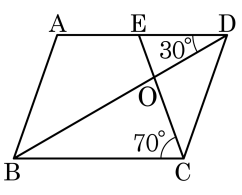
1. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BCO = 70°$, $\angle EDO = 30°$ 일 때, $\angle DOC$ 의 크기는?



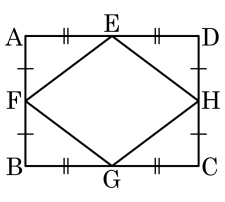
① 80° ② 85° ③ 90°

④ 95° ⑤ 100°

해설

$\angle BCO = \angle DEO$ (엇각)
$\triangle DEO$ 에서 $\angle DOC$ 는 한 외각이므로
$\angle DOC = \angle DEO + \angle EDO = 70° + 30° = 100°$

2. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. □EFGH 의 성질로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?(정답 2 개)



① 한 내각의 크기가 90° 이다.

② 두 대각선의 길이가 같다.

③ 두 대각선이 서로 이등분한다.

④ 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.

⑤ 네 변의 길이가 모두 같다.

해설

직사각형의 각 변의 중점을 연결하면 마름모가 된다. 마름모는 네 변의 길이가 모두 같고, 두 대각선이 서로 직교한다.

3. 다음은 '직사각형의 두 대각선은 길이가 같다.' 를 증명하는 과정이다. $\square$ 안에 들어갈 말로 옳은 것은?

(가정) $\square ABCD$ 에서 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$
(결론) $\overline{AC} = \overline{BD}$
(증명) 직사각형은 평행사변형이므로 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$,
$\angle ABC = \angle DCB$ (가정)
$\overline{BC}$ 는 공통
$\square$
따라서, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

① 즉, $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AB}$ 이다.

② 즉, $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이다.

③ 즉, $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

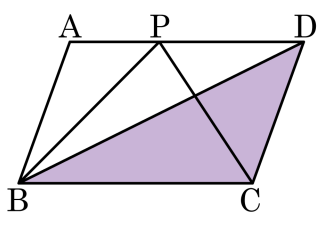
④ 즉, $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AB}$ 이다.

⑤ 즉, $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이다.

해설

(가정) $\square ABCD$ 에서 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D$
(결론) $\overline{AC} = \overline{BD}$
(증명) 직사각형은 평행사변형이므로 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$,
$\angle ABC = \angle DCB$ (가정)
$\overline{BC}$ 는 공통
즉, $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동) 이므로 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.
따라서 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

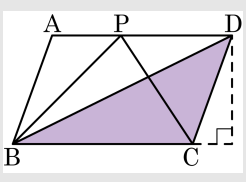
4. 다음 그림과 같이 □ABCD가 평행사변형이고 $\triangle PBC = 14\text{cm}^2$ 일 때, 어두운 부분의 넓이는?



① 13cm^2 ② 14cm^2 ③ 15cm^2

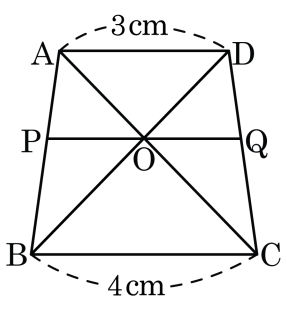
④ 16cm^2 ⑤ 17cm^2

해설



$\triangle PBC$와 $\triangle DBC$는 밑변의 길이 $\overline{BC}$와 높이가 같으므로 $\triangle DBC = \triangle PBC = 14(\text{cm}^2)$이다.

5. 다음 그림과 같이 사다리꼴의 두 대각선의 교점 O 를 지나고 밑변에 평행한 직선이 사다리꼴과 만나는 점을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{PO}$ 의 길이는? (단, $\overline{AD} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\text{cm}$)

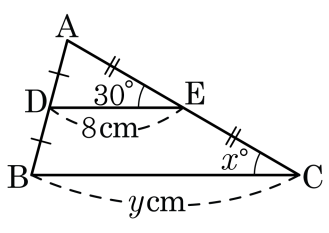


① $\frac{8}{7}\text{cm}$ ② $\frac{10}{7}\text{cm}$ ③ $\frac{12}{7}\text{cm}$
④ $\frac{14}{7}\text{cm}$ ⑤ $\frac{16}{7}\text{cm}$

해설

$\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{PO} : \overline{BC}$ 이다.
$\overline{AP} : \overline{AB} = 3 : 7$이므로
$3 : 7 = \overline{PO} : 4$
따라서 $\overline{PO} = \frac{12}{7}(\text{cm})$ 이다.

