

1. $\frac{x-1}{3x-6} \times \frac{2x-4}{x^2-x}$ 를 계산하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{2}{3x}$

해설

$$\frac{x-1}{3x-6} \times \frac{2x-4}{x^2-x} = \frac{2(x-1)(x-2)}{3x(x-2)(x-1)} = \frac{2}{3x}$$

2. 분수식 $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{1}{x}$

해설

$$\text{(준 식)} = 1 - \frac{1}{\frac{1}{1-x}} = 1 + \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x}$$

3. $\sqrt{\frac{5}{6} + \sqrt{\frac{2}{3}}} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{\frac{5}{6} + \sqrt{\frac{2}{3}}} &= \sqrt{\frac{5}{6} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} \\ &= \sqrt{\frac{5}{6} + \frac{\sqrt{6}}{3}} = \sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{6}}{6}} \\ &= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{x} + \sqrt{y}\end{aligned}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2 + 3 = 5$$

4. $\sqrt{4 + \sqrt{12}}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라 할 때, $(x+2y)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\sqrt{4 + \sqrt{12}} = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{3} + 1 = 2.\times\times\dots$$

$$\therefore x = 2, y = (\sqrt{3} + 1) - 2 = \sqrt{3} - 1$$

$$(x + 2y)^2 = \{2 + 2(\sqrt{3} - 1)\}^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$$

5. $x = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$, $y = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$ 일 때, $\frac{y^2}{x} + \frac{x^2}{y}$ 의 값을 구하면?

① 3

② $3\sqrt{6}$

③ $2\sqrt{3}$

④ $5\sqrt{6}$

⑤ $\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y &= \sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$x + y = \frac{2\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6}, \quad xy = \frac{3 - 1}{2} = 1$$

$$\begin{aligned}\frac{y^2}{x} + \frac{x^2}{y} &= \frac{x^3 + y^3}{xy} = \frac{(x + y)^3 - 3xy(x + y)}{1} \\ &= 6\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = 3\sqrt{6}\end{aligned}$$

6. $\frac{3x^2 - 2xy}{x^2 + xy + y^2} = 2$ 일 때, $\frac{3(x-y)}{x+y}$ 의 값을 구하면? (단, $x > y > 0$)

① $2\sqrt{6} + 3$

② $2\sqrt{6} - 3$

③ $3 - 2\sqrt{6}$

④ $3 + 2\sqrt{6}$

⑤ $5 - 6\sqrt{2}$

해설

$$3x^2 - 2xy = 2x^2 + 2xy + 2y^2$$

∴ $x^2 - 4xy - 2y^2 = 0$ 이 식의 양변을 y^2 으로 나누면

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 4\left(\frac{x}{y}\right) - 2 = 0$$

$$\therefore \frac{x}{y} = 2 + \sqrt{6} \quad (\because x > y > 0 \text{에서 } \frac{x}{y} > 1)$$

$$\therefore \frac{3(x-y)}{x+y} = \frac{3\left(\frac{x}{y} - 1\right)}{\frac{x}{y} + 1} = 2\sqrt{6} - 3$$

7. 세 자연수 a, b, c 가 $\frac{2b}{a} = \frac{3c}{2b} = \frac{a}{3c}$ 를 만족하고 a, b, c 의 최소공배수가 12일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 22

② 20

③ 18

④ 16

⑤ 14

해설

$a + 2b + 3c \neq 0$ ($\because a, b, c$ 는 자연수)이므로
가비의 리에 의하여

$$\frac{2b}{a} = \frac{3c}{2b} = \frac{a}{3c} = \frac{a + 2b + 3c}{a + 2b + 3c} = 1 \text{에서}$$

$$a = 3c, a = 2b \therefore b = \frac{1}{2}a, c = \frac{1}{3}a$$

$$\begin{aligned} \therefore a : b : c &= a : \frac{1}{2}a : \frac{1}{3}a \\ &= 6 : 3 : 2 \end{aligned}$$

세 수의 최대공약수를 G 라 하면

$$a = 6G, b = 3G, c = 2G$$

$$(\text{최소공배수}) = 6G = 12, G = 2$$

$$\text{그러므로 } a = 12, b = 6, c = 4$$

$$\therefore a + b + c = 22$$

8. 자연수 x, y, z 에 대하여 $\sqrt{17 + x\sqrt{2}} = y + z\sqrt{2}$ 가 성립할 때, $x + y + z$ 의 값을 구하면?

① 17

② 18

③ 19

④ 20

⑤ 21

해설

$\sqrt{17 + x\sqrt{2}} = y + z\sqrt{2}$ 의 양변을 제곱하면

$$17 + x\sqrt{2} = y^2 + 2z^2 + 2yz\sqrt{2}$$

$$\therefore y^2 + 2z^2 = 17 \cdots \textcircled{㉠}, x = 2yz \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 $z = 1$ 이면 $y = \sqrt{15}$ 이므로 자연수가 아니다.

$$z = 2 \text{이면 } y^2 = 9 \quad \therefore y = 3$$

$z = 3$ 이면 $y^2 = -1 < 0$ 이므로 모순

$$\therefore x = 12, y = 3, z = 2$$

$$\therefore x + y + z = 17$$

9. 일원 단위까지 계산된 어느 제품의 생산 가격의 4%를 이윤으로 붙인 판매 가격 n 이 반올림 없이 100 원 미만의 단위는 없다고 한다. 이 때, 최소의 n 은?

① 100

② 1300

③ 2500

④ 2600

⑤ 10000

해설

생산 가격을 m , 판매 가격을 n 이라고 하면
판매 가격 n 의 100 원 미만의 단위는 없으므로

$$n = 100a(a \text{는 자연수}), (1.04)m = 100a$$

$$8 \cdot 13 \cdot m = 100^2 a, m = 2 \cdot 5^4 \cdot \frac{a}{13}$$

m 이 자연수이기 위한 최소의 자연수 a 는 13이다.

$$\therefore n = 1300$$

10. a 가 실수일 때, $f(a) = \sqrt{(a + \sqrt{a^2})^2} - \sqrt{(a - \sqrt{a^2})^2}$ 을 간단히 하면?

① a

② $2a$

③ $-a$

④ $-2a$

⑤ 0

해설

$\sqrt{a^2} = |a|$ 이므로 $f(a) = |a + |a|| - |a - |a||$

$a \geq 0$ 인 경우와 $a < 0$ 인 경우로 나누어 생각하면

(i) $a \geq 0$ 일 때,

$$f(a) = |a + a| - |a - a| = |2a| = 2a$$

(ii) $a < 0$ 일 때,

$$f(a) = |a - a| - |a - (-a)| = -|2a| = 2a$$

따라서 모든 실수 a 에 대하여 $f(a) = 2a$