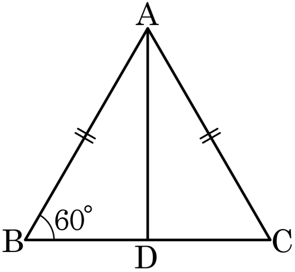
1. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $B = 60°$이고, 꼭지각의 이등분선이 밑변과 만나는 점을 D라고 할 때, $\angle BAD$의 크기는?



① $30°$ ② $45°$ ③ $60°$ ④ $85°$ ⑤ $90°$

해설

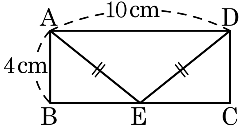
$\triangle ABC$에서

$\overline{AB} = \overline{AC}$이므로 이등변삼각형이고, $\angle C = 60°$이다.

또한, $\angle A = 180° - (60° + 60°) = 60°$이다.

따라서 $\triangle ABC$는 정삼각형이고 $\angle BAD$는 $\angle A$를 이등분한 각이므로 $\angle BAD = 30°$이다.

2. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} : \overline{BE}$는?



① 1 : 2 ② 2 : 3 ③ 3 : 4

④ 4 : 5 ⑤ 1 : 1

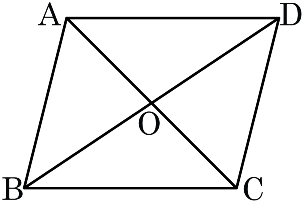
해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle DCE$ 에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고, $\angle B = \angle C = 90°$, $\overline{AE} = \overline{ED}$ 이므로

$\triangle ABE \equiv \triangle DCE$ 는 RHS 합동이다.

따라서 $\overline{BE} = \overline{EC} = 10 \div 2 = 5(\mathrm{cm})$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{BE} = 4 : 5$ 이다.

3. 다음 사각형 ABCD 중에서 평행사변형이 <u>아닌</u> 것은? (단, O 는 두 대각선이 만나는 점이다.)



① $\overline{OA}=5\text{cm},\ \overline{OB}=7\text{cm},\ \overline{OC}=5\text{cm},\ \overline{OD}=7\text{cm}$

② $\angle A=77°,\ \angle B=103°,\ \angle C=77°$

③ $\overline{AB}=5\text{cm},\ \overline{BC}=7\text{cm},\ \overline{CD}=5\text{cm},\ \overline{DA}=7\text{cm}$

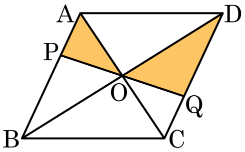
④ $\angle OAB=30°, \angle OCD=30°,\ \overline{AB}=5\text{cm},\ \overline{CD}=5\text{cm}$

⑤ $\overline{AB}//\overline{CD},\ \overline{AD}=7\text{cm}, \overline{BC}=7\text{cm}$

해설

① 평행사변형은 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
② 평행사변형은 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
③ 평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
④ 평행사변형은 한 쌍이 평행하고 그 길이가 같다.

4. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점 O 를 지나는 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 P, Q 라고 할 때, 색칠한 부분의 넓이가 12cm^2 이면 □ABCD 의 넓이는?



① 40cm^2 ② 44cm^2 ③ 48cm^2

④ 52cm^2 ⑤ 56cm^2

해설

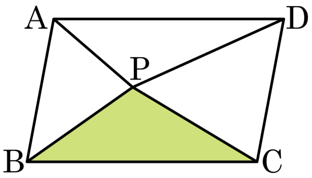
$\triangle APO \equiv \triangle CQO$ (ASA 합동)

$\triangle OCD = \triangle ODQ + \triangle OAP = 12\ (\text{cm}^2)$

$\triangle OCD = \dfrac{1}{4}\square ABCD$ 이므로

($\square$ABCD의 넓이) $= 12 \times 4 = 48\ (\text{cm}^2)$

5. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 넓이가 100cm^2이고, $\triangle PAD$의 넓이가 24cm^2일 때, 어두운 부분의 넓이는 얼마인가?



① 24cm^2　　② 25cm^2　　③ 26cm^2

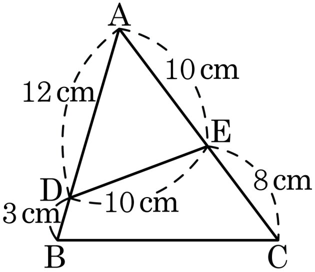
④ 28cm^2　　⑤ 50cm^2

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$이다.