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}$의 중점이 점 D, $\overline{AC}$의 중점이 점 E일 때, $x+y$의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 46

해설

$\overline{DE} // \overline{BC}$이므로 $x° = \angle AED = 30°$

$y = 2\overline{DE} = 16$

$\therefore\ x+y = 30+16 = 46$

7. 한 모서리의 길이가 21 cm 인 정육면체 모양의 나무를 잘라서 한 모서리가 3 cm 인 정육면체 모양의 주사위를 만들려고 한다. 주사위는 모두 몇 개 만들 수 있겠는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 343 개

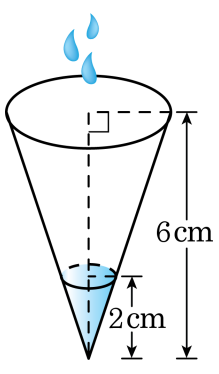
해설

$21 : 3 = 7 : 1$

$7^3 : 1^3 = 343 : 1$

$\therefore$ 주사위는 343 개 만들 수 있다.

8. 그림과 같이 원뿔 모양의 통에 물을 일정한 속도로 넣고 있다. 오후 2 시에 물을 넣기 시작해서 오후 2 시 5 분에 물의 깊이가 2cm 가 되었다고 한다. 통에 물이 가득 차는 것은 언제인가?

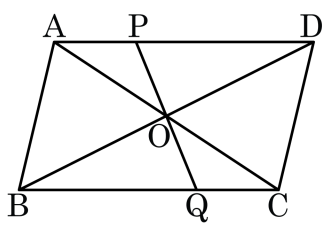


① 오후 4 시
② 오후 4 시 5 분
③ 오후 4 시 10 분
④ 오후 4 시 15 분
⑤ 오후 4 시 20 분

해설

닮음비 $2 : 6 = 1 : 3$ 이므로 부피의 비는 $1 : 27$ 이다.
나머지 부분까지 가득 채울 때 걸리는 시간을 x 시간이라 할 때
$1 : 26 = 5 : x$
$\therefore\ x = 130$
∴ 오후 4 시 15 분

9. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 변 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{OA} = \overline{OC}$
② $\overline{OB} = \overline{OC}$
③ $\overline{OP} = \overline{OQ}$
④ $\overline{OD} = \overline{OB}$
⑤ $\triangle AOP \equiv \triangle COQ$

해설

$\overline{AO} = \overline{OC}$, $\angle AOP = \angle COQ$, $\angle OAP = \angle OCQ$이므로 $\triangle AOP \equiv \triangle COQ$이다.
또한, 평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{OB} \neq \overline{OC}$이다.

10. 다음 중 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것은?

① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

③ 두 대각선의 길이가 같다.

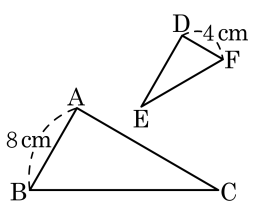
④ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설

평행사변형이 되는 조건
다음의 각 경우의 어느 한 조건을 만족하면 평행사변형이 된다.
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.(정의)
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DFE$ 이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① 점 A 에 대응하는 점은 점 D 이다.

② $\angle C$ 에 대응하는 각은 $\angle E$ 이다.

③ 변 AB 에 대응하는 변은 변 DF 이다.

④ $\overline{AC} : \overline{DE} = 2 : 1$

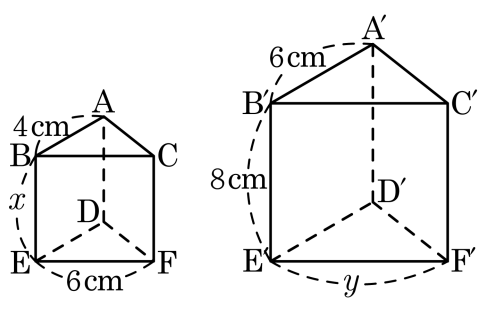
⑤ $\overline{BC} : \overline{DF} = 2 : 1$

해설

④ $\overline{AC} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{DF} = 8 : 4 = 2 : 1$

⑤ $\overline{BC}$ 와 $\overline{DF}$ 는 대응하는 변이 아니므로 주어진 그림에서 그 비를 알 수 없다.

12. 다음 그림의 두 입체도형이 서로 닮은 꼴일 때, $3x+y$ 의 값은?



