

1. 분수 $\frac{1}{5 \times a}$ 가 유한소수가 될 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?
(정답 3개)

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

분모가 2 또는 5의 거듭제곱으로만 이루어지면 유한소수이므로
4, 5가 a 값이면 $\frac{1}{5 \times a}$ 은 유한소수가 된다.

2. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{2}{15}$

② $\frac{5}{24}$

③ $\frac{4}{2^3 \times 3^2}$

④ $\frac{14}{2^2 \times 5 \times 7}$

⑤ $\frac{3^3}{2^2 \times 5 \times 11}$

해설

유한소수는 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이다.

① $\frac{2}{15} = \frac{2}{3 \times 5}$

② $\frac{5}{24} = \frac{5}{2^3 \times 3}$

③ $\frac{4}{2^3 \times 3^2} = \frac{1}{2 \times 3^2}$

④ $\frac{14}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{1}{2 \times 5}$

⑤ $\frac{3^3}{2^2 \times 5 \times 11}$

3. 다음에서 순환소수를 나타내는 방법이 옳지 않은 것은?

① $0.555\cdots = 0.5\dot{5}$ ② $1.030303\cdots = 1.\dot{0}\dot{3}$

③ $0.0060606\cdots = 0.0\dot{0}\dot{6}$ ④ $8.020202\cdots = 8.\dot{0}\dot{2}$

⑤ $7.23434\cdots = 7.2\dot{3}\dot{4}$

해설

① $0.555\cdots = 0.\dot{5}$

4. $\frac{7}{11}$ 의 소수점 아래 56번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\frac{7}{11} = 0.6\bar{3}$ 이므로 순환마디의 숫자 2개

$56 = 2 \times 28$ 이므로 소수점 아래 56번째 자리의 숫자는 3이다.

5. 다음은 순환소수 $2.6\bar{3}$ 을 분수로 나타내는 과정이다. 안에 알맞은 수를 써 넣어라.

순환소수 $2.6\bar{3}$ 를 x 로 놓으면 $x = 2.6333\dots$
양변에 10을 곱하면 $10x = 26.333\dots$
양변에 100을 곱하면 $100x = 263.333\dots$
 $100x - 10x$ 를 하여 x 를 구하면
 $x = \square$ 이다.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{79}{30}$

해설

순환소수 $2.6\bar{3}$ 를 x 로 놓으면 $x = 2.6333\dots$
양변에 10을 곱하면 $10x = 26.333\dots$
양변에 100을 곱하면 $100x = 263.333\dots$
 $100x - 10x$ 를 하여 x 를 구하면
 $90x = 237$
따라서 $x = \frac{237}{90}$ 이다.

6. 다음 중 순환소수를 분수로 나타낸 것으로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $0.\dot{7}\dot{8} = \frac{26}{33}$ ② $5.\dot{1}\dot{4} = \frac{514}{99}$ ③ $1.\dot{6} = \frac{16}{9}$
④ $0.4\dot{2} = \frac{19}{45}$ ⑤ $0.\dot{9}2\dot{5} = \frac{925}{999}$

해설

① $0.\dot{7}\dot{8} = \frac{78}{99} = \frac{26}{33}$
② $5.\dot{1}\dot{4} = \frac{514 - 5}{99} = \frac{509}{99}$
③ $1.\dot{6} = \frac{16 - 1}{9} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$
④ $0.4\dot{2} = \frac{42 - 4}{90} = \frac{19}{45}$
⑤ $0.\dot{9}2\dot{5} = \frac{925}{999}$

7. 다음에서 두 수의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $0.\dot{2}\dot{3} > 0.\dot{3}$ ② $0.\dot{9} < 1$ ③ $0.\dot{7} = 0.7$

④ $0.5\dot{9} = 0.6$ ⑤ $0.4\dot{6} > 0.\dot{6}$

해설

① $0.\dot{2}\dot{3} < 0.\dot{3}$

② $0.\dot{9} = 1$

③ $0.\dot{7} > 0.7$

④ $0.5\dot{9} = 0.6$

⑤ $0.4\dot{6} < 0.\dot{6}$

8. 다음 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ㉡ 모든 유리수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉢ 순환소수는 모두 유리수이다.

