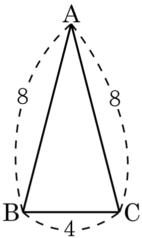
1. 다음과 같이 두 변의 길이가 8, 밑변의 길이가 4 인 이등변삼각형의 넓이는?



① $4\sqrt{13}$ ② $4\sqrt{15}$ ③ $4\sqrt{17}$ ④ $4\sqrt{19}$ ⑤ $4\sqrt{21}$

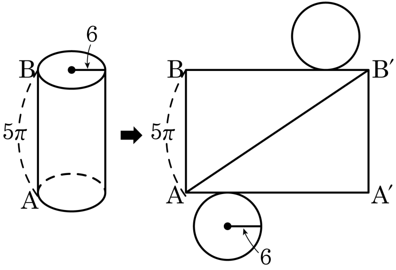
해설

이등변삼각형의 높이는

$\sqrt{8^2 - 2^2} = \sqrt{64 - 4} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$

(넓이) $= 4 \times 2\sqrt{15} \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{15}$

2. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 6 이고 높이가 5π 인 원기둥에서 A 지점에서 B 지점까지 실을 한 번 감을 때, A 에서 B 에 이르는 최단 거리를 구하기 위해 전개도를 그린 것이다. 밑면의 둘레와 최단 거리를 바르게 구한 것은?



① 10π, 12π　② 10π, 13π　③ 12π, 13π

④ 12π, 15π　⑤ 15π, 20π

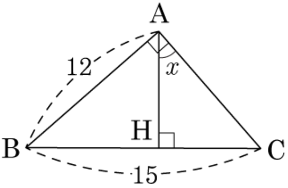
해설

i) 밑면의 반지름의 길이가 6 이므로 밑면의 둘레는 $2\pi\times6 = 12\pi$

ii) 최단 거리는 직각삼각형 AA′B′ 의 빗변이므로 피타고라스 정리에 의해

$$\sqrt{(12\pi)^2 + (5\pi)^2} = \sqrt{(144+25)\pi^2}$$
$$= \sqrt{169\pi^2} = 13\pi$$

3. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90°$ 이고, $\overline{BC} \perp \overline{AH}$ 이다. $\angle CAH = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값은?



① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{4}{5}$
④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

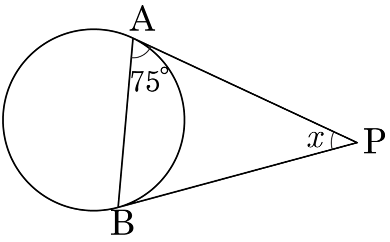
해설

$\overline{AC} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$

$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$ ($\because$ AA 닮음)

$x = \angle ABC$ 이므로 $\tan x = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

4. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 와 $\overline{PB}$ 는 점 A, B 를 각각 접점으로 하는 원 O 의 접선이다. $\angle BAP$ 의 크기가 $75°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $30\underline{°}$

해설

$\triangle ABP$ 는 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 인 이등변삼각형이다.

$\angle x = 180° - 75° \times 2 = 30°$

5. 다음 □안에 알맞은 말을 차례대로 써넣어라. 원과 한 점에서 만나는 직선을 $\boxed{}$이라 하고, 그 직선과 원의 반지름은 $\boxed{}$으로 만난다.

▶ 답 :

▶ 답 :

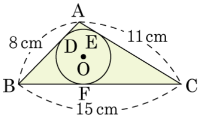
▷ 정답 : 접선

▷ 정답 : 수직

해설

원과 한 점에서 만나는 직선을 접선이라 하고, 그 직선과 원의 반지름은 수직으로 만난다.

6. 다음 그림에서 원 O 는 △ABC 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 각각 원 O 의 접점일 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

$\overline{AE} = \overline{AD} = x\text{cm}$ 라고 하면

$\overline{CE} = \overline{CF} = (11 - x)\text{cm}$

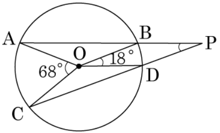
$\overline{BD} = \overline{BF} = (8 - x)\text{cm}$

$8 - x + 11 - x = 15$

$-2x = -4$

$\therefore x = 2$

7. 다음 그림에서 점 P 는 원 O 의 현 AB, CD 의 연장선이 만나는 점이다. $\angle BPD$ 의 크기는?

