1. 다항식 $5xy - yx^2 + 2x^3 + 2yz^2$ 에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① x의 계수는 $5y$이다.

② x^2의 계수는 $-y$이다.

③ x에 대한 3차식이다.

④ x에 대한 상수항은 $2yz^2$이다.

⑤ y, z에 대한 2차식이다.

해설

y, z에 대한 3차식이다.

2. 두 다항식 $A = 5x^3 + x^2 - 6x + 7$, $B = 2x^3 - 4x^2 - 1$ 에 대하여 $2A - 3B$ 를 계산한 식에서 x^2 의 계수는 얼마인가?

① 14 ② -12 ③ 4 ④ 17 ⑤ 18

해설

$2A - 3B$
$= 2(5x^3 + x^2 - 6x + 7) - 3(2x^3 - 4x^2 - 1)$
$= 4x^3 + 14x^2 - 12x + 17$

$\therefore$ x^2 의 계수 : 14

해설

이차항만 뽑아서 계산한다.
$2A - 3B \Rightarrow 2(x^2) - 3(-4x^2) = 2x^2 + 12x^2 = 14x^2$

3. 다음 식을 계산했을 때, 몫은?

$$(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$$

① $4x^2 - 3x + 2$ ② $4x^2 - x - 2$ ③ $4x^2 - 2x + 1$
④ $-4x^2 - x - 2$ ⑤ $-4x^2 + x - 2$

해설

$\therefore$ 몫 : $4x^2 - x - 2$, 나머지 : $-5x + 3$

4. $(x-2y-3z)^2$을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2+4y^2+9z^2-4xy+12yz-6zx$

② $x^2-4xy+4y^2-9z^2+12yz-6zx$

③ $x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

④ $4y^2+12yz+9z^2+(-4y-6z)x+x^2$

⑤ $9z^2+4y^2+x^2$

해설

$(x-2y-3z)^2=x^2-(4y+6z)x+4y^2+12yz+9z^2$

5. $(a-b+c)(a-b-c)$를 전개하면?

① $-a^2+b^2-c^2+2ca$　② $a^2-b^2+c^2+2ab$

③ $a^2+b^2+c^2+abc$　④ $a^2-b^2-c^2+2bc$

⑤ $a^2+b^2-c^2-2ab$

해설

$$\begin{aligned}&(a-b+c)\,(a-b-c)\\&=\{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\}\\&=(a-b)^2-c^2\\&=a^2+b^2-c^2-2ab\end{aligned}$$

6. $x+y+z=3,\ xy+yz+zx=-1$ 일 때 $x^2+y^2+z^2$ 의 값을 구하면?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} x^2+y^2+z^2 &= (x+y+z)^2-2(xy+yz+xz) \\ &= 9+2=11 \end{aligned}$$

7. 모든 실수 x에 대하여 등식 $3x^2+2x+7=a(x+1)^2+b(x+1)+c$가 성립할 때, 상수 c의 값은?

① -6 ② -7 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

항등식이므로 우변을 전개하여 동류항끼리 비교한다.
$3x^2+2x+7=ax^2+(2a+b)x+a+b+c$
$a=3,\ 2a+b=2,\ a+b+c=7$
$\therefore$ 연립하면 $a=3,\ b=-4,\ c=8$

해설

조립제법 사용

$$\begin{array}{r|rrr} -1 & 3 & 2 & 7 \\ & & -3 & 1 \\ \hline -1 & 3 & -1 & 8 \Rightarrow c \\ & & -3 & \\ \hline & 3 & -4 & \Rightarrow b \\ & \Downarrow & & \\ & a & & \end{array}$$

8. $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ 이 x에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

해설

양변에 $x = 1$을 대입하면,
$(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5$ 이므로
$\therefore\ 2^5 = 32$

9. 다항식 $f(x)$를 $x-2$로 나눈 몫을 $Q(x)$라 할 때, 나머지는?

① $f(2)$ ② $f(-2)$ ③ $f(2)+Q(2)$

④ $Q(2)$ ⑤ $Q(-2)$

해설

$f(x)=(x-2)Q(x)+R$

$\therefore\ f(2)=R$

10. x에 대한 다항식 x^3-2x^2-px+2가 $x-2$로 나누어떨어지도록 상수 p의 값을 정하면?

