

1. 첫째항이 12, 공차가 -7 인 등차수열의 일반항 a_n 을 구하면?

① $-7n + 19$

② $-7n - 7$

③ $-7n - 12$

④ $7n - 5$

⑤ $7n + 12$

해설

$$a_n = 12 + (n - 1) \cdot (-7) = -7n + 19$$

2. 다음 등차수열의 제 20 항을 구하여라.

131, 137, 143, 149, 155, 161, ...

▶ 답 :

▷ 정답 : 245

해설

주어진 등차수열의 제 1 항을 a , 공차를 d 라고 하자.

$a = 131$, $d = 137 - 131 = 6$ 이므로

$$a_n = 131 + (n - 1) \cdot 6 = 6n + 125$$

$$\therefore a_{20} = 6 \cdot 20 + 125 = 245$$

3. 첫째항이 -4 , 공차가 3 인 등차수열의 첫째항부터 제 17 항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 340

해설

$$S_{17} = \frac{17 \{2 \cdot (-4) + (17 - 1) \cdot 3\}}{2} = \frac{680}{2} = 340$$

4. 다음 중 등비수열인 것을 모두 고른 것은?

㉠ 1, 4, 9, 16, 25, ...

㉡ 3, 9, 27, 81, 243, ...

㉢ 9, 99, 999, 9999, 99999, ...

㉣ 2, 3, 4, 9, 8, 27

㉤ $\frac{4}{9}, \frac{2}{3}, 1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

해설

㉡은 공비가 3인 등비수열이다.

㉤은 공비가 $\frac{3}{2}$ 인 등비수열이다.

5. 다음 등비수열의 일반항 a_n 은?

2, 4, 8, 16,

① $(-2)^n$

② 2^{n-1}

③ 2^{n+1}

④ 2^n

⑤ $(-2)^{n-1}$

해설

주어진 수열은 첫째항이 2이고 공비가 2이므로 $a_n = 2^n$

6. 등비수열 $-3, 6, -12, 24, -48, \dots$ 에서 384는 제 몇 항인가?

① 제 6 항

② 제 7 항

③ 제 8 항

④ 제 9 항

⑤ 제 10 항

해설

주어진 등비수열의 일반항을 a_n 이라 하면 첫째항이 -3 이고,
공비가 -2 이므로

$$a_n = (-3) \cdot (-2)^{n-1}$$

$$(-3) \cdot (-2)^{n-1} = 384 \text{ 에서 } (-2)^{n-1} = -128 = (-2)^7$$

$$n - 1 = 7 \quad \therefore n = 8$$

7. 첫째항이 $\frac{1}{4}$, 끝항이 $\frac{1}{16}$, 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열의 항의 개수는?

㉠ 3

㉡ 4

㉢ 5

㉣ 6

㉤ 7

해설

$$a_n = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{16}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{4} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$n - 1 = 2$$

$$n = 3$$

8. 첫째항이 1, 공비가 -3인 항수가 5인 등비수열의 합은?

①

61

② 122

③ 244

④ 361

⑤ 722

해설

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \text{에서}$$

$$S_5 = \frac{1 \cdot \{1 - (-3)^5\}}{1 - (-3)} = 61$$

9. 등차수열 10, a_1 , a_2 , a_3 , $\cdots$, a_{99} , -390 에서 공차는?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$b_1 = 10, b_2 = a_1, b_3 = a_2, \cdots,$$

$$b_{100} = a_{99}, b_{101} = -390$$

$$\therefore b_{101} = 10 + (101 - 1) \cdot d = -390$$

$$100d = -400$$

$$\therefore d = -4$$

10. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 = 4a_3$, $a_2 + a_4 = 4$ 가 성립할 때, a_6 의 값은?

① 5

② 8

③ 11

④ 13

⑤ 16

해설

a_2, a_3, a_4 는 이 순서로 등차수열을 이루므로 $a_3 = \frac{a_2 + a_4}{2} = 2$

$$\therefore a_5 = 4a_3 = 8$$

이때, 공차를 d 라 하면 $a_5 = a_3 + 2d$ 이므로

$$8 = 2 + 2d \quad \therefore d = 3$$

$$\therefore a_6 = a_5 + d = 8 + 3 = 11$$

11. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 + a_{10} + a_{15} + a_{20} = 72$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{24}$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 432

해설

첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_5 + a_{10} + a_{15} + a_{20} = 4a + 46d = 72$$

$$2a + 23d = 36$$

$$\begin{aligned}\therefore a_1 + a_2 + \cdots + a_{24} &= \frac{24(2a + 23d)}{2} \\ &= 12 \times 36 \\ &= 432\end{aligned}$$

12. 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 S_n 인 등차수열에 대하여 $S_5 = 25$, $S_7 = 49$ 일 때, S_{10} 의 값은?

