

1. 분수 $\frac{1}{5 \times a}$ 가 유한소수가 될 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?
(정답 3개)

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

분모가 2 또는 5의 거듭제곱으로만 이루어지면 유한소수이므로
4, 5가 a 값이면 $\frac{1}{5 \times a}$ 은 유한소수가 된다.

2. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{2}{15}$

② $\frac{5}{24}$

③ $\frac{4}{2^3 \times 3^2}$

④ $\frac{14}{2^2 \times 5 \times 7}$

⑤ $\frac{3^3}{2^2 \times 5 \times 11}$

해설

유한소수는 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5 뿐이다.

① $\frac{2}{15} = \frac{2}{3 \times 5}$

② $\frac{5}{24} = \frac{5}{2^3 \times 3}$

③ $\frac{4}{2^3 \times 3^2} = \frac{1}{2 \times 3^2}$

④ $\frac{14}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{1}{2 \times 5}$

⑤ $\frac{3^3}{2^2 \times 5 \times 11}$

3. 다음에서 순환소수를 나타내는 방법이 옳지 않은 것은?

① $0.555\cdots = 0.\dot{5}\dot{5}$

② $1.030303\cdots = 1.\dot{0}\dot{3}$

③ $0.0060606\cdots = 0.00\dot{6}$

④ $8.020202\cdots = 8.\dot{0}\dot{2}$

⑤ $7.23434\cdots = 7.2\dot{3}\dot{4}$

해설

① $0.555\cdots = 0.\dot{5}$

4. $\frac{7}{11}$ 의 소수점 아래 56번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{7}{11} = 0.6\dot{3}$ 이므로 순환마디의 숫자 2개

$56 = 2 \times 28$ 이므로 소수점 아래 56번째 자리의 숫자는 3이다.

5. 다음은 순환소수 $2.\dot{6}3$ 을 분수로 나타내는 과정이다. 안에 알맞은 수를 써 넣어라.

순환소수 $2.\dot{6}3$ 를 x 로 놓으면 $x = 2.6333\cdots$

양변에 10을 곱하면 $10x = 26.333\cdots$

양변에 100을 곱하면 $100x = 263.333\cdots$

$100x - 10x$ 를 하여 x 를 구하면

$x = \text{□}$ 이다.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{79}{30}$

해설

순환소수 $2.\dot{6}3$ 를 x 로 놓으면 $x = 2.6333\cdots$

양변에 10을 곱하면 $10x = 26.333\cdots$

양변에 100을 곱하면 $100x = 263.333\cdots$

$100x - 10x$ 를 하여 x 를 구하면

$$90x = 237$$

따라서 $x = \frac{237}{90}$ 이다.

6. 다음 중 순환소수를 분수로 나타낸 것으로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

$$\textcircled{1} \ 0.\dot{7}\dot{8} = \frac{26}{33}$$

$$\textcircled{2} \ 5.\dot{1}\dot{4} = \frac{514}{99}$$

$$\textcircled{3} \ 1.\dot{6} = \frac{16}{9}$$

$$\textcircled{4} \ 0.4\dot{2} = \frac{19}{45}$$

$$\textcircled{5} \ 0.\dot{9}2\dot{5} = \frac{925}{999}$$

해설

$$\textcircled{1} \ 0.\dot{7}\dot{8} = \frac{78}{99} = \frac{26}{33}$$

$$\textcircled{2} \ 5.\dot{1}\dot{4} = \frac{514 - 5}{99} = \frac{509}{99}$$

$$\textcircled{3} \ 1.\dot{6} = \frac{16 - 1}{9} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$$

$$\textcircled{4} \ 0.4\dot{2} = \frac{42 - 4}{90} = \frac{19}{45}$$

$$\textcircled{5} \ 0.\dot{9}2\dot{5} = \frac{925}{999}$$

7. 다음에서 두 수의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $0.\dot{2}\ddot{3} > 0.\dot{3}$

② $0.\dot{9} < 1$

③ $0.\dot{7} = 0.7$

④ $0.5\dot{9} = 0.6$

⑤ $0.4\dot{6} > 0.\dot{6}$

해설

① $0.\dot{2}\ddot{3} < 0.\dot{3}$

② $0.\dot{9} = 1$

③ $0.\dot{7} > 0.7$

④ $0.5\dot{9} = 0.6$

⑤ $0.4\dot{6} < 0.\dot{6}$

8. 다음 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
- ㉡ 모든 유리수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ㉢ 순환소수는 모두 유리수이다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉡ 유리수는 유한소수와 순환소수로 나누어진다.

