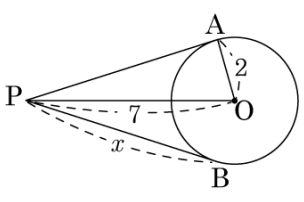
1. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{PA}}$, $\overline{\mathrm{PB}}$ 가 원 O 의 접선일 때, x 의 길이는?

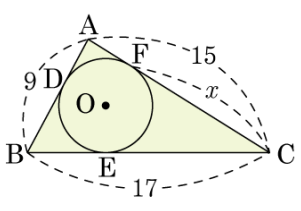


① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$
④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{BP}} = x$
$7^2 = \overline{\mathrm{AP}^2} + 2^2$
$\therefore x = 3\sqrt{5}$

2. 다음 그림에서 원 O은 내접원이고 점 D, E, F 는 각 선분의 접점이다. $\overline{AB} = 9$, $\overline{BC} = 17$, $\overline{AC} = 15$ 일 때, $\overline{CF}$ 의 길이는?



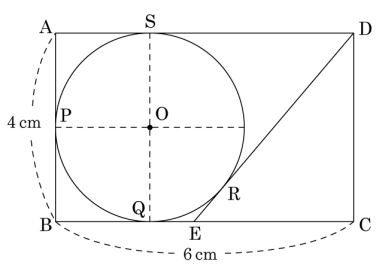
① 9 ② 10.5 ③ 11

④ 11.5 ⑤ 13

해설

$\overline{CF} = \overline{CE} = x, \overline{BE} = \overline{BD} = 17 - x, \overline{AF} = \overline{AD} = 15 - x$ 이므로
$\overline{AB} = (17 - x) + (15 - x) = 9 \therefore x = 11.5$

3. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 안에 원 O 와 △CDE 가 접하고 있다. △CDE 의 둘레의 길이를 구할 때, 다음 번호에 알맞게 쓴 것이 아닌 것은?



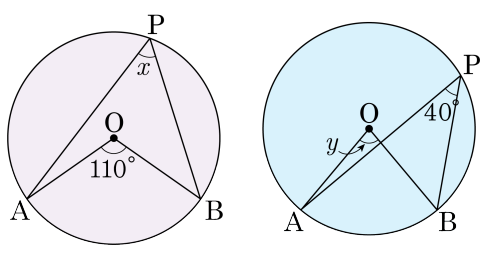
$\overline{AP} = \overline{AS} = 2$
$\overline{DS} = \overline{DA} - \overline{AS} = 4$
(△CDE 의 둘레)$= \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EC}$
$= \overline{CD} + (\overline{DR} + \overline{RE}) + ①$
$= \overline{CD} + \overline{DR} + (② + \overline{EC})$
$= \overline{CD} + \overline{DR} + (③ + \overline{EC})$
$= \overline{CD} + \overline{DR} + ④$
$= ⑤$

① $\overline{EC}$ ② $\overline{RE}$ ③ $\overline{EQ}$ ④ $\overline{CQ}$ ⑤ 16cm

해설

⑤ $4 + 4 + 4 = 12(\text{ cm})$

4. 다음 그림에서 $\angle x$와 $\angle y$ 의 크기를 각각 구하여 더하면?



① $95°$ ② $105°$ ③ $115°$ ④ $125°$ ⑤ $135°$

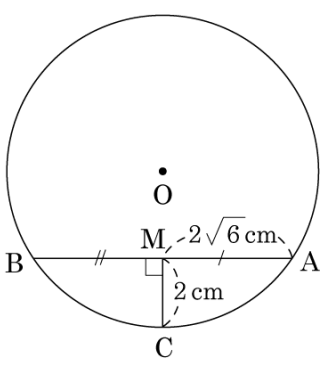
해설

$\angle x = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 110° = 55°$

$\angle y = 40° \times 2 = 80°$

$\therefore \angle x + \angle y = 135°$

5. 다음을 그림을 참고하여 원 O 의 넓이를 구하면?



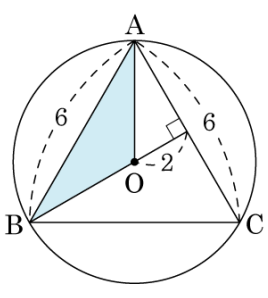
① $48\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $49\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $50\pi\,\mathrm{cm}^2$

④ $51\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $53\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$r^2 = (2\sqrt{6})^2 + (r-2)^2$
$r^2 = 24 + r^2 - 4r + 4$
$4r = 28$
$r = 7\ (\mathrm{cm})$
따라서 원의 넓이는 $\pi \times 7^2 = 49\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형일 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?