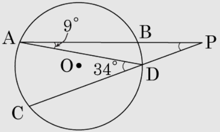


① 21° ② 22° ③ 23° ④ 24° ⑤ 25°

해설

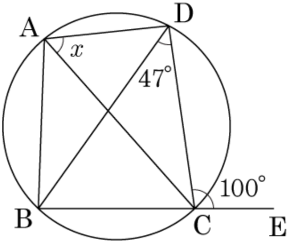
$$\angle ADC = \frac{1}{2}\angle AOC = 34°$$

$$\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD = 9°$$



$$\therefore \angle BPD = 34° - 9° = 25°$$

8. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?



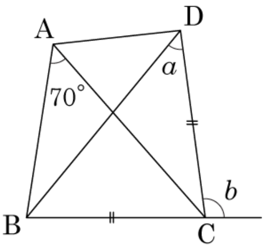
① $30°$ ② $38°$ ③ $42°$ ④ $46°$ ⑤ $53°$

해설

$\angle BAC$ 와 $\angle BDC$ 는 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 의 원주각이므로 각의 크기가 같다.

$\angle x = \angle BAD - \angle BDC = 100° - 47° = 53°$

9. 다음 사각형 ABCD 가 원에 내접할 때, $\angle a + \angle b$ 의 크기는?



① 210° ② 220° ③ 230° ④ 240° ⑤ 250°

해설

한 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle a = 70°$

$\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이므로

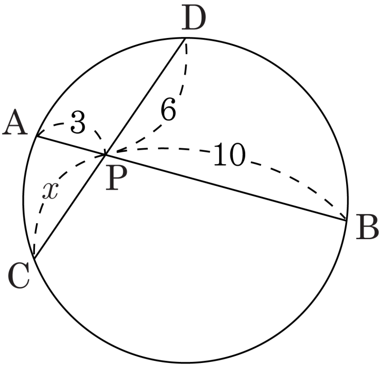
$\angle CBD = \angle CAD = 70°$

$\angle BAD = \angle b$

$\therefore \ \angle b = 140°$

$\therefore \ \angle a + \angle b = 210°$

10. 다음 그림에서 x 의 값은?



① 4　② 4.5　③ 5　④ 5.5　⑤ 6

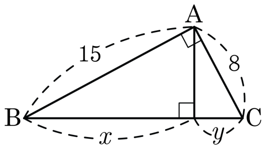
해설

$3 \times 10 = 6 \times x$

$6x = 30$

$\therefore x = 5$

11. 다음은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 이다. $\sqrt{\dfrac{x}{y}}$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{15}{8}$

해설

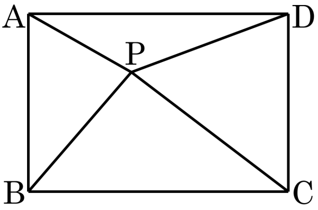
피타고라스 정리를 적용하면

$x + y = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$

닮은 삼각형의 성질을 적용하면

$17x = 15^2, 17y = 8^2$ 이므로 $\sqrt{\dfrac{x}{y}} = \sqrt{\dfrac{17x}{17y}} = \dfrac{15}{8}$

12. 다음 그림과 같이 점 P 가 직사각형 ABCD 의 내부의 점이다.$\overline{\mathrm{AP}} = 3$,$\overline{\mathrm{BP}} = 4$, $\overline{\mathrm{CP}} = 5$ 일 때, $\overline{\mathrm{DP}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

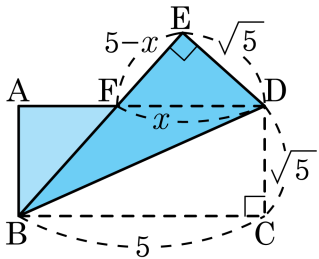
해설

$\overline{\mathrm{AP}}^2 + \overline{\mathrm{CP}}^2 = \overline{\mathrm{BP}}^2 + \overline{\mathrm{DP}}^2$

