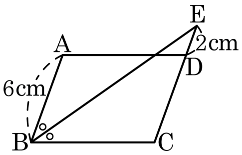
1. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선과 $\overline{CD}$ 의 연장선과의 교점을 E 라 하고, $\overline{AB} = 6\text{cm}, \overline{DE} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면?



① 9.5cm　② 9cm　③ 8.5cm

④ 8cm　⑤ 7.5cm

해설

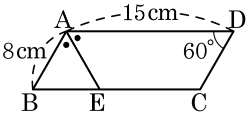
□ABCD 가 평행사변형이므로

$\overline{AB} = \overline{CD} = 6(\text{cm})$

$\angle ABE = \angle BEC$ 이므로

$\overline{BC} = \overline{CE} = 6 + 2 = 8(\text{cm})$

2. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 8\text{cm}, \overline{AD} = 15\text{cm}$ 이고 $\overline{AE}$ 는 $\angle BAD$ 의 이등분선일 때, 선분 EC 의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ____ cm

▷ **정답 :** 7 cm

해설

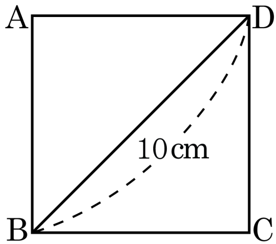
$\angle DAE = \angle AEB$ (엇각)

$\angle BAE = \angle AEB$ 이므로 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.

$\overline{AB} = \overline{BE} = 8(\text{cm})$

$\therefore \overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 15 - 8 = 7(\text{cm})$

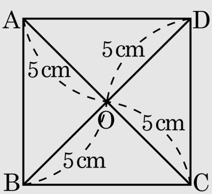
3. 다음 그림과 같이 한 대각선의 길이가 10cm 인 정사각형 ABCD 의 넓이를 구하면?



① 40cm^2 ② 42cm^2 ③ 45cm^2

④ 48cm^2 ⑤ 50cm^2

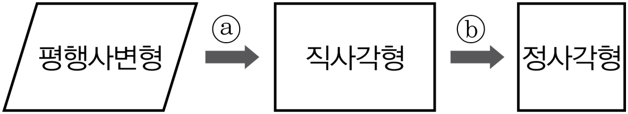
해설



$\overline{AC} = \overline{BD} = 10\text{cm}$ 이고 대각선의 교점을 O 라 하면 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO} = 5\text{cm}$ 이고, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.

$\therefore \square ABCD = \triangle ABO + \triangle BCO + \triangle CDO + \triangle DAO = (\frac{1}{2} \times 5 \times 5) \times 4 = 50(\text{cm}^2)$

4. 다음 그림에서 ⓐ, ⓑ에 알맞은 조건을 보기에서 순서대로 고르면?



보기

㉠ 두 대각선의 길이가 같다.

㉡ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

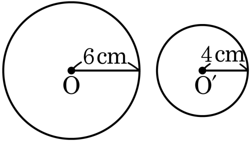
㉢ 두 대각선이 수직으로 만난다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉡ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉠

해설

두 대각선의 길이가 같은 평행사변형이 직사각형이므로 ㉠를 택하고, 마름모와 직사각형의 교집합이 정사각형이므로 마름모의 성질인 ㉢를 택한다.

5. 다음 그림에서 두 원 O 와 O′ 의 닮음비는 $a : b$ 이다. a, b 의 값을 각각 구하면?



① $a = 2, b = 3$　② $a = 3, b = 2$

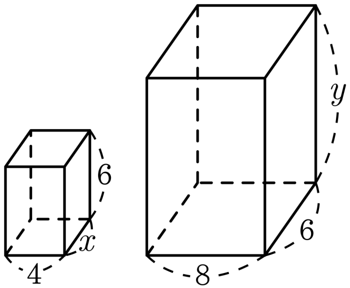
③ $a = 6, b = 4$　④ $a = 4, b = 6$

⑤ $a = 5, b = 5$

해설

두 원 O 와 O′ 의 반지름의 길이가 각각 6 cm , 4 cm 이므로 닮음비는 $6 : 4 = 3 : 2$ 이다.

6. 다음 그림의 두 직육면체가 서로 닮은 도형일 때, $x+y$ 의 값은?