$100 \times \frac{1}{2} = 24 + \triangle PBC$이므로 $\triangle PBC = 26(\text{cm}^2)$이다.

6. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 13cm ② 14cm ③ 15cm ④ 16cm ⑤ 17cm

해설

$\angle A$가 공통이고,

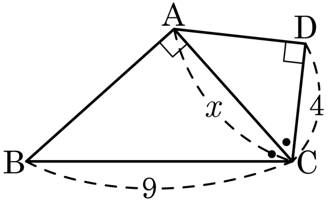
$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD} = 3 : 2$ 이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음)

$3 : 2 = \overline{BC} : 10$

$\overline{BC} = 15(\mathrm{cm})$

7. 다음 그림과 같이 □ABCD 에서 $\angle BCA = \angle ACD$, $\angle ADC = \angle BAC = 90°$ 일 때, x 의 값을 구하면? (단, $\overline{BC} = 9$, $\overline{CD} = 4$, $\overline{AC} = x$)

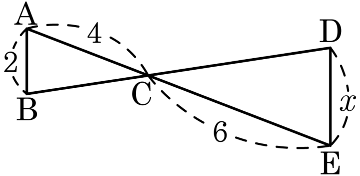


① $\frac{15}{2}$ ② 7 ③ $\frac{13}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{11}{2}$

해설

$\triangle ADC$ 와 $\triangle BAC$ 에서 $\angle ACD = \angle BCA$,
$\angle ADC = \angle BAC$ 이므로 $\triangle ADC \backsim \triangle BAC$
(AA 닮음)
$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{CD} : \overline{AC}$
$x : 9 = 4 : x$
$x^2 = 36$
$\therefore \ x = 6 \ (\because x > 0)$

8. 다음 그림에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

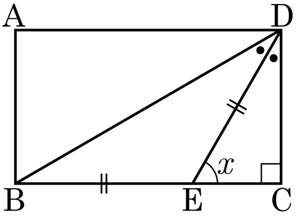
$\triangle ABC \backsim \triangle EDC$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AC} : \overline{EC} = \overline{AB} : \overline{ED}$

$4 : 6 = 2 : x$

$4x = 12 \qquad \therefore \ x = 3$

9. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{DE}$, $\angle BDE = \angle CDE$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설

$\angle BDE = \angle a$ 라고 하면 $\angle BDE = \angle CDE = \angle a$ 이고, $\angle x = 2\angle a$

$\triangle CDE$ 의 내각의 합을 이용하면

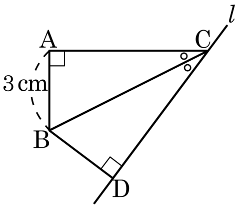
$$\begin{aligned} 180° &= \angle CDE + \angle DEC + \angle ECD \\ &= \angle a + 2\angle a + 90° \\ &= 3\angle a + 90° \end{aligned}$$

$\therefore \angle a = 30°$

한편 $\angle x = 2\angle a$ 이므로

$\therefore \angle x = 60°$

10. 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 $\angle C$ 를 지나는 직선 l 을 $\angle ACB = \angle DCB$ 가 성립하도록 그렸다. 점 B 에서 직선 l 로 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



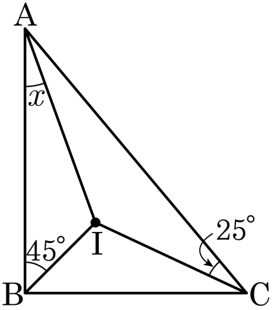
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DBC$ 에서
$\overline{BC}$ 는 공통 $\cdots$ ㉠
$\angle ACB = \angle DCB \cdots$ ㉡
$\angle CAB = \angle CDB = 90° \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ABC \equiv \triangle DBC$ (RHA 합동) 이다.
그러므로 $\overline{AB} = \overline{BD} = 3\text{cm}$

11. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때 $\angle x = ($ $)^\circ$ 이다.
( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

