

1. 등차수열 a_n 의 일반항이 $a_n = 3n + 2$ 일 때, 첫째 항 a 와 공차 d 는?

① $a = -5, d = -3$

② $a = -5, d = 3$

③ $a = 5, d = -3$

④ $a = 5, d = 3$

⑤ $a = 5, d = 8$

해설

$a_n = 3n + 2$ 이므로

$a_1 = 3 \cdot 1 + 2 = 5,$

$a_2 = 3 \cdot 2 + 2 = 8$ 이므로

$d = a_2 - a_1 = 3$

2. 다음 등차수열의 제 20 항을 구하여라.

131, 137, 143, 149, 155, 161, ...

▶ 답 :

▷ 정답 : 245

해설

주어진 등차수열의 제 1 항을 a , 공차를 d 라고 하자.

$a = 131$, $d = 137 - 131 = 6$ 이므로

$$a_n = 131 + (n - 1) \cdot 6 = 6n + 125$$

$$\therefore a_{20} = 6 \cdot 20 + 125 = 245$$

3. 다음 수열이 등차수열을 이루도록 (가)~(다)에 들어갈 알맞은 수를 순서대로 나열한 것은?

보기

5, (가), 17, (나), (다)

① 10, 22, 27

② 10, 23, 29

③ 11, 23, 27

④ 11, 23, 29

⑤ 12, 24, 29

해설

5와 17의 등차중항은 $\frac{5+17}{2} = 11$, 이 수열의 공차는 6이다.

따라서 (가), (나), (다)에 들어갈 수는 11, 23, 29이다.

4. 첫째항이 -4 , 공차가 3 인 등차수열의 첫째항부터 제 17 항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 340

해설

$$S_{17} = \frac{17 \{2 \cdot (-4) + (17 - 1) \cdot 3\}}{2} = \frac{680}{2} = 340$$

5. 첫째항이 2, 공비가 -3인 등비수열의 일반항 a_n 을 구하면?

① $2 \cdot (-3)^{n-1}$

② $-2 \cdot (-3)^{n-1}$

③ $(-2) \cdot (-3)^n$

④ $-3n + 4$

⑤ $-3n + 2$

해설

$$a_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$$

6. 첫째항이 1, 공비가 -3인 항수가 5인 등비수열의 합은?

①

61

② 122

③ 244

④ 361

⑤ 722

해설

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \text{에서}$$

$$S_5 = \frac{1 \cdot \{1 - (-3)^5\}}{1 - (-3)} = 61$$

7. 수열 $1, -2, 3, -4, 5, \dots$ 의 11 번째 항은?

① -13

② -10

③ 11

④ -11

⑤ 13

해설

주어진 수열은 각 항의 절댓값이 자연수이고, 부호가 교대로 변하는 꼴이다. 따라서 11 번째 항은 11 이다.

8. 수열 $\log 3, \log 9, \log 27, \dots$ 의 제 101 항은?

① $10 \log 3$

② $99 \log 3$

③ $100 \log 3$

④ $101 \log 3$

⑤ $102 \log 3$

해설

$$a_1 = \log 3$$

$$a_2 = \log 9 = 2 \log 3$$

$$a_3 = \log 27 = 3 \log 3$$

$$\vdots$$

$$a_n = n \log 3$$

$$\therefore a_{101} = 101 \log 3$$

9. 등차수열 11, a_1 , a_2 , a_3 , $\cdots$, a_{100} , 213에서 공차는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$b_1 = 2, b_2 = a_1, b_3 = a_2, \cdots, b_{101} = a_{100},$$

$$b_{102} = 213$$

$$b_{102} = 213 = 11 + (102 - 1) \cdot d$$

$$101d = 202$$

$$d = 2$$

10. 다음 수열이 조화수열을 이룰 때, (가)에 알맞은 수는?

6, 3, 2, (가)

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

주어진 수열이 조화수열이면 각 항의 역수로 이루어진 수열 $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{(가)}$ 이 등차수열이므로 이 등차수열의 공차는 $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$ 이다.

$$\text{따라서 } \frac{1}{(가)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \quad \therefore (가) = \frac{3}{2}$$

11. 조화수열 12, 6, 4, 3, ...의 일반항은?