① 12 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$4:8=x:6$

$8x=24$

$\therefore\ x=3$

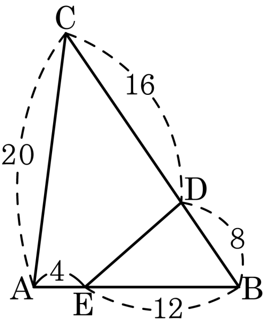
$4:8=6:y$

$4y=48$

$\therefore\ y=12$

$\therefore\ x+y=3+12=15$

7. 각 변의 길이가 다음 그림과 같을 때, $\overline{ED}$의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서

$\overline{AB} : \overline{BD} = 16 : 8 = 2 : 1$

$\overline{BC} : \overline{BE} = 24 : 12 = 2 : 1$

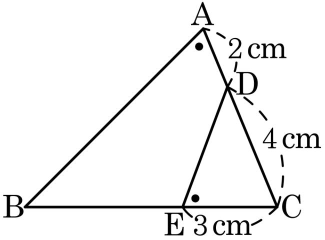
$\angle B$ 는 공통

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle DBE$ (SAS 닮음)

$\overline{AC} : \overline{DE} = 2 : 1$ 이므로 $20 : \overline{DE} = 2 : 1$

$\therefore \overline{DE} = 10$

8. 다음 그림에서 $\angle A = \angle DEC$ 이고 $\overline{AD} = 2\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{BE}$ 의 길이는?



① 4cm ② 4.5cm ③ 5cm

④ 5.5cm ⑤ 6cm

해설

$\angle C$ 가 공통이고, $\angle A = \angle DEC$ 이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle EDC$ 이다.

$\overline{AC} : \overline{EC} = 6 : 3 = 2 : 1$ 이므로

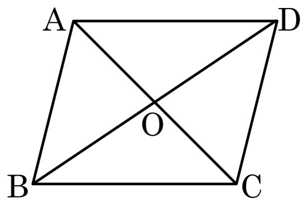
닮음비가 $2 : 1$

$2 : 1 = \overline{BC} : 4$

$\overline{BC} = 8(\text{cm})$

$\therefore \overline{BE} = 8 - 3 = 5(\text{cm})$

9. 다음은 '두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형이 된다.'를 증명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 옳지 않은 것을 골라라.



[가정] □ABCD 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$
[결론] $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
[증명] △OAB와 △OCD에서
㉠ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$
∠AOB = ∠COD (㉡ 맞꼭지각)
따라서 △OAB ≡ △OCD ㉢ (ASA 합동)
∠OAB = ∠OCD
㉣ ∴ $\overline{AB} // \overline{DC}$ ·················· ⓐ
같은 방법으로 △OAD ≡ △OCB 이므로
㉤ ∠OAD = ∠OCB
∴ $\overline{AD} // \overline{BC}$ ······················ⓑ
ⓐ,ⓑ에 의하여 □ABCD 는 평행사변형이다.

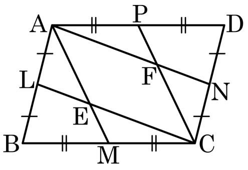
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ ASA합동 → ㉢ SAS합동

10. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. □ABCD 의 각 변의 중점을 각각 L, M, N, P 라 하고 $\overline{\mathrm{AM}}$ 과 $\overline{\mathrm{CL}}$ 의 교점을 E, $\overline{\mathrm{AN}}$ 과 $\overline{\mathrm{CP}}$ 의 교점을 F 라고 할 때, □AECF 는 어떤 사각형인지 말하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

□ALCN 은 평행사변형이므로

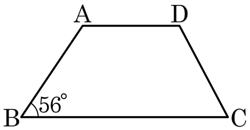
$\overline{\mathrm{AF}} \,//\, \overline{\mathrm{EC}}$

□AMCP 도 평행사변형이므로

$\overline{\mathrm{AE}} \,//\, \overline{\mathrm{FC}}$

따라서 □AECF 는 평행사변형이다.

11. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC} = \overline{AB} + \overline{AD}$ 일 때, $\angle D$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

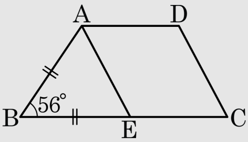
▷ 정답 : 118 °

해설

$\overline{AB} = \overline{BE}$ 인 점 E 를 $\overline{BC}$ 위에 잡으면 □AECD 는 평행사변형이다.

$\angle BEA = (180° - 56°) \div 2 = 62°$

$\angle D = \angle AEC = 180° - 62° = 118°$



12. 다음 중 사각형에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

② 이웃하는 두 각의 크기가 같은 평행사변형은 정사각형이다.

③ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.

④ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직 이등분하는 직사각형은 정사각형이다.

⑤ 한 내각이 직각인 평행사변형은 직사각형이다.

해설

이웃하는 두 각의 크기가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

13. 다음 보기의 사각형 중에서 각 변의 중점을 이어 만든 사각형이 마름모가 되는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 평행사변형 ㉡ 사다리꼴

㉢ 등변사다리꼴 ㉣ 직사각형

㉤ 정사각형 ㉥ 마름모

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

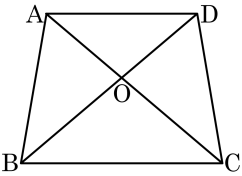
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
등변사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가 된다.
직사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가 된다.
정사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 정사각형이 된다. 따라서 마름모가 된다.
마름모의 중점을 이어 만든 사각형은 직사각형이 된다.

14. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD}$: $\overline{BC} = 3 : 4$, $\triangle AOD = 54\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle BOC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $96\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle AOD$ 와 $\triangle BOC$ 는 닮음이고 닮음비는 $3 : 4$

이때, $\overline{OD} : \overline{OB} = 3 : 4$ 이므로

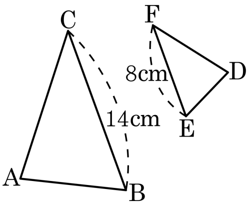
$\triangle AOD : \triangle AOB = 3 : 4$, $\triangle AOB = 72\,\text{cm}^2$

그리고 $\overline{OA} : \overline{OC} = 3 : 4$ 이므로

$\triangle OAB : \triangle BOC = 3 : 4$

따라서 $\triangle BOC = 96\,\text{cm}^2$

15. 다음과 같이 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 가 닮음일 때, 닮음비는 얼마인가?



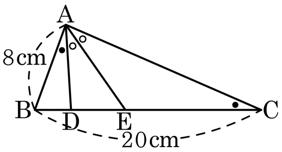
① 6 : 4 ② 7 : 4 ③ 8 : 5

④ 8 : 7 ⑤ 9 : 4

해설

$14 : 8 = 7 : 4$

16. $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAD = \angle ACE$ 이고 $\angle DAE = \angle CAE$ 이다. $5\overline{DE}$ 의 길이는?



① 15 cm ② 18 cm ③ 20 cm

④ 22 cm ⑤ 24 cm

해설

$\angle BAD = \angle ACE$ 이고 $\angle B$ 가 공통이므로

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DBA$ 는 AA 닮음

따라서 $8 : \overline{BD} = 20 : 8$,

$\overline{BD} = \dfrac{16}{5}$ cm 이고 $\overline{AC} : \overline{AD} = 5 : 2$

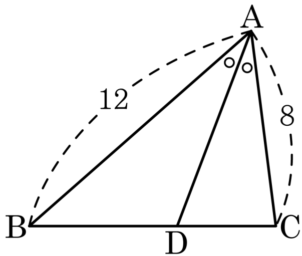
그리고 $\triangle ADC$ 에서 $\overline{AE}$ 가 각의 이등분선이므로 $\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{EC}$ 이므로

$\overline{DE} : \overline{EC} = 2 : 5$

따라서 $\overline{DE} = \dfrac{2}{7}\left(20 - \dfrac{16}{5}\right) = \dfrac{24}{5}$ (cm)

$5\overline{DE} = 24$ (cm)

17. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 $35cm^2$ 일 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는?