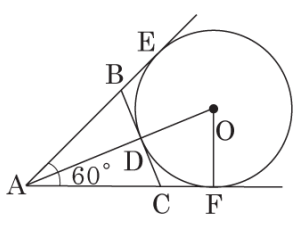
① 3 ② $3\sqrt{2}$ ③ 6 ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ 12

해설

원의 중심 O 와 $\overline{AB}$ 사이의 거리는 원의 중심 O 와 $\overline{AC}$ 사이의 거리인 2 와 같다.

$\therefore \triangle ABO = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6$

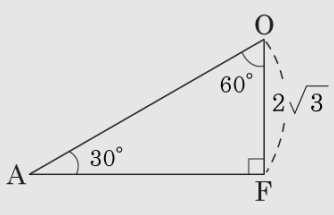
7. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 각각 원 O 와 △ABC 의 $\overline{BC}$, 그리고 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 연장선과의 교점이고, 원의 반지름이 $2\sqrt{3}$ 일 때, △ABC 의 둘레의 길이는?



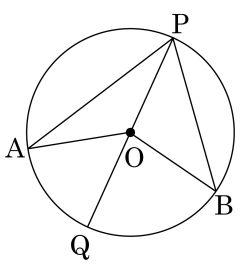
① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ 10 ④ $10\sqrt{2}$ ⑤ 12

해설

$\overline{AF} : 2\sqrt{3} = \sqrt{3} : 1, \quad \overline{AF} = 6$
(△ABC 의 둘레)= $\overline{AF}+\overline{AE}$ = $2\overline{AF} = 12$



8. 다음은 "한 호에 대한 원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$ 이다."를 설명하는 것이다. ㉠, ㉡에 해당되는 것을 모두 고르면? (정답 2개)



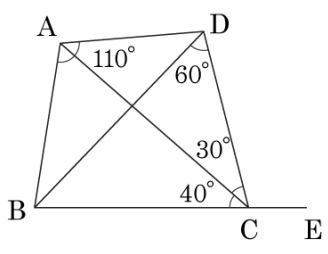
△PAO 와 △PBO 에서
∠APO = (㉠), ∠BPO = (㉡)
그런데 ∠APB = (㉠)+(㉡) = $\frac{1}{2}$∠AOB 이다.

① $\frac{1}{2}$∠AOQ ② $\frac{1}{2}$∠BOQ ③ $\frac{1}{2}$∠AOB
④ ∠PBO ⑤ ∠PAO

해설

∠APO = ∠PAO, ∠AOQ = ∠APO + ∠PAO
∴ ∠AOQ = 2∠APO, ∠APO = $\frac{1}{2}$∠AOQ
∠BPO = ∠OBP, ∠BOQ = ∠BPO + ∠OBP
∴ ∠BOQ = 2∠BPO, ∠BPO = $\frac{1}{2}$∠BOQ

9. 다음 그림의 □ABCD 가 원에 내접할 때 ∠BAC 의 크기는?

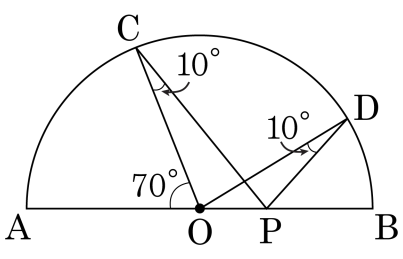


① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

한 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로
∠BAC = ∠BDC = 60°

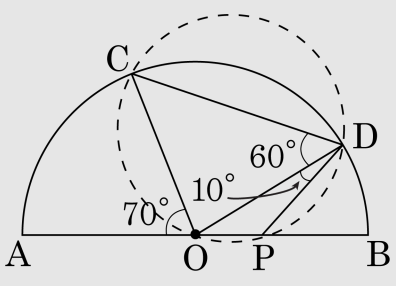
10. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원 O 에서 $\angle OCP = \angle ODP = 10°$, $\angle AOC = 70°$ 일 때, $\angle DOB$ 의 크기는?



① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

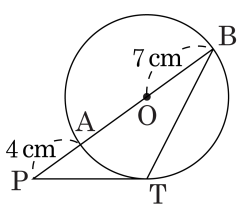
해설

네 점 C, O, P, D 는 한 원 위에 있는 점이다.