9. 분수를 순환소수로 나타낸 것 중 옳은 것은?

① $\frac{1}{3} = 0.3\dot{3}$

② $\frac{2}{3} = 0.\dot{7}$

③ $\frac{6}{7} = 0.\dot{8}71\dot{4}$

④ $\frac{3}{11} = 0.2\dot{7}2$

⑤ $\frac{5}{11} = 0.4\dot{5}$

해설

① $\frac{1}{3} = 0.333\cdots = 0.\dot{3}$, ② $\frac{2}{3} = 0.666\cdots = 0.\dot{6}$

③ $\frac{6}{7} = 0.857142857142\cdots = 0.\dot{8}5714\dot{2}$, ④ $\frac{3}{11} = 0.272727\cdots = 0.\dot{2}7$

10. 분수 $\frac{17}{6}$ 을 소수로 나타내면?

① $2.8\dot{0}\dot{3}$

② $2.\dot{8}0\dot{3}$

③ $2.80\dot{3}$

④ $2.8\dot{3}$

⑤ $2.\dot{8}\dot{3}$

해설

$$17 \div 6 = 2.83333 \cdots = 2.8\dot{3}$$

11. 순환소수 $0.4\dot{2}0\dot{1}$ 의 소수점 아래 31 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$0.4\dot{2}0\dot{1}$ 이므로 순환마디의 숫자 3 개

$31 - 1 = 3 \times 10$ 이므로 소수점 아래 31 번째 자리의 숫자는 1
이다.

12. 분수 $\frac{13}{37}$ 을 소수로 나타낼 때 소수점 아래 101 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{13}{37} = 0.\dot{3}5\dot{1}, 101 \div 3 = 33 \cdots 2 \text{ 이므로}$$

소수점 아래 101 번째 자리의 숫자는 순환마디의
2 번째 숫자인 5이다.

13. 서로소인 두 자연수 a, b 에 대하여 $2.\dot{3}\dot{6} \times a = 0.\dot{3} \times b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 11

② 26

③ 57

④ 78

⑤ 89

해설

$$2.\dot{3}\dot{6} \times a = 0.\dot{3} \times b$$

$$\frac{236 - 2}{99} \times a = \frac{3}{9} \times b$$

$$a = \frac{3}{9} \times \frac{99}{234} \times b$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{9} \times \frac{99}{234} = \frac{11}{78}$$

$$\therefore a + b = 11 + 78 = 89$$

14. 부등식 $\frac{7}{10} < x \leq 1.\dot{9}$ 을 만족시키는 정수 x 의 갯수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$$1.\dot{9} = \frac{18}{9} = 2$$

$$\frac{7}{10} < x \leq 2$$

$$\therefore x = 1, 2$$

즉, 2개

15. $\frac{2}{5} < 0.a < \frac{2}{3}$ 를 만족하는 한 자리 자연수 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 6

해설

$$\frac{2}{5} < 0.a < \frac{2}{3} \rightarrow 0.4 < 0.a < 0.\dot{6}$$

16. 어떤 자연수에 $2.5\dot{7}$ 을 곱해야 할 것을 잘못하여 2.57 을 곱했더니 정답과 답의 차가 $0.\dot{7}$ 이 되었다. 그 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

어떤 자연수를 라고 하면

$$\text{} \times 2.5\dot{7} - \text{} \times 2.57 = 0.\dot{7}$$

$$\text{} \times (2.5\dot{7} - 2.57) = 0.\dot{7}$$

$$\text{} \times 0.00\dot{7} = 0.\dot{7}$$

$$\therefore \text{} = 100$$

17. 순환소수 $1.5\dot{1}$ 에 a 를 곱하면 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 3

② 15

③ 45

④ 90

⑤ 99

해설

$1.5\dot{1} = \frac{151 - 15}{90} = \frac{68}{45}$ 이므로 가장 작은 자연수 a 는 45이다.

18. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌
유리수의 개수는?

① 4개

② 18개

③ 22개

④ 62개

⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

19. 분수 $\frac{3}{2 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 한 자리의 자연수 a 의 값을 구하면 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

$$a = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8$$

20. 자연수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b}$ 를 순환소수로 나타내면 $0.\dot{x}yz$ 가 된다. b 가 될 수 있는 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 37

▷ 정답 : 111

▷ 정답 : 333

▷ 정답 : 999

해설

순환소수 $0.\dot{x}yz$ 는 약분하기 전의 분모가 999 이어야 하므로 기약분수의 분모로 가능한 수는 999 의 약수이다.

이 때, $999 = 3^3 \times 37$ 이므로 999 의 약 수는 1, 3, 9, 27, 37, 111, 333, 999 이다.

그런데 기약분수의 분모가 1, 3, 9 인 숫자는 순환마디의 숫자의 개수가 1개이므로 조건에 맞지 않는다.

따라서 조건에 맞는 분모는 27, 37, 111, 333, 999 이다.

21. $x = 0.\dot{1}$ 일 때, $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{11}{10}$

해설

$$x = \frac{1}{9}, \quad \frac{1}{x} = 9$$

$$(\text{준식}) = 1 + \frac{1}{1 + 9} = \frac{11}{10}$$

22. $1.\dot{3} + 3 \left\{ \frac{2}{3} + \left(0.\dot{5} - \frac{7}{9} \right) \right\} - 0.\dot{8}$ 를 계산하여라.

① $1.\dot{5}$

② $1.\dot{6}$

③ $1.\dot{7}$

④ $1.\dot{8}$

⑤ $1.\dot{9}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{13-1}{9} + 3 \left\{ \frac{2}{3} + \left(\frac{5}{9} - \frac{7}{9} \right) \right\} - \frac{8}{9} &= \frac{4}{3} + 3 \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{9} \right) - \frac{8}{9} \\ &= \frac{8}{3} - \frac{8}{9} = \frac{16}{9} = 1.\dot{7} \end{aligned}$$

23. 분수 $\frac{a}{440}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이 된다. 이때, a 의 값은 모두 몇 개인가? (단, $b > 1$)

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$\frac{a}{2^3 \times 5 \times 11}$ 가 유한소수가 되려면 a 의 값은 11의 배수가 되어야 한다. 또한 기약분수로 고쳤을 때 분자의 값이 1이 되어야 하므로 a 의 값은 분모의 인수 11의 값을 반드시 포함하되 2와 5를 적절히 조합하여야 한다. 따라서 가능한 a 의 값은 11, 2×11 , $2^2 \times 11$, $2^3 \times 11$, 5×11 , $2 \times 5 \times 11$, $2^2 \times 5 \times 11$ 의 총 7개다. ($b > 1$ 이므로 $2^3 \times 5 \times 11$ 은 해당되지 않는다.)

24. $x = \frac{5}{6}$ 일 때, $x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 순환소수로 나타내려고 한다. 이때,

순환마디의 각 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{aligned} x + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= x + \frac{1}{\frac{x}{x} + \frac{1}{x}} \\ &= x + \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\ &= x + \frac{x}{x+1} \end{aligned}$$

x 의 값을 대입하면

$$\frac{5}{6} + \frac{1}{\frac{11}{5}} = \frac{5}{6} + \frac{5}{11} = \frac{85}{66} = 1.2878787 \dots$$

따라서 순환마디는 87 이므로
각 수의 합은 $8 + 7 = 15$ 이다.

25. 두 순환소수 $0.\dot{a}2\dot{b}$ 와 $0.\dot{a}b\dot{2}$ 의 합이 $\frac{307}{333}$ 일 때 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 4$

▷ 정답: $b = 9$

해설

$$\frac{100a + 20 + b}{999} + \frac{100a + 10b + 2}{999} = \frac{307}{333}$$

$$200a + 11b + 22 = 921$$

$$200a + 11b = 899$$

$$11b < 100 \text{ 이므로 } 200a = 800$$

$$\therefore a = 4, b = 9$$