$3^2 + 5^2 = 4^2 + \overline{\mathrm{DP}}^2$, $\overline{\mathrm{DP}}^2 = 18$

$\therefore \overline{\mathrm{DP}} = 3\sqrt{2}$

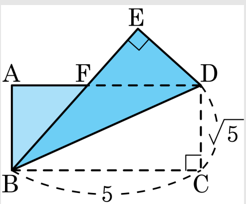
13. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접어서 점 C 가 옮겨진 점을 E , $\overline{BE}$ 와 $\overline{AD}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\overline{FD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



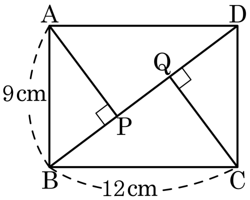
$\overline{FD} = x$ 라 하면

$\overline{AF} = \overline{EF} = 5 - x$

$\triangle$EFD 에서 $(5 - x)^2 + (\sqrt{5})^2 = x^2,\ 10x = 30$

$\therefore x = 3$

14. 다음 직사각형의 두 꼭짓점 A , C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{AP}+\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16.8 cm

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD}=15(\text{cm})$ 이다.

$\overline{AP}\times\overline{BD}=\overline{AB}\times\overline{AD}$ 이므로,

$\overline{AP}=7.2(\text{cm})$ 이다.

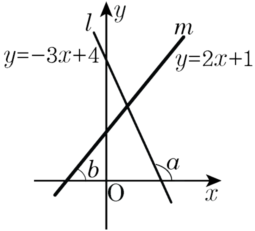
$\triangle ADP$ 와 $\triangle ABD$ 는 닮음이므로

$\overline{PD}:\overline{AD}=\overline{AD}:\overline{BD}$ 에서

$\overline{AD}^2=\overline{PD}\times\overline{BD}$ 이므로 $\overline{PD}=9.6(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\overline{AP}+\overline{PD}=7.2+9.6=16.8(\text{cm})$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 직선 ℓ의 그래프가 x축과 이루는 각의 크기를 a라 하고, 직선 m의 그래프가 x축과 이루는 각의 크기를 b라 할 때, $\tan a + \tan b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 a라 할 때,

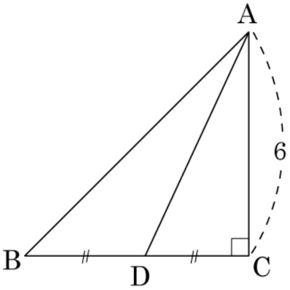
직선의 기울기 $= \dfrac{y\text{의 증가량}}{x\text{의 증가량}} = \tan a$이다.

직선 ℓ의 기울기가 -3이므로 $\tan a = -3$,

직선 m의 기울기가 2이므로 $\tan b = 2$이다.

따라서 $\tan a + \tan b = -3 + 2 = -1$이다.

16. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = 6$, $\tan B = \frac{3}{4}$ 이고, $\overline{BC}$ 의 중점이 D 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{13}$

해설

$\triangle ABC$ 에서

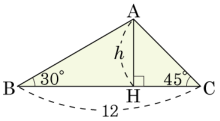
$\tan B = \frac{6}{\overline{BC}} = \frac{3}{4}$ $\quad\therefore \overline{BC} = 8$

$\therefore \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 4$

따라서 $\triangle ADC$ 에서

$\overline{AD} = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$ 이다.

17. 다음 $\triangle ABC$ 에서 높이 h 를 구하여라.



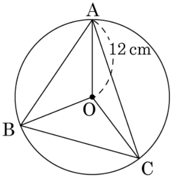
▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{3}-6$

해설

$$h=\frac{12}{\tan 60°+\tan 45°}$$
$$=\frac{12}{\sqrt{3}+1}$$
$$=6(\sqrt{3}-1)$$

18. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 가 반지름이 12cm 인 원 O 에 내접하고 있다. 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$, 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$, 5.0pt$\overset{\frown}{CA}$ 의 길이의 비가 $4:3:5$ 일 때, $\triangle AOC$ 의 넓이를 구하면?