① 7 ② 25 ③ $\frac{43}{3}$ ④ $\frac{44}{3}$ ⑤ 15

해설

$\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{BE} : \overline{B'E'}$ 이므로 $4 : 6 = x : 8$

$6x = 32$

$\therefore\ x = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$

$\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{EF} : \overline{E'F'}$ 이므로 $4 : 6 = 6 : y$

$4y = 36$

$\therefore\ y = \frac{36}{4} = 9$

$\therefore\ 3x + y = 3 \times \frac{16}{3} + 9 = 25$

13. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 의 길이는?

① 11　　② 10　　③ 9

④ 8　　⑤ 7

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CBA$ 에서 $\angle ABD = \angle CBA$

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BD} : \overline{BA} = 1 : 2$

$\therefore \triangle ABD \backsim \triangle CBA$ (SAS 닮음)

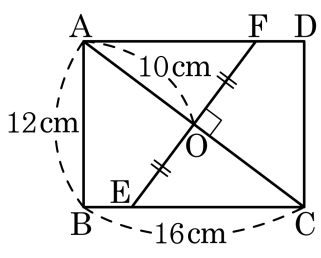
$\overline{AD} : \overline{CA} = \overline{BD} : \overline{BA}$

$5 : \overline{CA} = 3 : 6$

$3\overline{CA} = 30$

$\therefore\ \overline{CA} = 10$

14. 다음 그림의 □ABCD 는 직사각형이고 $\overline{AC}$ 는 $\overline{EF}$ 의 수직이등분선이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$, $\overline{AO} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?

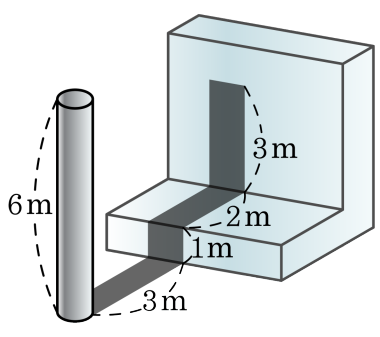


① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 16cm

해설

△AOF ≡ △COE (SAS 합동) 이므로
$\overline{AO} = \overline{CO} = 10\ (\text{cm})$, $\overline{AC} = 20\ (\text{cm})$
△ABC ∽ △EOC (AA 닮음) 이므로
$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{EO} : \overline{OC}$
$12 : 16 = \overline{EO} : 10$
$\overline{EO} = \frac{15}{2}\ (\text{cm})$
$\therefore\ \overline{EF} = 15\ (\text{cm})$

15. 다음 그림은 담 벽에 나타난 전봇대의 그림자이다. 6m 길이의 전봇대의 그림자의 길이가 다음과 같을 때, 같은 시각에 2m 길이의 막대의 그림자의 길이를 구하여라. (단, 막대는 그림자가 담벽에 놓이지 않는 위치에 세운다.)



▶ 답 : m

▷ 정답 : 5 m

해설

$\overline{BC}$ 의 연장선과 $\overline{AD}$ 의 연장선을 그어 만나는 점을 E 라고 하면 주어진 그림자는 다음 그림의 $\overline{BE}$ 의 길이와 같다.

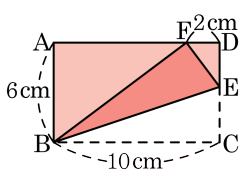
$\triangle ECD \backsim \triangle EBA$ 에서

$\overline{EC} : \overline{EC} + 5 = 4 : 6$

$\therefore \overline{EC} = 10\text{m}$

즉, 6m 길이의 전봇대의 그림자의 길이가 15m 이므로 2m 길이의 막대의 그림자의 길이는 5m 이다.

16. 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 를 접는 선으로 하여 점 C 가 점 F 에 오도록 접은 것이다. $\overline{EF}$ 의 길이는?



① $\frac{5}{3}$ cm ② $\frac{7}{3}$ cm ③ $\frac{10}{3}$ cm

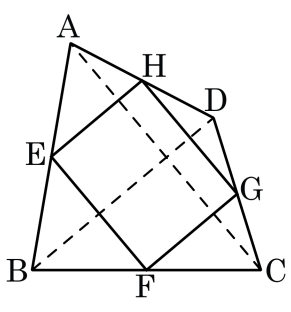
④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$\triangle ABF \backsim \triangle DFE$(AA닮음) 이므로 $6 : 2 = 10 : \overline{EF}$ $6\overline{EF} = 20$

$\therefore \overline{EF} = \frac{10}{3}$(cm)

17. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 각 변의 중점을 각각 E, F, G, H 라 하고, $\overline{AC} = 10\text{cm}$, $\overline{BD} = 8\text{cm}$ 일 때, □EFGH 의 둘레의 길이는?