① $\frac{12}{n}$

② $\frac{8}{n}$

③ $\frac{6}{n}$

④ $\frac{3}{n}$

⑤ $\frac{2}{n}$

해설

주어진 조화수열을 $\{a_n\}$ 이라고 하면,

$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 은 등차수열이다.

$$\begin{aligned}\left\{\frac{1}{a_n}\right\} &= \frac{1}{12}, \frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \dots \\ &= \frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \dots\end{aligned}$$

따라서 등차수열 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 의 일반항은 $\frac{n}{12}$

$$\therefore a_n = \frac{12}{n}$$

12. 첫째항이 1 이고 공차가 자연수 d 인 등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $n \geq 3$ 일 때, $S_n = 94$ 를 만족하는 d 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 15

해설

$$S_n = 94 \text{에서 } \frac{n\{2 + (n-1)d\}}{2} = 94$$

$$n\{2 + (n-1)d\} = 2 \cdot 94 = 2^2 \cdot 47$$

그런데 $n \geq 3$ 이므로 n 의 값이 될수 있는 것은 4, 47, 94, 188이다.

$$n = 4 \text{일때, } 2 + (4-1)d = 47 \quad \therefore d = 15$$

$$n = 47 \text{일때, } 2 + (47-1)d = 4 \quad \therefore d = \frac{2}{23}$$

$$n = 94 \text{일때, } 2 + (94-1)d = 2 \quad \therefore d = 0$$

$$n = 188 \text{일때, } 2 + (188-1)d = 1 \quad \therefore d = -\frac{1}{187}$$

이 중에서 d 가 자연수가 되는 것은 $n = 4$ 이므로 $d = 15$

13. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_6 + a_{11} + a_{15} + a_{20} = 32$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{25}$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

a_n 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a + 5d + a + 10d + a + 14d + a + 19d = 32$$

$$\therefore 4a + 48d = 32$$

$$a + 12d = 8$$

$$\begin{aligned} S_{25} &= \frac{25 \cdot (2a + 24d)}{2} \\ &= \frac{25 \cdot 2 \cdot (a + 12d)}{2} \\ &= 25 \times 8 = 200 \end{aligned}$$

14. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a_n = S_n - S_{n-1} \text{ 이므로 } a_{10} = S_{10} - S_9 = (10^2 + 20) - (9^2 + 18) = 21$$

15. 각 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 : a_3 = 4 : 9$ 이고, $a_2 = 4$ 일 때, a_5 의 값은?

① $\frac{11}{2}$

② 7

③ $\frac{19}{2}$

④ 12

⑤ $\frac{27}{2}$

해설

공비를 r 이라고 하면

$$a_1 : a_3 = a_1 : a_1 r^2 = 1 : r^2 \text{ 이므로}$$

$$1 : r^2 = 4 : 9 \text{ 에서}$$

$$r^2 = \frac{9}{4} \quad \therefore r = \frac{3}{2}$$

$$a_2 = a_1 r = 4 \text{ 에서 } \frac{3}{2} a_1 = 4 \quad \therefore a_1 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore a_5 = a_1 r^4 = \frac{8}{3} \left(\frac{3}{2} \right)^4 = \frac{27}{2}$$

16. 등비중항의 성질을 이용하여 다음 수열이 등비수열이 되도록 할 때, 안에 알맞은 수를 모두 더하면?

$$-2, \square, -8, \square, \square, 64, \dots$$

① -11

② -12

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

첫 번째 괄호를 b 라 하면 $b^2 = (-2) \times (-8)$, $b^2 = 16$

따라서 $b = 4$ 이고 공비는 -2 인 수열이 되므로 구하는 수열은
 $-2, 4, -8, 16, -32, 64, \dots$

$$\therefore 4 + 16 - 32 = -12$$

17. 두 수 1과 64사이에 다섯 개의 수 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 를 넣어서 만든 수열이 등비수열을 이룰 때, a_3 의 값은?(단, $a_3 > 0$)

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

해설

주어진 수열이 등비수열을 이루므로
1, a_3 , 64도 등비수열을 이룬다.

$$(a_3)^2 = 1 \cdot 64 \quad \therefore a_3 = 8$$

18. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = 2^n + (-1)^n$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$ 의 값은?

① $2^{10} - 3$

② $2^{10} - 1$

③ 2^{10}

④ $2^{10} + 1$

⑤ $2^{10} + 3$

해설

$$a_n = 2^n + (-1)^n \text{에서}$$

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_9$$

$$= (2^1 - 1) + (2^2 + 1) + \cdots + (2^9 - 1)$$

$$= (2^1 + 2^2 + \cdots + 2^9) - 1$$

$$= \frac{2(2^9 - 1)}{2 - 1} - 1 = 2^{10} - 3$$

19. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n + 2$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$S_{10} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10}$, $S_9 = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$
이므로

$$\begin{aligned} a_{10} &= S_{10} - S_9 \\ &= (10^2 - 3 \cdot 10 + 2) - (9^2 - 3 \cdot 9 + 2) \\ &= (10^2 - 9^2) - 3(10 - 9) \\ &= 16 \end{aligned}$$

20. 삼차방정식 $x^3 - 3x^2 + px + q = 0$ 의 세 실근이 공차가 2인 등차수열을 이룰 때, $p + q$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

세 실근을 $a - d$, a , $a + d$ 라 하면
삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해

$$(a - d) + a + (a + d) = 3$$

$$\therefore a = 1$$

$$(1 - d) \times 1 \times (1 + d) = -q$$

$$1 - d^2 = -q$$

$$(1 - d) + (1 + d) + (1 - d)(1 + d) = p$$

$$2 + 1 - d^2 = p$$

$$2 - q = p$$

$$\therefore p + q = 2$$

21. 서로 다른 세 실수 9, a , b 는 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 수 a , 9, b 는 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $a + b$ 의 값은?