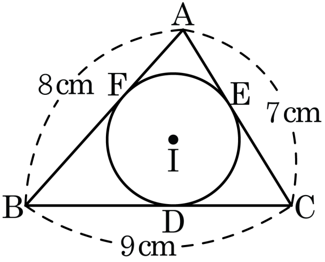
해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle x + 45° + 25° = 90°$

$\therefore \angle x = 20°$

12. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 세 점 D, E, F 는 각각 내접원의 접점이다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\text{cm}$, $\overline{AC} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

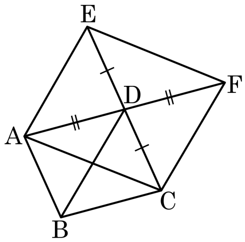
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{BD} = x$ 라 하면, $\overline{BD} = \overline{BF} = x$ 이고, $\overline{CD} = 9 - x = \overline{CE}$, $\overline{AF} = 8 - x = \overline{AE}$

$\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{EC} = 8 - x + 9 - x = 7$ 이므로 $17 - 2x = 7, 10 = 2x$ 이다.

$\therefore x = 5(\text{ cm})$

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 넓이가 16 일 때, $\triangle$ACF 의 넓이는?



① 8 ② 12 ③ 16

④ 32 ⑤ 알 수 없다.

해설

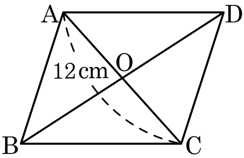
평행사변형 ABCD 에서

$\triangle \mathrm{CDA} = \dfrac{1}{2}\square \mathrm{ABCD} = 8$

$\square$ACFE 의 대각선은 서로를 이등분하므로 평행사변형이므로

$\triangle \mathrm{ACF} = 2 \times \triangle \mathrm{ACD} = 16$ 이다.

14. 평행사변형 ABCD의 대각선의 교점은 O이고, 대각선 $\overline{AC}$ 의 길이는 12cm 이다. $\angle B = \angle A$ 일 때, $\overline{OB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

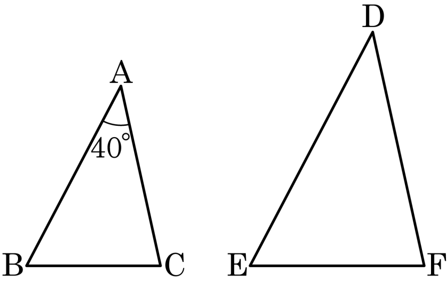
▷ 정답 : 6 cm

해설

평행사변형에서 $\angle A = \angle B$, $\angle A + \angle B = 180°$, $\angle A = \angle B = 90°$ 이므로, 평행사변형 ABCD 는 직사각형이다.
직사각형은 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분한다.

따라서 $\overline{AC} = \overline{BD} = 12\text{cm}$, $\overline{OB} = \dfrac{\overline{BD}}{2} = \dfrac{12}{2} = 6\text{cm}$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 일 때, $\angle E + \angle F$ 의 크기는?

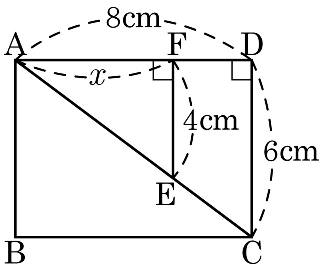


① $70°$ ② $80°$ ③ $120°$ ④ $140°$ ⑤ $145°$

해설

두 삼각형이 닮음이므로 대응각인 $\angle A = \angle D$ 이다.
삼각형의 세 내각의 합은 $180°$ 이므로 $\angle D + \angle E + \angle F = 180°$
$\therefore \angle E + \angle F = 180° - 40° = 140°$

16. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형일 때, x 의 값을 구하면?



① 3 ② $\frac{16}{3}$ ③ 6 ④ $\frac{19}{3}$ ⑤ 7

해설

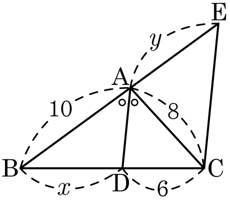
$\triangle$ACD $\backsim$ $\triangle$AEF 이므로

$\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{CD}} : \overline{\mathrm{EF}}$ 이다.

$8 : x = 6 : 4$

$6x = 32 \qquad \therefore\ x = \frac{16}{3}(\mathrm{cm})$

17. 다음 그림에서 $\overline{AD} // \overline{EC}$ 일 때, x, y 의 길이는?