① 64

② 80

③ 92

④ 100

⑤ 120

해설

$$S_5 = \frac{5(2a + 4d)}{2} = 25 \text{ 에서 } a + 2d = 5 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$S_7 = \frac{7(2a + 6d)}{2} = 49 \text{ 에서 } a + 3d = 7 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$d = 2, a = 1$$

$$\therefore S_{10} = \frac{10(2 \cdot 1 + 9 \cdot 2)}{2} = 100$$

13. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n - 1$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a_{10} = S_{10} - S_9$$

$$S_{10} = 10^2 + 20 - 1 = 119,$$

$$S_9 = 9^2 + 18 - 1 = 98$$

$$\therefore a_{10} = 119 - 98 = 21$$

14. 3과 75의 등비중항을 x , 3과 75의 등차중항을 y 라 할 때, $x + y$ 의 값은?

① 45

② 48

③ 49

④ 50

⑤ 54

해설

x 는 3과 75의 등비중항이므로

$$x^2 = 3 \times 75 = 15^2$$

$$\therefore x = 15$$

y 는 3과 75의 등차중항이므로

$$2y = 3 + 75 = 78$$

$$\therefore y = 39$$

$$\therefore x + y = 15 + 39 = 54$$

15. 두 수 1과 64사이에 다섯 개의 수 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 를 넣어서 만든 수열이 등비수열을 이룰 때, a_3 의 값은?(단, $a_3 > 0$)

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

해설

주어진 수열이 등비수열을 이루므로
1, a_3 , 64도 등비수열을 이룬다.

$$(a_3)^2 = 1 \cdot 64 \quad \therefore a_3 = 8$$

16. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = 2^n + (-1)^n$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$ 의 값은?

① $2^{10} - 3$

② $2^{10} - 1$

③ 2^{10}

④ $2^{10} + 1$

⑤ $2^{10} + 3$

해설

$$a_n = 2^n + (-1)^n \text{에서}$$

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_9$$

$$= (2^1 - 1) + (2^2 + 1) + \cdots + (2^9 - 1)$$

$$= (2^1 + 2^2 + \cdots + 2^9) - 1$$

$$= \frac{2(2^9 - 1)}{2 - 1} - 1 = 2^{10} - 3$$

17. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n + 2$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$S_{10} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10}$, $S_9 = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$
이므로

$$\begin{aligned} a_{10} &= S_{10} - S_9 \\ &= (10^2 - 3 \cdot 10 + 2) - (9^2 - 3 \cdot 9 + 2) \\ &= (10^2 - 9^2) - 3(10 - 9) \\ &= 16 \end{aligned}$$

18. 다음 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항 a_n 은?

1, 4, 9, 16...

① n

② $3n - 2$

③ $2n + 1$

④ n^2

⑤ $(n + 1)^2$

해설

$$a_1 = 1, a_2 = 4 = 2^2, a_3 = 9 = 3^2, a_4 = 16 = 4^2, \dots$$

$$\therefore a_n = n^2$$

19. 정삼각형 모양의 타일을 이용하여 다음 그림과 같이 각 변의 길이가 처음 삼각형의 한 변의 길이의 2배, 3배, 4배, ... 인 정삼각형 모양을 계속하여 만든다. 한 변의 길이가 처음 정삼각형의 한 변의 길이의 6배인 정삼각형을 만들 때, 필요한 타일의 개수는?