① $7cm^2$　② $9cm^2$　③ $14cm^2$

④ $21cm^2$　⑤ $24cm^2$

해설

$\overline{AD}$ 는 A 의 이등분선이므로 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$

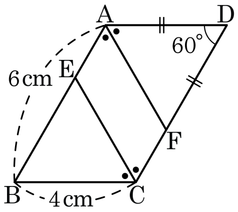
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 에서 높이는 같고, 밑변이 $3 : 2$ 이므로 $\triangle ABD : \triangle BDC = 3 : 2$ 이다.

$$\triangle ABD = \frac{3}{5}\triangle ABC = \frac{3}{5} \times 35 = 21$$

$$\triangle ACD = \frac{2}{5}\triangle ABC = \frac{2}{5} \times 35 = 14$$

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는 $21 - 14 = 7(cm^2)$ 이다.

18. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라 고 할 때, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\angle ADC = 60°$ 일 때, □AECF 의 둘레의 길이는?



① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{BE}$, $\angle EBC = \angle ADF$ 이므로 SAS 합동이고 □AECF 는 평행사변형이다.

$\angle ADF = 60°$, $\angle BAD = 120°$, $\angle FAD = 60°$ 이므로, $\angle AFD = 60°$ 이므로

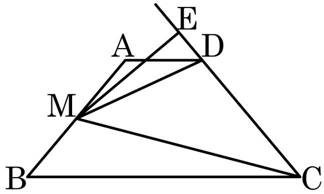
$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 는 정삼각형이다.

$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 6 - 4 = 2\ (\text{cm})$ 이다.

그러므로 평행사변형 AECF 의 둘레는

$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 2 + 4 + 2 + 4 = 12\ (\text{cm})$ 이다.

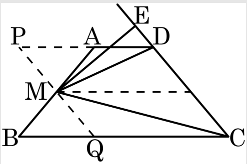
19. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 변 AB 의 중점을 M 이라 하고, 점 M 에서 변 CD 의 연장선에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\triangle\text{CME} = 18$, $\triangle\text{EMD} = 6$ 일 때, 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설



위의 그림과 같이 점 M 을 지나고 선분 CD 에 평행한 선분 PQ 를 그으면

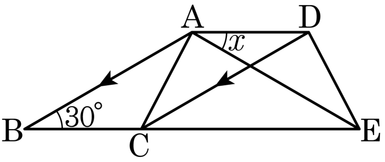
$\triangle\text{PMA} \equiv \triangle\text{MBQ}$ (ASA 합동)

따라서 □ABCD 의 넓이는 □PQCD 의 넓이와 같다.

$$\begin{aligned}\square\text{PQCD} &= 2\triangle\text{DMC} \\ &= 2(\triangle\text{CME} - \triangle\text{EMD}) \\ &= 24\end{aligned}$$

따라서 사다리꼴 ABCD 의 넓이는 24 이다.

20. 다음 그림의 □ACED가 $\overline{AD} // \overline{CE}$인 등변사다리꼴이고, $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\angle ABC = 30°$일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



▶ 답 : ________________ °

▷ 정답 : 30 °

해설

$\triangle ADE$와 $\triangle DAC$에서

$\overline{DE} = \overline{AC}$, $\angle ADE = \angle DAC$, $\overline{AD}$는 공통

$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle DAC$ (SAS 합동)

$\therefore \angle ADC = \angle DAE = \angle x$

$\overline{AD} // \overline{CE}$이므로

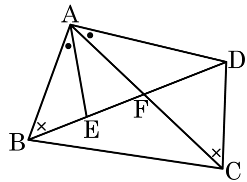
$\angle x = \angle ADC = \angle DCE$ (엇각)

$\overline{AB} // \overline{DC}$이므로

$\angle x = \angle DCE = \angle ABC$ (동위각)

$\therefore \ \angle x = 30°$

21. $\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 일 때, 다음 <보 기> 중 닮은 도형끼리 옳게 짝지은 것은?



보기

㉠ $\triangle ABC \backsim \triangle AED$ ㉡ $\triangle AEF \backsim \triangle DFC$

㉢ $\triangle AFD \backsim \triangle CFB$ ㉣ $\triangle ABF \backsim \triangle ADE$

㉤ $\triangle ABC \backsim \triangle ADC$ ㉥ $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$

① ㉠, ㉥ ② ㉡, ㉥ ③ ㉢, ㉥ ④ ㉣, ㉥ ⑤ ㉡, ㉣

해설

$\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음) $\cdots$㉥

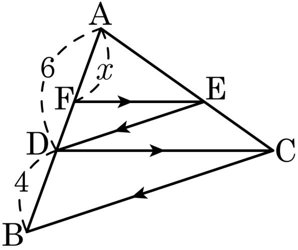
$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서

$\angle BAC = \angle EAD$, $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$

($\because$ $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$) 이므로 SAS 닮음이다.