① $-\frac{45}{2}$

② $-\frac{48}{2}$

③ $-\frac{41}{2}$

④ $-\frac{39}{2}$

⑤ $-\frac{37}{2}$

해설

서로 다른 세 실수 9, a , b 가 등차수열을 이루므로

$$a = \frac{9+b}{2} \dots\dots \textcircled{㉠}$$

세 수 a , 9, b 가 등비수열을 이루므로

$$9^2 = ab \dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$81 = \frac{9+b}{2} \cdot b, b^2 + 9b - 162 = 0$$

$$(b+18)(b-9) = 0$$

$$\therefore b = -18 \text{ 또는 } b = 9$$

즉, $b = -18$ 일 때 $a = -\frac{9}{2}$ 이고, $b = 9$ 일 때 $a = 9$

이때, a , b 는 서로 다른 실수이므로

$$a = -\frac{9}{2}, b = -18$$

$$\therefore a + b = -\frac{45}{2}$$

22. $a_1 = 1$ 이고, 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 m 이 짝수일 때, $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{m-1} = 85$, $a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_m = 170$ 이다. 이때, $r + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$m = 2k$ (k 는 자연수) 라고 하자.

$a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{2k-1}$ 은 공비가 r^2 인 등비수열이므로

$$\begin{aligned} & a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{2k-1} \\ &= \frac{a_1(r^{2k} - 1)}{r^2 - 1} = \frac{r^{2k} - 1}{r^2 - 1} = 85 \cdots \textcircled{㉠} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{2k} \\ &= \frac{a_2(r^{2k} - 1)}{r^2 - 1} = 170 \cdots \textcircled{㉡} \end{aligned}$$

$\textcircled{㉡} \div \textcircled{㉠}$ 을 하면 $r = 2$

이것을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$\frac{2^{2k} - 1}{3} = 85, \quad 2^{2k} = 256 = 2^8$$

따라서 $2k = m = 8$

$$r + m = 10$$

23. 첫째항이 3이고 공비가 2인 등비수열이 있다. 첫째항부터 몇 항까지의 합이 처음으로 100 보다 크게 되는가?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$$

$$S_n = \frac{3(2^n - 1)}{2 - 1} > 100 \text{ 인}$$

자연수 n 의 최솟값을 구하면 된다.

$$2^n - 1 > \frac{100}{3}$$

$$2^n > \frac{103}{3} \approx 34. \times \times \times$$

$$2^5 = 32, 2^6 = 64 \text{ 이므로}$$

$$n = 6$$

24. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 a , b , c 인 직육면체에 대하여 a , b , c 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다. 이 직육면체의 모서리의 길이의 총합이 60, 겉넓이가 180일 때, 이 직육면체의 부피는?

① 174

② 188

③ 202

④ 216

⑤ 230

해설

등비수열 a , b , c 의 공비를 r 이라 하면 가로 길이, 세로 길이, 높이는 각각 a , ar , ar^2 이다.

모서리의 길이의 총합은 $4(a + ar + ar^2) = 60$ 에서

$$a(1 + r + r^2) = 15 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 겉넓이는 $2(a \cdot ar + a \cdot ar^2 + ar \cdot ar^2) = 180$ 에서

$$a^2r(1 + r + r^2) = 90 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉡} \div \textcircled{㉠} \text{에서 } ar = 6$$

따라서 직육면체의 부피 V 는

$$V = a \cdot ar \cdot ar^2 = a^3r^3 = (ar)^3 = 6^3 = 216$$

25. 100 만원을 월이율 2%, 1 개월마다의 복리로 빌릴 때, 1 년 후에는 얼마를 갚아야 하는가?(단, $1.02^{12} = 1.2682$)

① 1258200 원

② 1268200 원

③ 1278200 원

④ 1288200 원

⑤ 1298200 원

해설

$$\begin{aligned} S &= 1000000(1 + 0.02)^{12} = 10^6 \times 1.02^{12} \\ &= 10^6 \times 1.2682 = 1268200(\text{원}) \end{aligned}$$