① $x = 8, y = \frac{15}{2}$

② $x = \frac{15}{2}, y = 8$

③ $x = \frac{15}{2}, y = 6$

④ $x = \frac{15}{4}, y = 8$

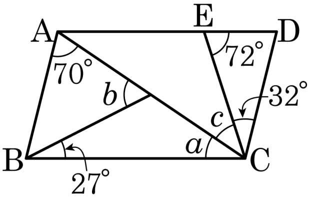
⑤ $x = \frac{15}{2}, y = \frac{15}{2}$

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이므로 $10 : 8 = x : 6 \therefore x = \frac{15}{2}$

$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이므로 $10 : y = \frac{15}{2} : 6 \therefore y = 8$

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle a+\angle b+\angle c$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 133 °

해설

$\angle \mathrm{BAC} = \angle \mathrm{ACD}$ (엇각), $\angle c = 70° - 32° = 38°$

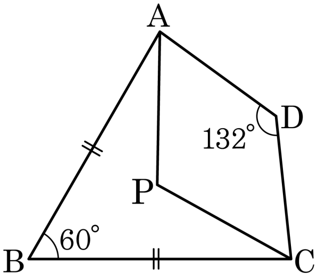
$\angle \mathrm{EDC} = 180° - 72° - 32° = 76° = \angle \mathrm{ABC}$

$\angle a = 180° - 70° - 76° = 34°$

$\angle b = \angle a + 27° = 34° + 27° = 61°$ (삼각형의 한 외각의 크기는 이웃하지 않은 두 각의 크기의 합과 같다.)

$\therefore \ \angle a + \angle b + \angle c = 34° + 61° + 38° = 133°$

19. 다음 그림에서 □APCD는 마름모이다. $\overline{AB} = \overline{BC}$일 때, $\angle BAD$의 크기를 구하여라.



① 84° ② 89° ③ 91° ④ 93° ⑤ 95°

해설

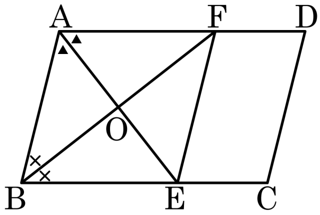
$\overline{AC}$를 그으면

$\angle DAC = (180° - 132°) \div 2 = 24°$

$\angle BAC = (180° - 60°) \div 2 = 60°$

$\therefore \ \angle BAD = 60° + 24° = 84°$

20. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$는 각각 $\angle A$, $\angle B$의 이등분선이다. 이 때, $\square ABEF$는 어떤 사각형인가?



① 직사각형 ② 마름모 ③ 정사각형

④ 등변사다리꼴 ⑤ 사다리꼴

해설

$\angle ABF = \angle EFB = \angle EBF$ 이므로 $\overline{BE} = \overline{FE}$

이웃하는 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모이다.

21. 다음 중 정사각형의 성질이지만 마름모의 성질은 아닌 것은?

① 두 대각의 크기가 각각 같다.

② 두 대각선이 서로 직교한다.

③ 대각선에 의해 넓이가 이등분된다.

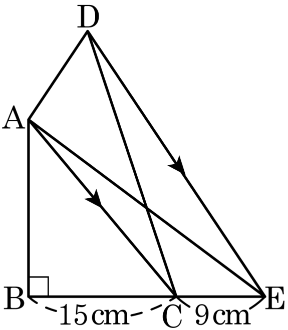
④ 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ 내각의 크기의 합이 360°이다.

해설

마름모가 정사각형이 되기 위해서는 두 대각선의 길이가 같아야 한다.

22. 다음 그림에서 $\overline{AC} // \overline{DE}$ 이고 $\triangle ABC = 135\text{cm}^2$ 이다. $\overline{BC} = 15\text{cm}$, $\overline{CE} = 9\text{cm}$ 일 때, $\triangle ACD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

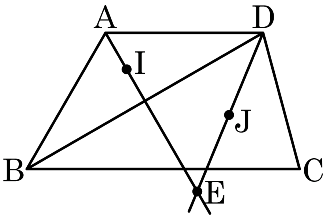
▷ 정답 : $81\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AB} = 135 \times 2 \div 15 = 18(\text{cm})$

