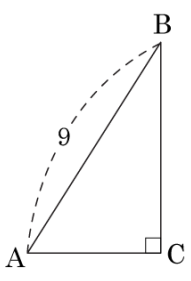
1. $\cos A = \frac{2}{3}$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 9$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는? (단, $0° < A < 90°$)



① $9\sqrt{3}$ ② $9\sqrt{5}$ ③ $7\sqrt{5}$ ④ $9\sqrt{7}$ ⑤ $18\sqrt{5}$

해설

$\cos A = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{2}{3}$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{AB} \times \cos A = 9 \times \frac{2}{3} = 6$ 이다.

피타고라스 정리에 의해 $\overline{BC} = \sqrt{9^2 - 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ 이다.

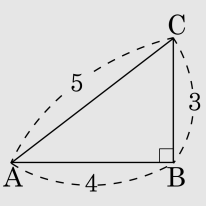
따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $6 \times 3\sqrt{5} \times \frac{1}{2} = 9\sqrt{5}$ 이다.

2. $\cos A = \frac{4}{5}$ 일 때, $\sin A + \tan A$ 의 값은? (단, $\angle A$ 는 예각이다.)

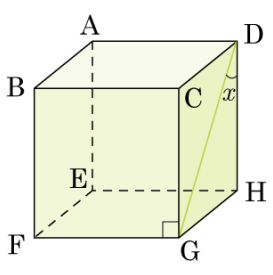
① $\frac{23}{20}$ ② $\frac{27}{20}$ ③ $\frac{12}{25}$ ④ $\frac{17}{25}$ ⑤ $\frac{24}{25}$

해설

$$\sin A + \tan A = \frac{3}{5} + \frac{3}{4}$$
$$= \frac{12+15}{20}$$
$$= \frac{27}{20}$$



3. 다음 그림과 같은 한 변의 길이가 2 인 정육면체에서 $\angle GDH$ 가 x 일 때, $\cos x$ 의 값이 $\frac{\sqrt{a}}{b}$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하시오.(단, a, b는 유리수)



▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

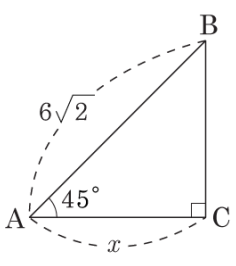
$\overline{DG} = 2\sqrt{2}$

$\overline{DH} = 2$ 이므로

$\cos x = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 $a+b=4$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답:

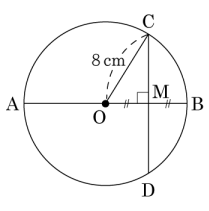
▷ 정답: 6

해설

$\cos 45° = \dfrac{x}{6\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $2x = 12$

$\therefore\ x = 6$

5. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이다. $\overline{OM} = \overline{MB}$ 이고, 반지름이 8cm 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



① 10cm ② $10\sqrt{2}$cm ③ $8\sqrt{3}$cm

④ 12cm ⑤ $12\sqrt{3}$cm

해설

$\overline{OM} = \overline{MB} = 4$cm

$\triangle OCM$ 에서 $\overline{CM} = 4\sqrt{3}$cm

$\therefore \overline{CD} = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$

6. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 합동인 두 원에서 중심각과 호의 길이는 정비례한다.

② 합동인 두 원에서 중심각과 현의 길이는 정비례한다

③ 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

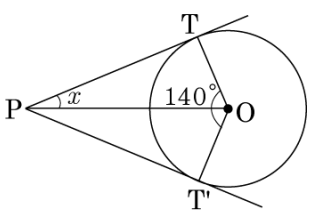
④ 한 원에서 중심에서 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같다.

⑤ 현의 수직이등분선은 원의 중심을 지난다.

해설

중심각과 현의 길이는 정비례하지 않는다.

7. 다음 그림에서 직선 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$은 원 O의 접선이고, $\angle TOT' = 140°$ 일 때, $\angle TPO$ 의 크기는?



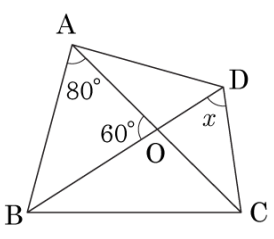
① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle POT \equiv \triangle POT'$ (RHS 합동)

$\therefore x = \frac{1}{2}(180° - 140°) = 20°$

8. 다음 그림에서 □ABCD 가 원에 내접할 때 $\angle BAC = 80°$, $\angle AOB = 60°$ 이다. 이때, x 의 값을 구하여라.



