

1. $\log_x 81 = 2$ 를 만족하는 x 의 값은?

① 3

② 9

③ 12

④ 13

⑤ 81

해설

$$\log_x 81 = 2 \text{에서 } x^2 = 81$$

그런데, $x \neq 1$, $x > 0$ 이어야 하므로 $x = 9$

2. $\log_{\sqrt{2}}(\log_x 4) = 4$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

$$\log_{\sqrt{2}}(\log_x 4) = 4 \text{에서}$$

$$\log_x 4 = (\sqrt{2})^4 = 4$$

$$\therefore x^4 = 4, x^2 = 2$$

이 때, 밑의 조건에서 $x \neq 1, x > 1$ 이므로 $x = \sqrt{2}$

3. $\log_{(x+2)} 5$ 값이 존재하기 위한 x 의 범위는?

① $-2 < x \leq -1, x > -1$

② $-2 < x < -1, x \geq -1$

③ $-2 < x < -1, x > -1$

④ $-2 < x < 1, x > 2$

⑤ $-2 < x < 2, x \geq 3$

해설

$x + 2 \neq 1, x + 2 > 0$ 으로부터

$$-2 < x < -1, x > -1$$

4. $\log_{(x-1)}(-x^2 + 4x - 3)$ 값이 존재하기 위한 x 의 범위는?

① $1 < x < 2, 2 < x < 3$

② $1 < x \leq 2, 2 < x < 3$

③ $1 < x < 2, 2 < x \leq 3$

④ $1 < x < 2, 2 \leq x < 3$

⑤ $1 < x < 3, 3 < x < 4$

해설

밑 : $x - 1 > 0, x - 1 \neq 1 \cdots \textcircled{\Gamma}$

진수 : $-x^2 + 4x - 3 > 0$

$$x^2 - 4x + 3 < 0$$

$$(x - 1)(x - 3) < 0, 1 < x < 3 \cdots \textcircled{\text{L}}$$

따라서 $\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}$ 를 동시에 만족시키는 x 의 값의 범위는

$$\therefore 1 < x < 2, 2 < x < 3$$

5. $\log_{(x+2)} 3$ 의 값이 존재하기 위한 x 의 범위는?

① $x < 1$

② $x > -1$

③ $-2 < x < -1, x > -1$

④ $-2 < x < 1$

⑤ $-2 < x < -1, x > 1$

해설

$x + 2 \neq 1, x + 2 > 0$ 으로부터 $-2 < x < -1, x > -1$

6. $\log_2(x - 5)$ 의 값이 존재하기 위한 x 의 범위는?

① $x > 2$

② $x < 2$

③ $x > 5$

④ $x < 5$

⑤ $x \neq 5$

해설

$$x - 5 > 0 \text{로부터 } x > 5$$

7. $\log_4(x - 8)$ 의 값이 존재하기 위한 x 의 범위는?

① $x > 4$

② $x < 4$

③ $x < 6$

④ $x > 8$

⑤ $x \geq 8$

해설

$$x - 8 > 0 \text{로부터 } x > 8$$

8. 다음 식의 값 중 값이 다른 하나는?

① $9^{\log_9 4}$

② $\log_{\sqrt{5}} 25$

③ $\log_2 3 \log_3 5 \log_5 16$

④ $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16}$

⑤ $\log_{\frac{1}{3}} 81$

해설

① $9^{\log_9 4} = 4$

② $\log_{\sqrt{5}} 25 = \log_{5^{\frac{1}{2}}} 5^2 = \frac{2}{\frac{1}{2}} \log_5 5 = 4$

③ $\log_2 3 \cdot \log_3 5 \cdot \log_5 16 = \frac{\log 3 \cdot \log 5 \cdot \log 16}{\log 2 \cdot \log 3 \cdot \log 5}$
 $= \frac{\log 16}{\log 2} = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$

④ $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} = \log_{2^{-1}} 16 = \log_2 16 = 4$

⑤ $\log_{\frac{1}{3}} 81 = \log_{3^{-1}} 3^4 = \frac{4}{-1} \log_3 3 = -4$

9. $\log_x 2\sqrt{2} = \frac{3}{8}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\log_x 2\sqrt{2} = \frac{3}{8} \text{ 에서}$$

$$x^{\frac{3}{8}} = 2\sqrt{2}$$

$$x = (2\sqrt{2})^{\frac{8}{3}} = (2^{\frac{3}{2}})^{\frac{8}{3}} = 2^4 = 16$$

10. $\log_2(\log_8 x) = -1$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

$$\log_2(\log_8 x) = -1 \text{ 에서}$$

$$\log_8 x = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 8^{\frac{1}{2}} = (2^3)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{2}$$

11. $\log_{x-3}(-x^2+6x-8)$ 이 정의되기 위한 실수 x 의 값의 범위를 구하면?

