\therefore x + y = 20$$

39. $3^m(3^n + 1) = 2430$ 을 만족하는 양의 정수 m, n 에 대하여 $m \times n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

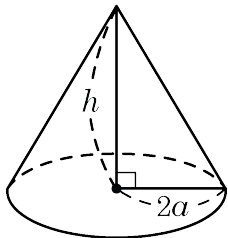
해설

$$2430 = 243 \times 10 = 3^5 \times (3^2 + 1)$$

$$m = 5, n = 2$$

$$\therefore m \times n = 10$$

40. 다음 그림은 부피가 $36a^2\pi$ 이고 밑면의 반지름의 길이가 $2a$ 인 원뿔이다. 원뿔의 높이 h 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$\frac{1}{3} \times (\text{밑넓이}) \times (\text{높이}) = (\text{원뿔의부피})$ 이므로

$$\frac{1}{3} \times \pi \times (2a)^2 \times h = 36a^2\pi$$

$$\frac{4a^2\pi}{3} \times h = 36a^2\pi$$

$$\therefore h = 27$$