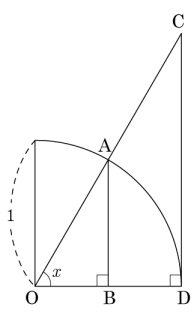
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 80°

해설

$\angle BAC = \angle BDC$ ∴ $x = 80°$

9. 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 $\tan x$ 를 나타내는 선분은?



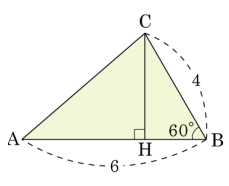
① $\overline{AB}$ ② $\overline{CD}$ ③ $\overline{OB}$ ④ $\overline{OD}$ ⑤ $\overline{BD}$

해설

$\overline{OD} = 1$, $\triangle COD$ 에서 $\tan x = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \overline{CD}$

$\therefore \tan x = \overline{CD}$

10. 다음 그림의 △ABC 에서 △ACH 둘레의 길이는?



① $2(2+\sqrt{3}+\sqrt{6})$ ② $2(2+\sqrt{2}+\sqrt{7})$

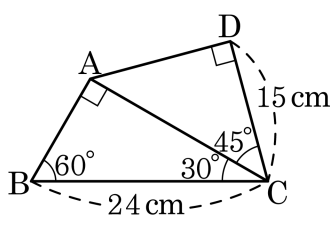
③ $2(3+\sqrt{3}+\sqrt{7})$ ④ $2(2+\sqrt{3}+\sqrt{7})$

⑤ $2(2+\sqrt{3}-\sqrt{7})$

해설

$\overline{CH}$ 의 길이는 $4\times\sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$
$\overline{AH}$ 의 길이는 $6-\overline{BH} = 6-4\cos 60^\circ = 4$
$\overline{AC}$ 의 길이는 $\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{7}$
따라서 △ACH 둘레의 길이는 $2\sqrt{3}+4+2\sqrt{7} = 2(2+\sqrt{3}+\sqrt{7})$ 이다.

11. 다음 그림과 같은 □ABCD 의 넓이를 구하여라.



① $72+45\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ ② $72\sqrt{2}+45\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

③ $72\sqrt{2}+45(\text{cm}^2)$ ④ $72\sqrt{2}+45\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

⑤ $72\sqrt{3}+45\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

해설

$\sin 60° = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{AC}}{24} \Rightarrow \dfrac{\overline{AC}}{24} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AC} = 12\sqrt{3}\,(\text{cm})$

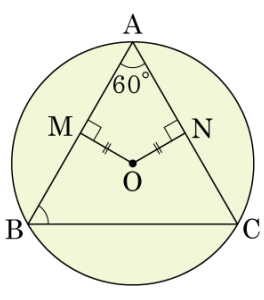
(□ABCD 의 넓이)= △ABC + △ACD

$= \dfrac{1}{2} \times 24 \times 12\sqrt{3} \times \sin 30° + \dfrac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 15 \times \sin 45°$

$= \dfrac{1}{2} \times 24 \times 12\sqrt{3} \times \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 15 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$= 72\sqrt{3} + 45\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

12. 다음 그림과 같이 원의 중심 O 와 두 현 AB, AC 사이의 거리가 같고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\angle BAC = 60°$ 이다. 이 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $4\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ ② $6\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ ③ $9\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

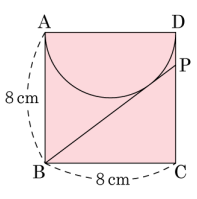
④ $12\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ ⑤ $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{OM} = \overline{ON} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{AC}$ 이다.
그런데, $\angle A = 60°$ 이므로 모든 각의 크기가 $60°$ 로 같다.
따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

$\triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 이다.

13. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 8cm 인 정사각형이다. $\overline{BP}$ 가 $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 반원에 접할 때, $\overline{BP}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

$\overline{DP} = x$ cm 라 하면

△BPC에서

$(8+x)^2 = 8^2 + (8-x)^2$

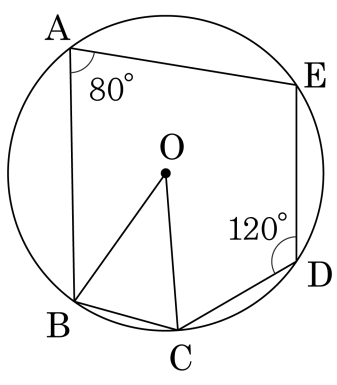
$64 + 16x + x^2 = 64 + 64 - 16x + x^2$

$32x = 64$

$x = 2$

$\therefore \overline{BP} = 8 + 2 = 10(\text{cm})$

14. 다음 그림과 같이 오각형 ABCDE 가 원 O 에 내접할 때, ∠BOC 의 크기를 구하여라.