① 16cm ② 18cm ③ 20cm ④ 28cm ⑤ 36cm

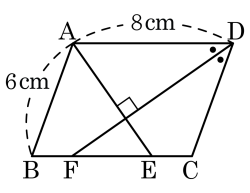
해설

$\overline{EH} = \overline{FG} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 8 = 4\,(\text{cm})$

$\overline{EF} = \overline{HG} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5\,(\text{cm})$

따라서, □EFGH 의 둘레의 길이는 $(4 \times 2) + (5 \times 2) = 18\,(\text{cm})$ 이다.

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DF}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선이고, $\overline{AE} \perp \overline{DF}$ 일 때, $\overline{FE}$ 의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로

$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이므로

$\angle A + \angle D = 180° \rightarrow \frac{1}{2}\angle A + \frac{1}{2}\angle D = 90°$ 인데

$\angle FDA + \angle DAE = 90°$ 이므로

$\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.

$\therefore \angle DAE = \angle EAB$

$\overline{AD} = \overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 6\text{cm}$ 에서

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로,

$\angle DAE = \angle BEA$ (엇각)

$\angle ADF = \angle CFD$ (엇각)

즉, $\triangle ABE$ 와 $\triangle DCF$ 는 이등변삼각형이므로

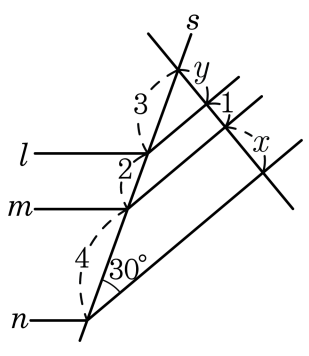
$\overline{BE} = \overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{CF} = \overline{DC} = 6\text{cm}$

$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF} - \overline{EF}$ 이므로

$8 = 6 + 6 - \overline{EF}$

$\therefore \overline{EF} = 4\text{cm}$

19. 다음 그림과 같이 서로 평행한 직선 l, m, n 이 직선 s와 만나 $30°$로 일정하게 꺾였다.
x, y 를 각각 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 2$

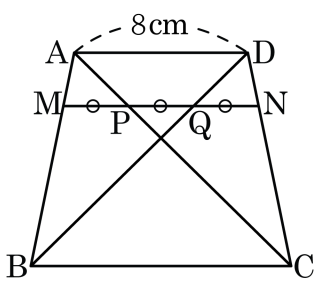
▷ 정답: $y = \frac{3}{2}$

해설

$1 : x = 2 : 4$이므로 $x = 2$

$y : 1 = 3 : 2$이므로 $y = \frac{3}{2}$

20. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AM} : \overline{MB} = \overline{DN} : \overline{NC} = 1 : 3$ 이다.
$\overline{MP} = \overline{PQ} = \overline{QN}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.

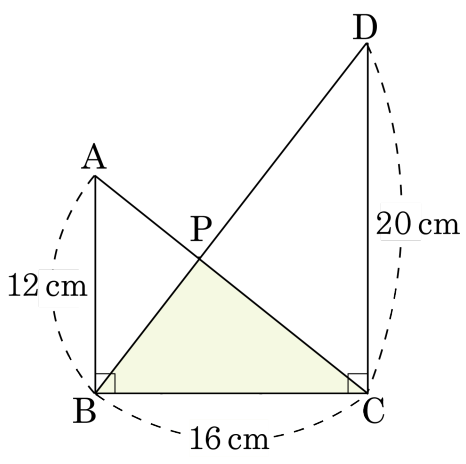


① 9cm ② 12cm ③ 15cm ④ 18cm ⑤ 21cm

해설

$\overline{AM} : \overline{MB} = \overline{DN} : \overline{NC} = 1 : 3$ 에서 $3 : 4 = \overline{MQ} : 8$ 이다.
따라서 $\overline{MQ} = 6$ 이다.
$\overline{MQ} = 2\overline{MP}$ 이므로 $\overline{MP} = 3$cm 이다.
$1 : 4 = 3 : \overline{BC}$ 이므로 $\overline{BC} = 12$ 이다.

21. 다음 그림에서 $\angle B = \angle C = 90°$ 일 때, $\triangle PBC$의 넓이는?