① 1　② -1　③ 2　④ -2　⑤ 3

해설

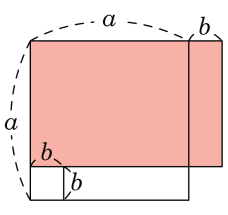
$x^3-2x^2-px+2=f(x)$로 놓으면 $f(x)$가 $x-2$로 나누어떨어지려면

$f(2)=0$이므로,

$f(2)=8-8-2p+2=0$

$\therefore p=1$

11. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

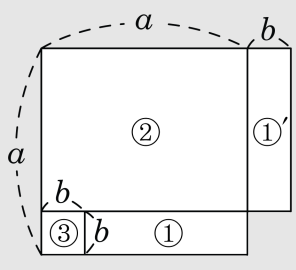
② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3$

해설



$(a+b)(a-b) = ①' + ②$

$①' = ①$이므로

$(a+b)(a-b) = ① + ② = a^2 - b^2$

$\therefore\ (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

12. $(x^3+ax+2)(x^2+bx+2)$를 전개했을 때, x^2과 x^3의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$(x^3+ax+2)(x^2+bx+2)$
$=x^5+bx^4+(a+2)x^3+(ab+2)x^2+(2a+2b)x+4$
(x^2의 계수)=(x^3의 계수)=0이므로
$ab+2=0,\ a+2=0$
따라서 $a=-2,\ b=1$
$\therefore a+b=-1$

13. $f(x)=x^3-3x^2+3x+1$ 일 때, $f(x)-2=x(x^2-1)+a(x-x^2)+b(x^2-1)$가 항상 성립하도록 하는 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x)-2=x^3-3x^2+3x-1$이므로

$x^3-3x^2+3x-1=x(x^2-1)+a(x-x^2)+b(x^2-1)$

$=x^3+(-a+b)x^2+(a-1)x-b\cdots$㉠

㉠이 x에 대한 항등식이므로 양변의 차수가 같은 항의 계수가 같아야 한다.

즉, $-a+b=-3$, $a-1=3$, $b=1$

이므로 $a=4$, $b=1$

$\therefore\ a+b=5$

14. 등식 $x^2-2x+3=a+b(x-1)+c(x-1)^2$ 이 x에 관한 항등식일 때, $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$x^2-2x+3=a+b(x-1)+c(x-1)^2$
$x=1$을 대입하면 $2=a$ ……①
$x=0$을 대입하면 $3=a-b+c$ ……②
$x=2$를 대입하면 $3=a+b+c$ ……③
①을 ②, ③에 대입하여 정리하면
$b-c=-1$, $b+c=1$
두 식을 연립하면 $b=0$, $c=1$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=4+0+1=5$

15. 다음 등식이 k의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy의 값을 구하여라.

$$(2k+3)x+(3k-1)y+5k-9=0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

k에 대하여 내림차순으로 정리하면
$(2x+3y+5)k+(3x-y-9)=0$
이것은 k에 대한 항등식이므로
$2x+3y+5=0$
$3x-y-9=0$
연립방정식을 풀면 $x=2,\ y=-3$
$\therefore\ xy=2\times(-3)=-6$

16. $(x+y)a-(x-y)b-(y-z)c-4z=0$이 x, y, z의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc를 구하면?

① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

해설

x, y, z에 대해 정리하면

$(a-b)x+(a+b-c)y+(c-4)z=0$

x, y, z에 대한 항등식이므로

$a=b,\ a+b-c=0,\ c=4$

$\therefore\ a=b=2,\ c=4$

$\therefore\ abc=16$

17. 다항식 x^3+ax+b가 다항식 x^2-x+1로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로
$x^2=x-1$을 대입하면
$ax+(b-1)=0$
이 등식이 x에 대한 항등식이므로,
$a=0,\ b-1=0$
$\therefore\ a=0,\ b=1$
$\therefore a+b=1$

해설

x^3+ax+b
$=(x^2-x+1)Q(x)$
$=(x^2-x+1)(x+b)$
$\therefore\ b=1,\ a=0$

18. 다항식 $f(x)$를 두 일차식 $x-1,\ x-2$로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$　② $-x+3$　③ $x-3$
④ $-x-3$　⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$를 $x-1,\ x-2$로 나눈 나머지는 각각 $2, 1$이므로
$f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$라 하자.

$$f(x)=(x^2-3x+2)Q(x)+ax+b$$
$$=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$$

양변에 각각 $x=1,\ x=2$를 대입하면
$f(1)=a+b=2,\ f(2)=2a+b=1$
두 식을 연립하여 구하면 $a=-1, b=3$
$\therefore$구하는 나머지는 $-x+3$

19. 다항식 $2x^3+ax^2+bx+3$ 이 다항식 $2x^2-x-3$ 으로 나누어 떨어질 때, $a+b$ 의 값은 ?

① 3 ② 1 ③ -1 ④ -2 ⑤ -5

해설

$2x^3+ax^2+bx+3=(2x^2-x-3)Q(x)$

$=(x+1)(2x-3)Q(x)$

$x=-1$ 일 때, $-2+a-b+3=0$

$\therefore\ a-b=-1\cdots$ ㉠

$x=\frac{3}{2}$ 일 때, $\frac{27}{4}+\frac{9}{4}a+\frac{3}{2}b+3=0$

$27+9a+6b+12=0$

$\therefore\ 3a+2b=-13\cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 에서 $a=-3,\ b=-2$

$\therefore\ a+b=(-3)+(-2)=-5$

20. 다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3$을 일차식 $x - 1$로 나누어 떨어지도록 a의 값을 정하면?

① -2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ -10

해설

$f(1) = 1 + a + 3 = 0$, $a = -4$