$\triangle ACD = \triangle ACE = \dfrac{1}{2} \times 9 \times 18 = 81(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{BD}=\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 삼각형 ABD, BCD 의 내심을 각각 I, J 라 정한다. 선분 AI 와 선분 DJ 의 연장선의 교점을 E 이고 $\angle DBC = 30°$ 라 할 때, $\angle IEJ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 52.5°

해설

선분 AD 와 선분 BC 가 평행하므로

$\angle ADB = \angle DBC = 30°$

또 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle BAD = 120°$

점 I 는 $\triangle ABD$ 의 내심이므로

$\angle IAD = \frac{1}{2}\angle BAD = 60°$

또 $\triangle BCD$ 도 이등변삼각형이므로

$\angle BCD = \angle BDC = \frac{1}{2}(180° - 30°) = 75°$

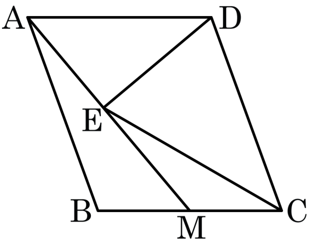
점 J 는 $\triangle BCD$ 의 내심이므로

$\angle BDJ = \frac{1}{2}\angle BDC = \frac{1}{2}\times 75 = 37.5°$

$\triangle AED$ 에서 $60° + \angle IEJ + 37.5° + 30° = 180°$

$\therefore\ \angle IEJ = 52.5°$

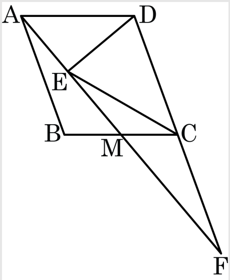
24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 M 은 변 BC 의 중점이고, 점 D 에서 선분 AM 에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\angle MAB = 20°$, $\angle B = 110°$ 일 때, $\angle ECM$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : $30\underline{°}$

해설

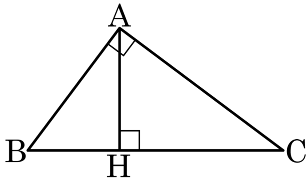


위 그림과 같이 선분 DC 와 AM 의 연장선의 교점을 F 라 하면 $\triangle DEF$ 는 직각삼각형이다.
또, $\triangle FCM \equiv \triangle AMB$ (ASA 합동) 이므로
$\therefore\ \overline{CF} = \overline{AB} = \overline{DC}$
따라서 점 C 는 직각삼각형 DEF 의 빗변의 중점이므로 삼각형 DEF 의 외심이고 $\overline{CD} = \overline{CF} = \overline{CE}$ 이다.

$$\begin{aligned}\angle ECD &= \angle CEF + \angle CFM \\ &= 2\angle CFM \\ &= 2\angle MAB \\ &= 40°\end{aligned}$$

$\angle DCM = 180° - \angle B = 180° - 110° = 70°$
$\therefore\ \angle ECM = \angle DCM - \angle ECD = 70° - 40° = 30°$

25. 다음 그림의 직각삼각형은 $\angle A$ 가 직각이다. 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때 $\triangle AHC$ 의 넓이를 구하여라. (단, $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 4$ 이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{96}{25}$

해설

$\triangle AHB \backsim \triangle CAB$ 이므로 $\overline{HB} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{CB}$

$\therefore \ \overline{AB}^2 = \overline{HB} \cdot \overline{CB} \cdots$ ㉠

$\triangle AHC \backsim \triangle BAC$ 이므로 $\overline{HC} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{BC}$

$\therefore \ \overline{AC}^2 = \overline{HC} \cdot \overline{BC} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 각 변끼리 나누면 $\dfrac{\overline{AB}^2}{\overline{AC}^2} = \dfrac{\overline{HB} \cdot \overline{CB}}{\overline{HC} \cdot \overline{BC}} = \dfrac{\overline{HB}}{\overline{HC}} = \dfrac{9}{16}$

$\triangle AHB$ 와 $\triangle AHC$ 의 높이가 같으므로 넓이의 비는 밑변의 비 $\overline{BH} : \overline{HC} = 9 : 16$ 과 같다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $3 \times 4 \times \dfrac{1}{2} = 6$ 이므로 $\triangle AHC$ 의 넓이는 $6 \times \dfrac{16}{25} = \dfrac{96}{25}$ 이다.