① $3 < x < 4$

② $5 < x < 7$

③ $-1 < x < 3$

④ $x > 0$

⑤ $2 < x < 5$

해설

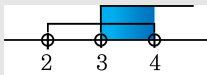
$$x - 3 \neq 1, x - 3 > 0,$$

$$-x^2 + 6x - 8 > 0 \text{ 이므로}$$

$$x \neq 4, x > 3$$

$$x^2 - 6x + 8 < 0$$

$$2 < x < 4$$



$$\therefore 3 < x < 4$$

12. $a = \log_4(3 - \sqrt{8})$ 일 때, $2^a + 2^{-a}$ 의 값은?

① $2\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2} + 1$

③ $2\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{3} + 1$

⑤ $4\sqrt{2}$

해설

로그의 정의에 의하여

$$4^a = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow 2^{2a} = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow 2^a = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow 2^a = \sqrt{2} - 1$$

$$2^{-a} = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$$

$$\Leftrightarrow 2^{-a} = \sqrt{2} + 1$$

$$2^a + 2^{-a} = 2\sqrt{2}$$

13. $a = \frac{\log_3(\log_5 7)}{2 \log_3 2}$ 일 때, 4^a 의 값은?

- ① $\log_5 7$ ② $\log_3 5$ ③ $3^{\log_5 2}$ ④ $3^{\log_5 5}$ ⑤ $3^{\log_5 7}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \frac{\log_3(\log_5 7)}{2 \log_3 2} \\ &= \frac{\log_3(\log_5 7)}{\log_3 2^2} \\ &= \frac{\log_3(\log_5 7)}{\log_3 4} = \log_4(\log_5 7) \\ \therefore 4^a &= \log_5 7 \end{aligned}$$

14. $\log_{x-3}(-x^2 + 6x - 8)$ 의 값이 존재하기 위한 실수 x 의 범위는?

① $-1 < x < 3$

② $0 > x$

③ $2 < x < 5$

④ $3 < x < 4$

⑤ $5 < x < 7$

해설

밑의 조건에서 $x - 3 > 0, x - 3 \neq 1$

따라서 $x > 3, x \neq 4 \cdots \textcircled{\Gamma}$

진수의 조건에서 $-x^2 + 6x - 8 > 0$

$$x^2 - 6x + 8 < 0$$

$$(x - 2)(x - 4) < 0$$

따라서 $2 < x < 4 \cdots \textcircled{\text{L}}$

$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}$ 의 공통범위를 구하면 $3 < x < 4$

15. 모든 실수 x 에 대하여 $\log_4 \{x^2 - (a-1)x + 4\}$ 의 값이 존재하기 위한 a 의 값의 범위는?



① $-3 < a < 5$

② $-3 \leq a \leq 5$

③ $-1 < a < 1$

④ $1 < a < 3$

⑤ $3 \leq a \leq 5$

해설

진수의 조건에서 $x^2 - (a-1)x + 4 > 0$

방정식 $x^2 - (a-1)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (a-1)^2 - 16 < 0$$

$$a^2 - 2a - 15 < 0$$

$$(a+3)(a-5) < 0$$

$$\therefore -3 < a < 5$$

16. 모든 실수 x 에 대하여 $\log_{(k-2)^2}(kx^2+kx+1)$ 이 의미를 갖기 위한 정수 k 의 개수는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$\log_a b$ 에서 $a > 0, a \neq 1, b > 0$

(i) $(k-2)^2 > 0 \rightarrow k \neq 2$

(ii) $(k-2)^2 \neq 1 \rightarrow k \neq 3, 1$

(iii) $kx^2 + kx + 1 > 0$

$\rightarrow k = 0$ 또는 $k > 0$ 일때, $k^2 - 4k < 0$

$\therefore 0 < k < 4$

따라서 (i), (ii), (iii)를 만족하는 정수 k 는 0

17. $\log_{1-x}(-x^2 - 2x + 15)$ 의 값이 정의되도록 하는 모든 정수 x 의 값의 합은?

① -15

② -10

③ -6

④ 2

⑤ 4

해설

밑의 조건에서

$$1 - x > 0, 1 - x \neq 1$$

$$\therefore x \neq 0, x < 1 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

진수의 조건에서

$$-x^2 - 2x + 15 > 0, (x - 3)(x + 5) < 0$$

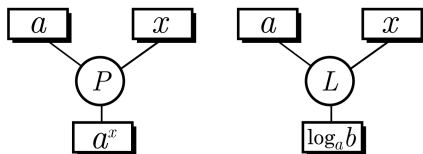
$$\therefore -5 < x < 3 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서 공통 범위를 구하면

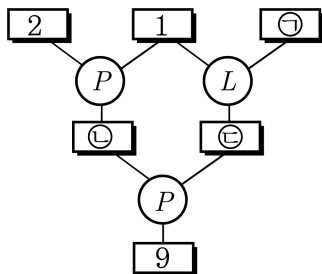
$$-5 < x < 0, 0 < x < 1$$

따라서 구하는 정수 x 는 $-4, -3, -2, -1$ 이고 그 합은 -10 이다.