$\therefore \angle CDP = \angle COA = 70°$
$\therefore \angle CDO = \angle DCO = 70° - 10° = 60°$
$\angle COD = 180° - 2 \times 60° = 60°$
$\therefore \angle DOB = 180° - 70° - 60° = 50°$

11. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선일 때, $\overline{PT}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$
④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$\overline{PT}^2 = 4 \times 18 = 72$
$\therefore \overline{PT} = 6\sqrt{2}\ (\because \overline{PT} > 0)$

12. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 8 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle BAO = 30°$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?

① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 13

해설

$\angle AOC = 60°$, $\angle ATC = 30°$, $\overline{OA} = 8$
$1 : 2 = 8 : \overline{OT}$ $\therefore \overline{OT} = 16$
$\therefore \overline{CT} = 16 - 8 = 8$

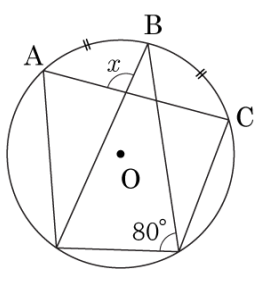
13. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}} = a$ 일 때, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BD}}$ 를 구하면?

① $\frac{6}{5}a$ ② $\frac{7}{5}a$ ③ $\frac{8}{7}a$
④ $\frac{9}{7}a$ ⑤ $\frac{10}{9}a$

해설

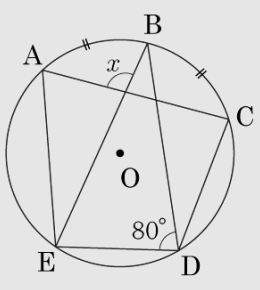
$\triangle ABP$ 에 외각에 $\angle APC = \angle ABP + \angle BAP$
$\angle BAP = 80° - 35° = 45°$
$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}} : 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}} = 35° : 45° = a : 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BD}}$
$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BD}} = \frac{45°}{35°} = \frac{9}{7}a$

14. 다음 그림과 같이 원 O 위의 점 A, B, C 가 있다. $\angle x$ 의 크기는? (단, 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$)



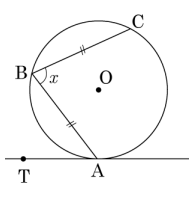
① 100° ② 110° ③ 120°
④ 130° ⑤ 140°

해설



다음 그림에서 점 D, E 를 잡으면 $\angle \mathrm{BDC} = \angle \mathrm{BEA}$ 이다.
내접사각형 AEDC 에서 $\angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{EDC} = 180°$ 이므로 $x = \angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{BEA} = \angle \mathrm{A} + \angle \mathrm{BDC} = 100°$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{AT}$ 는 원 O 의 접선이고, $\angle BAT = 50°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?

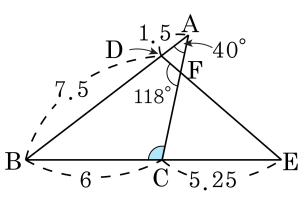


① 50° ② 60° ③ 70° ④ 80° ⑤ 90°

해설

A 와 C 를 이으면
$\angle BAT = \angle BCA = 50°$
$\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로 $\angle BAC = 50°$
$\therefore\ \angle x = 180° - 50° \times 2 = 80°$

16. 다음 그림에서 $\overline{AD} = 1.5$, $\overline{DB} = 7.5$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{CE} = 5.25$ 이고 $\angle DAF = 40°$, $\angle DFC = 118°$ 일 때, $\angle FCB$ 의 크기는?

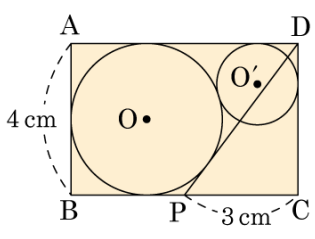


① 98° ② 100° ③ 102° ④ 112° ⑤ 118°

해설

$7.5 \times (7.5 + 1.5) = 6 \times (6 + 5.25)$,
즉 $\overline{BD} \cdot \overline{BA} = \overline{BC} \cdot \overline{BE}$ 이므로
네 점 A, D, C, E 는 한 원 위에 있다.
따라서 $\angle ACE = \angle ADE = 118° - 40° = 78°$ 이므로 $\angle FCB = 180° - 78° = 102°$ 이다.

17. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{PC} = 3\text{cm}$ 이다. 사각형 ABPD 가 원 O 에 외접하고 원 O′ 은 원 O 에 접하고, 변 AD, CD 에 접한다. 원 O′ 의 반지름은?