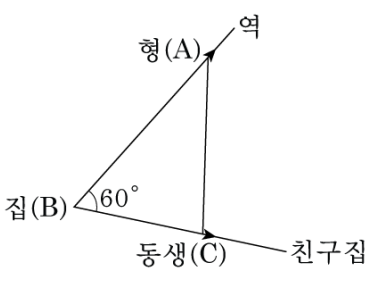
▶ 답: _____ °

▷ 정답: 40 °

해설

점 B 와 점 D 를 이으면 ∠BDE = 100°
∠BDC = 20° 이므로
∠BOC = 20° × 2 = 40°

15. 다음 그림과 같이 형은 기차를 타려고 시속 6 km로, 동생은 친구집에 가려고 시속 4 km로 갔다. 30분 후에 두 형제간의 거리를 구하여라.



▶ 답 : km

▷ 정답 : $\sqrt{7}$ km

해설

(형이 간 거리) $= 6 \times 0.5 = 3$ (km)
(동생이 간 거리) $= 4 \times 0.5 = 2$ (km)
점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라하면,
$\overline{AH} = 3\sin 60°$

$$= 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ (km)}$$

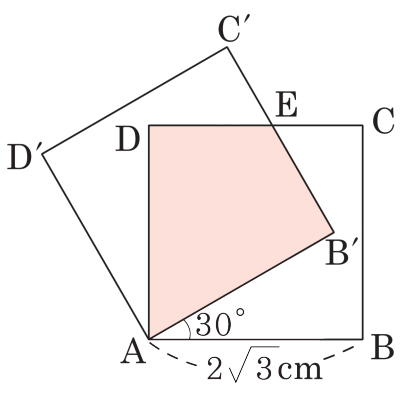
$\overline{BH} = 3\cos 60° = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ (km)에서

$\overline{HC} = \frac{1}{2}$ (km)이다.

$$\overline{AC}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HC}^2 = \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 7$$

따라서 $\overline{AC} = \sqrt{7}$ (km)이다.

16. 다음 그림과 같이 한변의 길이가 $2\sqrt{3}$cm 인 정사각형 ABCD 를 점 A 를 중심으로 30° 만큼 회전시켜 □AB′C′D′ 을 만들었다. 두 정사각형이 겹쳐지는 부분의 넓이를 구하면?



① $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ② $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

④ $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\square DAB'E = 2\triangle AB'E = 2\times 2\sqrt{3}\times 2\times\frac{1}{2} = 4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$

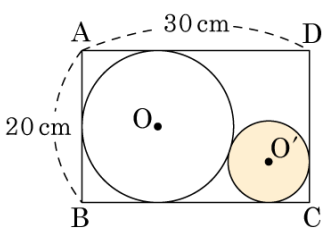
17. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}} = a$ 일 때, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BD}}$ 를 구하면?

① $\frac{6}{5}a$ ② $\frac{7}{5}a$ ③ $\frac{8}{7}a$
④ $\frac{9}{7}a$ ⑤ $\frac{10}{9}a$

해설

$\triangle ABP$ 에 외각 $\angle APC = \angle ABP + \angle BAP$
$\angle BAP = 80° - 35° = 45°$
$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}} : 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}} = 35° : 45° = a : 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BD}}$
$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BD}} = \frac{45°}{35°} = \frac{9}{7}a$

18. 다음 그림에서 원 O 는 직사각형 ABCD 에 내접하는 큰 원이고 원 O′ 은 그 나머지 부분에 내접하는 작은 원이다. 원 O′ 의 넓이는?

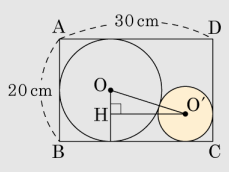


① $400(10-17\sqrt{3})\text{cm}^2$ ② $400(7-4\sqrt{3})\text{cm}^2$

③ $420(10-19\sqrt{3})\text{cm}^2$ ④ $400(100-20\sqrt{3})\text{cm}^2$

⑤ $410(10-21\sqrt{3})\text{cm}^2$

해설



그림과 같이 보조선을 그어 $\triangle O'OH$ 에서

$\overline{OO'} = 10 + x$

$\overline{OH} = 10 - x$

$\overline{O'H} = 20 - x$

$\overline{OO'}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{O'H}^2$ 에서

$(10+x)^2 = (10-x)^2 + (20-x)^2$

$x^2 - 80x + 400 = 0$

$x = 40 \pm 20\sqrt{3}$

x 는 30 보다 작으므로 $x = (40 - 20\sqrt{3})$ cm 이다.

$\therefore$ (원 O′ 의 넓이)$= \pi(40-20\sqrt{3})^2 = 400(7-4\sqrt{3})(\text{cm}^2)$