18. a^x 과 $\log_a b$ 를 다음과 같이 나타내었다.



이때, 다음의 $\ominus$ 에 알맞은 값은?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\textcircled{L} = 2^4 \quad \textcircled{E} = \log_4^{\textcircled{\ominus}}$$

$$\textcircled{L}^{\textcircled{E}} = 9$$

$$16^{\log_4^{\textcircled{\ominus}}} = 9$$

$$\textcircled{\ominus}^{\log_4^{16}} = 9$$

$$\textcircled{\ominus}^2 = 9$$

$$\textcircled{\ominus} = 3$$

19. $\log_{x-2}(-x^2 + 4x)$ 가 정의되기 위한 정수 x 의 개수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 없다.

해설

(i) 밑의 조건 : $x - 2 > 0$ 이고 $x - 2 \neq 1$

$\therefore x > 2$ 이고 $x \neq 3$

(ii) 진수 조건 : $-x^2 + 4x > 0$

$\therefore 0 < x < 4$

따라서, (i), (ii)에서 $2 < x < 4$ 이고 $x \neq 3$ 이므로
이를 만족하는 정수 x 는 없다.

20. 모든 실수 x 에 대하여 $\log_{(k-2)^2}(kx^2 + kx + x)$ 의 값의 존재하기 위한 정수 k 의 개수는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

밑의 조건에서 $(k-2)^2 > 0, (k-2)^2 \neq 1$

$(k-2)^2 > 0$ 에서 $k-2 \neq 0 \therefore k \neq 2 \dots \textcircled{\Gamma}$

$(k-2)^2 \neq 1$ 에서 $k-2 \neq 1, k-2 \neq -1 \dots \textcircled{\text{L}}$

$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}$ 에 의하여

$k \neq 1, k \neq 2, k \neq 3 \dots \textcircled{\text{E}}$

진수의 조건에서 $kx^2 + kx + 1 > 0$

(i) $k = 0$ 일 때, $1 > 0$ 이므로 부등식은 항상 성립한다.

(ii) $k \neq 0$ 일 때, 방정식 $kx^2 + kx + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$D = k^2 - 4k < 0, k(k-4) < 0$

$\therefore 0 < k < 4$

(i), (ii)에 의하여 $0 \leq k < 4 \dots \textcircled{\text{E}}$

따라서 $\textcircled{\text{E}}, \textcircled{\text{E}}$ 을 모두 만족시키는 정수는 0으로 1개이다.

21. $\log_{n^2-n+1}(25-n^2)$ 이 정의될 수 있는 정수 n 의 개수는?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$\log_a b$ 가 정의되기 위해서는 $a > 0, a \neq 1$ 이고 $b > 0$ 이어야 한다.
모든 정수 n 에 대하여

$$n^2 - n + 1 = \left(n - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0 \text{이므로}$$

로그의 밑의 조건에 의하여

$$n^2 - n + 1 \neq 1, n^2 - n \neq 0$$

$$\therefore n \neq 0 \text{이고 } n \neq 1 \dots\dots \textcircled{7}$$

한편, 로그의 진수 조건에 의하여

$$25 - n^2 > 0 \text{ 이므로 } (n - 5)(n + 5) < 0$$

$$\therefore -5 < n < 5 \dots\dots \textcircled{4}$$

⑦, ④을 모두 만족하는 정수 n 은 $-4, -3, -2, -1, 2, 3, 4$ 로 7개다

22. 모든 실수 x 에 대하여 $\log_{|a-3|}(3ax^2 - ax + 1)$ 이 정의되기 위한 정수 a 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

(i) 밑의 조건에서 $|a-3| > 0$ 이고 $|a-3| \neq 1$

$\therefore a \neq 3, a \neq 2, a \neq 4 \dots \dots \textcircled{\text{㉠}}$

(ii) 진수조건에서 $3ax^2 - ax + 1 > 0$

① $a = 0$ 일 때, $1 > 0$ 이므로 성립

② $a > 0$ 일 때, 방정식 $3ax^2 - ax + 1 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = a^2 - 12a < 0, a(a-12) < 0$$

$$\therefore 0 < a < 12$$

①, ②에서 $0 \leq a < 12 \dots \dots \textcircled{\text{㉡}}$

㉠, ㉡을 동시에 만족하는 정수는 0, 1, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11의 9개다.