① $(8+4\sqrt{3})\,\text{cm}$ ② $(8-4\sqrt{3})\,\text{cm}$ ③ $(4+2\sqrt{3})\,\text{cm}$
④ $(4-2\sqrt{3})\,\text{cm}$ ⑤ $1\,\text{cm}$

해설

$\overline{FP} = \overline{GP} = x\text{cm}$ 라 하자.
$\triangle DPC$ 에서

$$\overline{DP} = \sqrt{\overline{DC}^2 + \overline{PC}^2}$$
$$= \sqrt{3^2 + 4^2}$$
$$= 5(\text{cm})$$

$\overline{DG} = 5 - x(\text{cm})$
또 $\overline{ED} = \overline{FC} = \overline{FP} + \overline{PC} = x + 3(\text{cm})$
$\overline{ED} = \overline{DG}$ 이므로 $x + 3 = 5 - x$, $x = 1$
$\therefore \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 2 + 4 = 6\ (\text{cm})$

원 O′ 의 반지름을 $r\text{cm}$ 라 하면
$(2+r)^2 = (2-r)^2 + (4-r)^2$
$r^2 - 16r + 16 = 0$
$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3} (\because 0 < r < 2)$

18. 다음 그림과 같이 두 원의 교점 B, E를 지나는 두 직선이 점 P에서 만나고, $\overline{CP}=4$, $\overline{DP}=2\sqrt{2}$, $\overline{PF}=16\sqrt{2}$일 때, $\overline{PA}$의 길이를 구하여라.

① 18 ② 22 ③ 28
④ 30 ⑤ 32

해설

원 O에서 $\overline{PB}\times\overline{PA}=\overline{PE}\times\overline{PF}$, $\dfrac{\overline{PE}}{\overline{PB}}=\dfrac{\overline{PA}}{\overline{PF}}$

원 O′에서 $\overline{PB}\times\overline{PC}=\overline{PE}\times\overline{PD}$, $\dfrac{\overline{PE}}{\overline{PB}}=\dfrac{\overline{PC}}{\overline{PD}}$

$\therefore \dfrac{\overline{PA}}{\overline{PF}}=\dfrac{\overline{PC}}{\overline{PD}}$

$\therefore \overline{PA}\times\overline{PD}=\overline{PC}\times\overline{PF}$

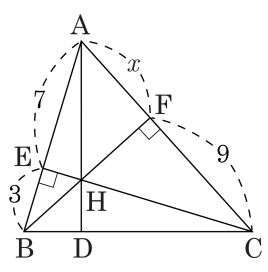
$\overline{PA}\times 2\sqrt{2}=4\times 16\sqrt{2}$

$\therefore \overline{PA}=32$

19. 다음 그림에서 x 의 값은?

① 4　② 4.5　③ 5

④ 5.5　⑤ 6



해설

점 E, B, C, F 는 한 원 위에 있고 직선 AB, AC 는 할선이 된다.

$7 \times 10 = x(x+9)$

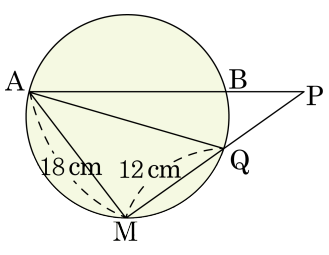
$70 = x^2 + 9x$

$x^2 + 9x - 70 = 0$

$(x+14)(x-5) = 0$

$\therefore x = 5 \ (\because x > 0)$

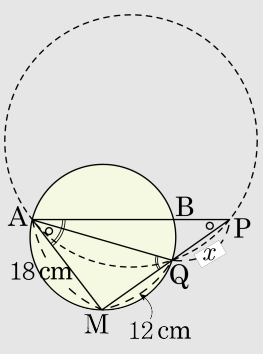
20. 다음 그림에서 점 M은 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 중점이고, $\overline{AM}$ = 18 cm, $\overline{MQ}$ = 12 cm 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?



① 14 cm ② 15 cm

③ 16 cm ④ 17 cm

⑤ 18 cm

해설

5.0pt$\overset{\frown}{AM}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{MB}$ 이므로
$\angle AQM = \angle MAB$
$\angle QAM = \angle MAB - \angle QAP$
$= \angle AQM - \angle QAP = \angle APM$
따라서, $\overline{AM}$ 은 세 점 A, Q, P 를 지나는 원의 접선이다. $\overline{PQ} = x$ 라 하면 $18^2 = 12(12 + x)$
$\therefore\ x = 15$ (cm)