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉡ 유리수는 유한소수와 순환소수로 나뉘어진다.

9. 분수를 순환소수로 나타낸 것 중 옳은 것은?

- ① $\frac{1}{3} = 0.3\dot{3}$ ② $\frac{2}{3} = 0.\dot{7}$ ③ $\frac{6}{7} = 0.\dot{8}714$
④ $\frac{3}{11} = 0.27\dot{2}$ ⑤ $\frac{5}{11} = 0.4\dot{5}$

해설

① $\frac{1}{3} = 0.333\cdots = 0.\dot{3}$, ② $\frac{2}{3} = 0.666\cdots = 0.\dot{6}$
③ $\frac{6}{7} = 0.857142857142\cdots = 0.\dot{8}57142$, ④ $\frac{3}{11} = 0.272727\cdots = 0.2\dot{7}$

10. 분수 $\frac{17}{6}$ 을 소수로 나타내면?

- ① 2.803 ② 2.803 ③ 2.803 ④ 2.83 ⑤ 2.83

해설

$$17 \div 6 = 2.83333 \dots = 2.8\bar{3}$$

11. 순환소수 $0.4\overline{201}$ 의 소수점 아래 31번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$0.4\overline{201}$ 이므로 순환마디의 숫자 3개
 $31 - 1 = 3 \times 10$ 이므로 소수점 아래 31번째 자리의 숫자는 1이다.

12. 분수 $\frac{13}{37}$ 을 소수로 나타낼 때 소수점 아래 101 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\frac{13}{37} = 0.351$, $101 \div 3 = 33 \cdots 2$ 이므로
소수점 아래 101 번째 자리의 숫자는 순환마디의
2 번째 숫자인 5이다.

13. 서로소인 두 자연수 a, b 에 대하여 $2.\dot{3}6 \times a = 0.\dot{3} \times b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 11 ② 26 ③ 57 ④ 78 ⑤ 89

해설

$$\begin{aligned} 2.\dot{3}6 \times a &= 0.\dot{3} \times b \\ \frac{236-2}{99} \times a &= \frac{3}{9} \times b \\ a &= \frac{3}{9} \times \frac{99}{234} \times b \\ \frac{a}{b} &= \frac{3}{9} \times \frac{99}{234} = \frac{11}{78} \\ \therefore a + b &= 11 + 78 = 89 \end{aligned}$$

14. 부등식 $\frac{7}{10} < x \leq 1.9$ 을 만족시키는 정수 x 의 갯수는?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$$1.9 = \frac{18}{9} = 2$$

$$\frac{7}{10} < x \leq 2$$

$$\therefore x = 1, 2$$

즉, 2개

15. $\frac{2}{5} < 0.a < \frac{2}{3}$ 를 만족하는 한 자리 자연수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 5

▷ 정답: 6

해설

$$\frac{2}{5} < 0.a < \frac{2}{3} \rightarrow 0.4 < 0.a < 0.\dot{6}$$

16. 어떤 자연수에 2.57 을 곱해야 할 것을 잘못하여 2.57 을 곱했더니 정답과 답의 차가 0.7 이 되었다. 그 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 100

해설

어떤 자연수를 라고 하면

$$\text{} \times 2.57 - \text{} \times 2.57 = 0.7$$

$$\text{} \times (2.57 - 2.57) = 0.7$$

$$\text{} \times 0.007 = 0.7$$

$$\therefore \text{} = 100$$

17. 순환소수 $1.5\bar{1}$ 에 a 를 곱하면 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

- ① 3 ② 15 ③ 45 ④ 90 ⑤ 99

해설

$$1.5\bar{1} = \frac{151 - 15}{90} = \frac{68}{45} \text{ 이므로 가장 작은 자연수 } a \text{는 } 45 \text{이다.}$$

18. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

- ① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다. 따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

19. 분수 $\frac{3}{2 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 한 자리의 자연수 a 의 값을 구하면 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 7 개

해설

$a = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8$

20. 자연수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b}$ 를 순환소수로 나타내면

$0.\overline{xyz}$ 가 된다. b 가 될 수 있는 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 27

▷ 정답: 37

▷ 정답: 111

▷ 정답: 333

▷ 정답: 999

해설

순환소수 $0.\overline{xyz}$ 는 약분하기 전의 분모가 999 이어야 하므로 기약분수의 분모로 가능한 수는 999 의 약수이다.

이 때, $999 = 3^3 \times 37$ 이므로 999 의 약수는 1, 3, 9, 27, 37, 111, 333, 999 이다.

그런데 기약분수의 분모가 1, 3, 9 인 숫자는 순환마디의 숫자의 개수가 1개이므로 조건에 맞지 않는다.

따라서 조건에 맞는 분모는 27, 37, 111, 333, 999 이다.

21. $x = 0.1$ 일 때, $1 + \frac{1}{1+x}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{11}{10}$

해설

$$x = \frac{1}{9}, \frac{1}{x} = 9$$

$$(\text{준식}) = 1 + \frac{1}{1+9} = \frac{11}{10}$$

22. $1.3 + 3 \left\{ \frac{2}{3} + \left(0.5 - \frac{7}{9} \right) \right\} - 0.8$ 를 계산하여라.

- ① 1.5 ② 1.6 ③ 1.7 ④ 1.8 ⑤ 1.9

해설

$$\begin{aligned} \frac{13-1}{9} + 3 \left\{ \frac{2}{3} + \left(\frac{5}{9} - \frac{7}{9} \right) \right\} - \frac{8}{9} &= \frac{4}{3} + 3 \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{9} \right) - \frac{8}{9} \\ &= \frac{8}{3} - \frac{8}{9} = \frac{16}{9} = 1.\bar{7} \end{aligned}$$

23. 분수 $\frac{a}{440}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이 된다. 이때, a 의 값은 모두 몇 개인가? (단, $b > 1$)

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$\frac{a}{2^3 \times 5 \times 11}$ 가 유한소수가 되려면 a 의 값은 11의 배수가 되어야 한다. 또한 기약분수로 고쳤을 때 분자의 값이 1이 되어야 하므로 a 의 값은 분모의 인수 11의 값을 반드시 포함하되 2와 5를 적절히 조합하여야 한다. 따라서 가능한 a 의 값은 11, 2×11 , $2^2 \times 11$, $2^3 \times 11$, 5×11 , $2 \times 5 \times 11$, $2^2 \times 5 \times 11$ 의 총 7개다. ($b > 1$ 이므로 $2^3 \times 5 \times 11$ 은 해당되지 않는다.)

24. $x = \frac{5}{6}$ 일 때, $x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 순환소수로 나타내려고 한다. 이때,

순환마디의 각 수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= x + \frac{1}{\frac{x}{x} + \frac{1}{x}} \\ &= x + \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\ &= x + \frac{x}{x+1}\end{aligned}$$

x 의 값을 대입하면

$$\frac{5}{6} + \frac{1}{\frac{11}{5}} = \frac{5}{6} + \frac{5}{11} = \frac{85}{66} = 1.2878787\dots$$

따라서 순환마디는 87이므로
각 수의 합은 $8 + 7 = 15$ 이다.

25. 두 순환소수 $0.\dot{a}2\dot{b}$ 와 $0.\dot{a}b\dot{2}$ 의 합이 $\frac{307}{333}$ 일 때 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 4$

▷ 정답: $b = 9$

해설

$$\frac{100a + 20 + b}{999} + \frac{100a + 10b + 2}{999} = \frac{307}{333}$$

$$200a + 11b + 22 = 921$$

$$200a + 11b = 899$$

$$11b < 100 \text{ 이므로 } 200a = 800$$

$$\therefore a = 4, b = 9$$