① $24\,\text{cm}^2$　② $28\,\text{cm}^2$　③ $32\,\text{cm}^2$

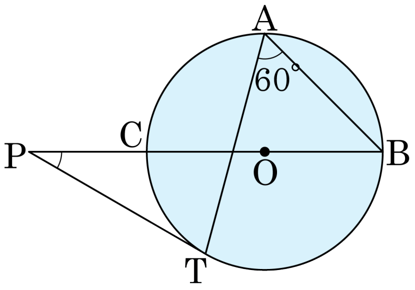
④ $36\,\text{cm}^2$　⑤ $40\,\text{cm}^2$

해설

$$\angle AOC = 360° \times \frac{5}{4+3+5} = 150°$$

$$\begin{aligned}\triangle AOC &= \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin(180° - 150°) \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin 30° \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \frac{1}{2} \\ &= 36 \ (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

19. 다음 그림에서 원 O 위의 점 T 를 지나는 접선과 지름 BC 의 연장선이 만나는 점을 P 라고 하고 $\angle BAT = 60^\circ$ 일 때, $\angle BPT$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** _____ °

▷ **정답 :** 30 °

해설

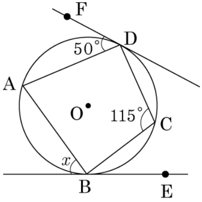
$\angle CTB = 90^\circ,\ \angle BCT = 60^\circ$ 이므로

$\angle CBT = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$

$\angle CTP = \angle CBT = 30^\circ$

$\therefore \angle CPT = \angle BCT - \angle CTP = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

20. 다음 그림에서 직선 BE, DF 는 원 O 의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 60°　　② 63°　　③ 65°　　④ 68°　　⑤ 70°

해설

$\angle BAD = 180° - 115° = 65°$

두 점 D, B 를 이으면 $\angle FDA = \angle ABD = 50°$

$\triangle ADB$ 에서 $\angle ADB = 180° - 65° - 50° = 65°$

$\therefore \angle x = \angle ADB = 65°$

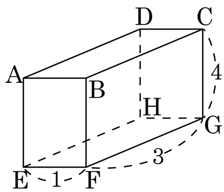
21. 길이가 6 cm , 8 cm 인 두 개의 막대가 있다. 여기에 막대 하나를 보태서 직각삼각형을 만들려고 한다. 필요한 막대의 길이로 가능한 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{10}$ cm ② 10 cm ③ 100 cm
④ $2\sqrt{7}$ cm ⑤ 28 cm

해설

가능한 막대의 길이를 x cm 라 하자.
② $x > 8$ 이면
$6+8 > x(\mathrm{m})$ 이고 $6^2+8^2 = x^2$
$\therefore x = 10\,(\mathrm{cm})$
④ $x < 8$ 이면
$x+6 > 8$ 이고 $x^2+6^2 = 8^2$
$\therefore x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}(\mathrm{cm})$
따라서 가능한 막대의 길이는 10 cm 또는 $2\sqrt{7}$ cm 이다.

22. 다음 그림은 세 모서리의 길이가 각각 1, 3, 4 인 직육면체이다. 꼭짓점 A 에서 G 까지 면을 따라 움직일 때, 가장 짧은 거리를 구하여라.



▶ 답 :

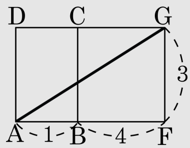
▷ 정답 : $4\sqrt{2}$

해설

(i) $\overline{BC}$ 를 지날 때, $\triangle AGF$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{AG}^2 = \overline{AF}^2 + \overline{FG}^2$$

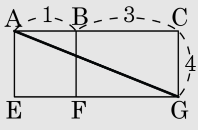
$$\overline{AG} = \sqrt{(1+4)^2 + 3^2} = \sqrt{34}$$



(ii) $\overline{BF}$ 를 지날 때, $\triangle ACG$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{AG}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CG}^2$$

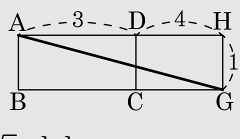
$$\overline{AG} = \sqrt{(1+3)^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$



(iii) $\overline{CD}$를 지날 때, $\triangle AHG$는 직각삼각형이므로

$$\overline{AG}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{HG}^2$$

$$\overline{AG} = \sqrt{(4+3)^2 + 1^2} = \sqrt{50}$$



(i), (ii), (iii) 에 의하여 최단거리는 $4\sqrt{2}$ 이다.