- ① 30 개 ② 32 개 ③ 34 개 ④ 36 개 ⑤ 38 개

해설

타일의 개수를 $\{a_n\}$ 이라 하면

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 4$$

$$a_3 = 9$$

$\vdots$

$$\therefore a_n = n^2$$

$$\therefore a_6 = 36$$

20. 세 수 $\log_2 x$, $\log_2 y$, $\log_2 z$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, x , y , z 의 관계식은?(단, $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$)

① $y = \frac{x+z}{2}$

② $y = x + z$

③ $y = 2(x + z)$

④ $y = \sqrt{xz}$

⑤ $y = xz$

해설

세 수 $\log_2 x$, $\log_2 y$, $\log_2 z$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$\log_2 y = \frac{\log_2 x + \log_2 z}{2} = \frac{\log_2 xz}{2}$$

$$2 \log_2 y = \log_2 xz, \quad \log_2 y^2 = \log_2 xz$$

$$\therefore y^2 = xz$$

$$\therefore y = \sqrt{xz} (x > 0, y > 0, z > 0)$$

21. 수열 4, a , b , c , 16이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 10

② 20

③ 30

④ 40

⑤ 50

해설

$$a - 4 = d$$

$$b - a = d$$

$$c - b = d$$

$$16 - c = d$$

좌변은 좌변끼리, 우변은 우변끼리

$$\text{더하면 } 16 - 4 = 4d \therefore d = 3$$

$$\therefore a = 4 + 3 = 7$$

$$b = 7 + 3 = 10$$

$$c = 10 + 3 = 13$$

$$\therefore a + b + c = 30$$

22. $a_5 = 77$, $a_{10} = 42$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 처음으로 음수가 되는 항은?

① a_{16}

② a_{17}

③ a_{18}

④ a_{19}

⑤ a_{20}

해설

$$a_5 = a + 4d = 77$$

$$a_{10} = a + 9d = 42$$

$$5d = -35$$

$$d = -7$$

$$a_5 = a + 4 \cdot (-7) = 77 \quad \therefore a = 105$$

$$\begin{aligned} \therefore a_n &= 105 + (n-1) \times (-7) \\ &= -7n + 112 \end{aligned}$$

$-7n + 112 < 0$ 인 정수 n 의 최솟값을 구하면

$$112 < 7n$$

$$16 < n$$

$$\therefore n = 17$$

23. 첫째항이 -10 , 공차가 2 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $|a_1| + |a_2| + |a_3| + \cdots + |a_{11}|$ 의 값은?

① 60

② 70

③ 80

④ 90

⑤ 100

해설

$$\begin{aligned} a_n &= -10 + (n-1) \cdot 2 \\ &= 2n - 12 \end{aligned}$$

$$a_n = 2n - 12 = 0, \quad \therefore n = 6$$

즉, $a_1 \sim a_5$ 는 음수, $a_6 = 0$,

$a_7 \sim a_{11}$ 은 양수이다.

따라서

$$\begin{aligned} |a_1| + \cdots + |a_5| &= \left| \frac{5 \{ 2 \cdot (-10) + 4 \cdot 2 \}}{2} \right| \\ &= 30 \end{aligned}$$

$$a_7 = -10 + 6 \cdot 2 = 2$$

$$a_{11} = -10 + 10 \cdot 2 = 10$$

$$\therefore |a_7| + \cdots + |a_{11}| = \frac{5 \cdot (2 + 10)}{2} = 30$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = 30 + 0 + 30 = 60$$

24. 삼각형 ABC 에서 각 꼭짓점 A, B, C 에 대응하는 변 a, b, c 에 대하여 다음이 성립한다.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

이 성질을 이용하여 변 a, b, c 가 이 순서로 등차수열을 이루고, $\sin A, \sin B, \sin C$ 는 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$\sin A, \sin B, \sin C$ 이 이 순서로 등비수열을 이루므로
 $\sin B = \sin A \times \sin C$

$$\left(\frac{b}{2R}\right)^2 = \frac{a}{2R} \times \frac{c}{2R} \therefore b^2 = ac$$

즉, a, b, c 는 이 순서로 등차수열도 이루고, 등비수열도 이룬다.
이런 경우는 세변의 길이가 같은 경우뿐이므로 삼각형 ABC 는 정삼각형이다.

25. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음과 같이 정의되어 있다.

$$a_n = 2n + 1, b_n = 3n + 2 (n = 1, 2, 3, \dots)$$

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에서 공통인 항을 작은 것부터 순서대로 나열한 수열을 $\{c_n\}$ 이라 한다. 이때, C_{20} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 119

해설

$a_2 = b_1 = 5$, $a_5 = b_3 = 11$, $a_8 = b_5 = 17, \dots$ 이므로 수열 $\{c_n\}$ 은 첫째항이 5, 공차가 6인 등차수열이다.

$$\therefore c_{20} = 5 + 19 \cdot 6 = 119$$