① 20cm^2 ② 30cm^2 ③ 40cm^2

④ 50cm^2 ⑤ 60cm^2

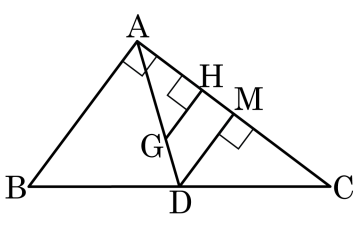
해설

점 P 에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{AB}//\overline{PH}//\overline{DC}$ 이므로

$\overline{PH} = \dfrac{\overline{AB} \times \overline{DC}}{\overline{AB} + \overline{DC}} = \dfrac{12 \times 20}{12 + 20} = \dfrac{15}{2}(\text{cm})$ 이다.

$\therefore \triangle PBC = \dfrac{1}{2} \times \overline{PH} \times \overline{BC} = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{15}{2} \times 16 = 60(\text{cm}^2)$

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 10$, $\overline{AC} = 8$ 인 직각삼각형 ABC 의 무게중심 G 에서 변 AC 에 내린 수선의 발을 H, 변 AC 의 중점을 M 이라 할 때, 선분 GH 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

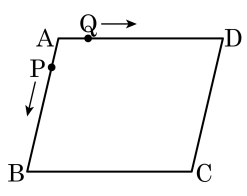
해설

중점연결 정리에 의해 $\triangle ABC \backsim \triangle CMD$ 이고, 닮음비는 2 : 1 이므로 $\overline{DM} = 3$

또 $\overline{GH} // \overline{DM}$ 이므로 $\triangle ADM \backsim \triangle AGH$ 이고, 닮음비는 무게중심의 성질에 의해 3 : 2

$\therefore \overline{GH} = \frac{2}{3}\overline{DM} = 2$

23. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{AD} = 12\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 의 변 위를 점 P 는 매초 0.2cm 의 속도로 점 A 에서 B 를 지나 C 까지 움직이고, 점 Q 는 매초 0.3cm 의 속도로 점 A 에서 D 를 지나 C 까지 움직인다. 점 P , Q 가 점 A 를 동시에 출발하고부터 $\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 가 합동이 되는 것은 몇 초 후인지 구하여라.



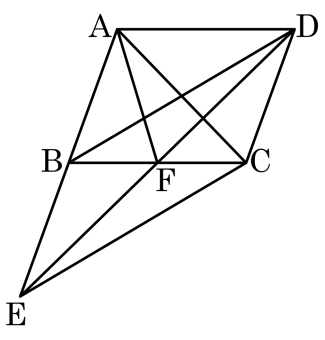
▶ 답 : 초 후

▷ 정답 : 32 초 후

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 가 합동일 때 점 P 는 $\overline{BC}$ 위에, 점 Q 는 $\overline{AD}$ 위에 있고, $\overline{BP} = \overline{DQ}$ 일 때이다.
점 A 에서 출발한 점 P, Q 가 만든 삼각형이 합동이 될 때까지 걸린 시간을 x 라 할 때
$0.2x - 4 = 12 - 0.3x$ 이다.
$\therefore x = 32$(초 후)

24. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB}$ 의 연장선 위에 한 점 E 를 잡아 $\overline{ED}$ 와 $\overline{BC}$ 의 교점을 F 라 한다. $\triangle ABF = 12cm^2$ 일 때, $\triangle FEC$ 의 넓이를 구하여라.



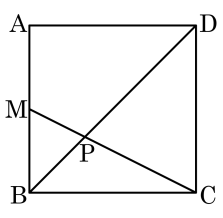
▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad cm^2}$

▷ 정답: 12 $\underline{cm^2}$

해설

$\triangle ABF = \triangle DBF$, $\triangle BDC = \triangle EDC$
$\triangle BDC - \triangle FDC = \triangle EDC - \triangle FDC$
$\therefore \triangle DBF = \triangle FEC$
따라서, $\triangle FEC = 12(cm^2)$ 이다.

25. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 점 M 은 $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\triangle MBP = 15\,cm^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하면?



① $120\,cm^2$ ② $140\,cm^2$ ③ $160\,cm^2$

④ $180\,cm^2$ ⑤ $200\,cm^2$

해설

$\overline{BC}$ 의 중점 N 을 잡으면

$\triangle PMB \equiv \triangle PNB$(SAS합동)

$\triangle PCN = \triangle PNB = \triangle PMB = 15(\,cm^2)$

$\therefore \square ABCD = 4\triangle MBC = 4 \times 15 \times 3 = 180(\,cm^2)$