23. 함수 $y = \sin^2 x - 2\sin x + 2$ 의 최댓값과 최솟값은? (단, $0° \le x \le 90°$)

① 최댓값 2 , 최솟값 1

② 최댓값 3 , 최솟값 1

③ 최댓값 2 , 최솟값 −1

④ 최댓값 4 , 최솟값 1

⑤ 최댓값 1 , 최솟값 −3

해설

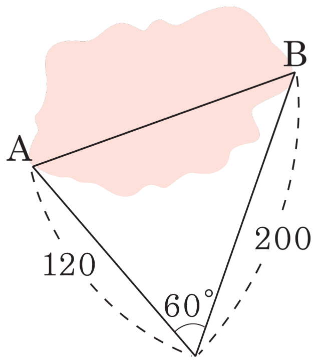
$\sin x = A\ (0 \le A \le 1)$ 라 하면

$y = A^2 - 2A + 2 = (A-1)^2 + 1$

$A = 0$ 일 때, 최댓값 2

$A = 1$ 일 때, 최솟값 1 $(0 \le A \le 1)$

24. 직접 잴 수 없는 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하기 위하여 다음 그림과 같이 측량하였다. 이 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?



① $40\sqrt{11}$　　② $40\sqrt{13}$　　③ $40\sqrt{15}$

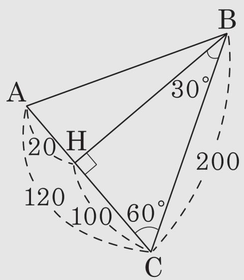
④ $40\sqrt{17}$　　⑤ $40\sqrt{19}$

해설

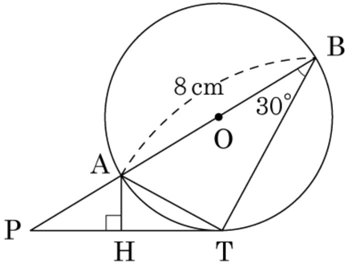
$$\overline{BH} = 200 \times \sin 60° = 200 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 100\sqrt{3}$$

$$\overline{CH} = 200 \times \cos 60° = 200 \times \frac{1}{2} = 100$$

$$\therefore\ \overline{AB} = \sqrt{\left(100\sqrt{3}\right)^2 + 20^2} = \sqrt{30400} = 40\sqrt{19}$$



25. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{PT}}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{\mathrm{AB}} = 8\,\mathrm{cm}$, $\angle\mathrm{ABT} = 30°$ 일 때, $\triangle\mathrm{PAT}$ 의 넓이를 구하면?



① $\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　② $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

③ $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　④ $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $5\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\angle\mathrm{ATP} = \angle\mathrm{ABT} = 30°$ 이므로 $\angle\mathrm{BAT} = 60°$

$1 : 2 = \overline{\mathrm{AT}} : 8 \therefore \overline{\mathrm{AT}} = 4(\mathrm{cm})$

삼각형의 외각의 성질에 따라

$\angle\mathrm{APT} + \angle\mathrm{PTA} = \angle\mathrm{TAB}$

따라서 $\angle\mathrm{APT} = 30°$ 이므로 $\triangle\mathrm{APT}$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{\mathrm{AT}} = \overline{\mathrm{PA}} = 4\,\mathrm{cm}$

원의 중심을 지나는 할선과 접선 사이의 관계에 따라

$\overline{\mathrm{PT}^2} = \overline{\mathrm{PA}} \times \overline{\mathrm{PB}} = 4 \times 12 = 48$

따라서 $\overline{\mathrm{PT}} = 4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

$\triangle\mathrm{AHT}$ 에서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{\mathrm{AH}} = 2\,\mathrm{cm}$ 이므로

$\triangle\mathrm{PAT}$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.