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음) $\cdots$㉠

22. 다음 그림에서 $\overline{DE} // \overline{BC}$, $\overline{FE} // \overline{DC}$ 이다. 이때, x 의 길이는?



① 3　　② 3.2　　③ 3.6　　④ 4　　⑤ 4.2

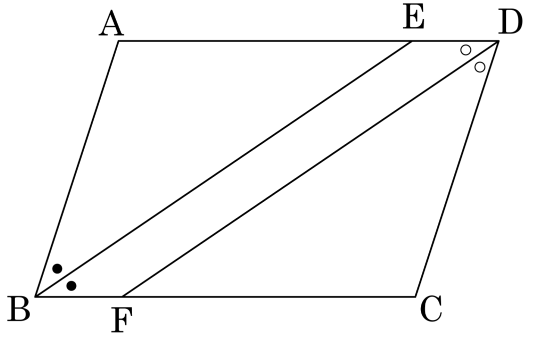
해설

$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 2$

$\overline{AF} : \overline{FD} = \overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 2 = x : (6 - x)$

$\therefore \ x = 3.6$

23. 다음은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$, $\angle D$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것을 차례로 나열하면?



가정) □ABCD는 평행사변형, $\angle ABE = \angle EBC$, $\angle EDF = \angle FDC$

결론) □EBFD는 평행사변형

증명) □ABCD는 평행사변형이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$

즉, $\angle EBF = \angle EDF$

$\angle AEB = \angle EBF$, $\angle EDF = \angle CFD$ ($\boxed{}$)이므로

$\angle AEB = \angle CFD$, $\angle DEB = \angle 180° - \angle AEB = \boxed{}$

따라서 □EBFD는 평행사변형이다.

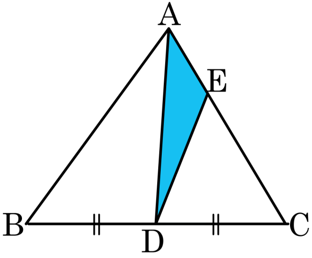
① 동위각, $\angle FBD$ ② 동위각, $\angle BDF$ ③ 동위각, $\angle DFB$

④ 엇각, $\angle FBD$ ⑤ 엇각, $\angle DFB$

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle EDF = \angle CFD$는 엇각으로 같고, $\angle DEB = \angle DFB$이다.

24. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 2$이고 $\triangle AED = 4\text{cm}^2$일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 12cm^2 ② 16cm^2 ③ 20cm^2

④ 24cm^2 ⑤ 28cm^2

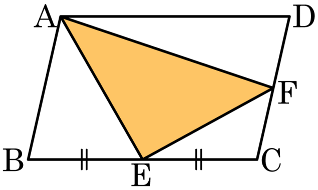
해설

$\overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 2$, $\triangle AED = 4$ 이므로 $\triangle CDE = 8$, $\triangle ADC = 4 + 8 = 12$

$\overline{BD} = \overline{CD}$이므로 $\triangle ADC = \triangle ADB$

$\therefore \triangle ABC = 2\triangle ADC = 24(\text{cm}^2)$

25. 다음의 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$ 의 중점이다. $\square ABCD = 40\,cm^2$ 일 때, $\triangle AEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\quad cm^2}$

▷ 정답 : $15\,\underline{cm^2}$

해설

$$\triangle ABE = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4} \times 40 = 10\,(cm^2)$$

$$\triangle AFD = \frac{1}{4}\square ABCD = 10\,(cm^2)$$

$$\triangle FEC = \frac{1}{8}\square ABCD = \frac{1}{8} \times 40 = 5\,(cm^2)$$

$\therefore \triangle AEF$

$= \square ABCD - (\triangle ABE + \triangle AFD + \triangle FEC)$

$= 40 - (10 + 10 + 5) = 15\,(cm^2)$