

1. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를  $x$ , 두 수의 곱을  $y$  라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11      ② 21      ③ 25      ④ 81      ⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를  $x$  로 두면 나머지 한 수는  $(18 - x)$  이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

2. 합이 16 인 두 수가 있다. 이 두수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 50

② 62

③ 64

④ 79

⑤ 83

해설

두 수를 각각  $x$ ,  $16 - x$  라고 하면

$$y = x(16 - x)$$

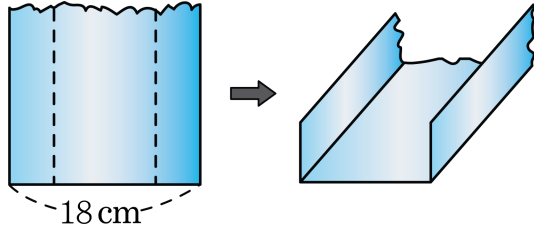
$$= -x^2 + 16x$$

$$= -(x^2 - 16x + 64 - 64)$$

$$= -(x - 8)^2 + 64$$

$x = 8$  일 때, 최댓값 64 을 갖는다.

3. 다음 그림과 같이 너비가 18cm 인 철판의 양쪽을 접어 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대가 되도록 하려면 물받이의 높이를 얼마로 해야 하는가?



- ① 4.5 cm                      ② 4.0 cm                      ③ 3.8 cm  
 ④ 3.6 cm                      ⑤ 3.4 cm

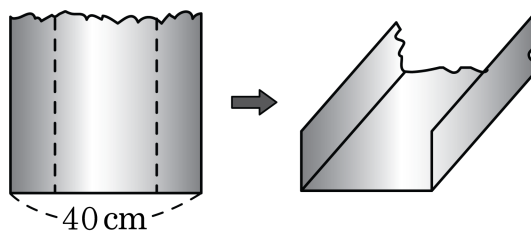
해설

물받이의 높이를  $x$  라 할 때,  
 단면의 넓이는  $y = x(18 - 2x)$

$$y = -2x^2 + 18x = -2\left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + \frac{81}{2}$$

따라서  $x = \frac{9}{2}(\text{cm})$  일 때, 최대값  $\frac{81}{2}(\text{cm}^2)$  를 갖는다.

4. 너비가 40cm 인 양철판을 구부려서 ‘ㄷ’자 모양의 물받이를 만들었다. 물받이의 단면적의 넓이가 최대가 되는 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10 cm

해설

양철판의 높이를  $x$ cm 라고 두고 단면적의 넓이를  $y$  cm<sup>2</sup> 라고 두면

$$\begin{aligned} y &= x(40 - 2x) \\ &= -2x^2 + 40x \\ &= -2(x^2 - 20x + 100) + 200 \\ &= -2(x - 10)^2 + 200 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서  $x = 10$  일 때, 최댓값 200 을 가진다.



5. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

- ①  $\frac{15}{2}$ m      ② 8m      ③  $\frac{17}{2}$ m      ④ 3m      ⑤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를  $y\text{m}^2$ , 반지름의 길이를  $x\text{m}$  라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \\ &= x(15 - x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이  $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$  이므로 반지름의 길이가  $\frac{15}{2}\text{m}$  일

때, 부채꼴의 넓이가 최댓값  $\frac{225}{4}\text{m}^2$  을 가진다.

6. 과학 탐구 반 학생들이 물 로켓을 발사하는데 위로 똑바로 쏘아 올린 물 로켓의  $t$  초 후의 높이가  $(40t - 8t^2)$ m 이다. 이 때 물 로켓이 올라갈 수 있는 최대 높이는?

① 30m      ② 35m      ③ 40m      ④ 45m      ⑤ 50m

해설

높이를  $h$  라 하면

$$h = -8t^2 + 40t = -8\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 50$$

$\therefore 50\text{m}$

7. 지면으로부터 초속 40m 로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의  $x$  초 후의 높이를  $y$ m 라고 하면  $y = -5x^2 + 40x$  의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 :                    초

▶ 답 :                    m

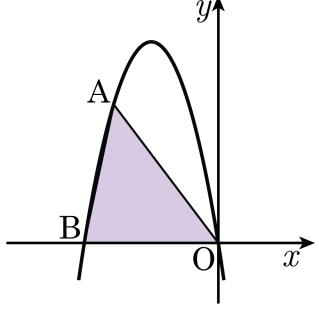
▷ 정답 : 4초

▷ 정답 : 80m

해설

$y = -5x^2 + 40x$  에서  $y = -5(x - 4)^2 + 80$  이다.  
따라서  $x = 4$  일 때,  $y$  는 최댓값 80을 갖는다.

8. 다음 그림은 축의 방정식이  $x = -3$  인 이차함수  $y = -x^2 + bx + c$  의 그래프이다. 점 O (원점), B 는  $x$  축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때,  $\triangle OAB$  의 넓이의 최댓값은?



- ① 18      ② 27      ③ 36      ④ 45      ⑤ 54

**해설**

축이  $x = -3$  이므로 B 의 좌표는  $(-6, 0)$  이다.  
 따라서  $y = -x^2 + bx + c$  가 두 점  $(0, 0), (-6, 0)$  을 지나므로,  
 $0 = c, 0 = -36 - 6b$   
 $b = -6, c = 0$   
 $y = -x^2 - 6x = -(x + 3)^2 + 9$   
 $\triangle OAB$  에서 밑변의 길이를  $\overline{OB}$  라고 하면, 높이가 최대일 때  $\triangle OAB$  의 넓이가 최대가 된다.  
 즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가  $(-3, 9)$  이므로  
 $\triangle OAB$  의 넓이  $= \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$



9. 어느 공장에서 생산하는 제품은 50 개를 생산할 때까지는 개당 5000 원의 비용이 들어가고 51 개 부터는 생산량이 1 개씩 증가할 때마다 개당 10 원씩 추가로 감소한다. 예컨대 51 개, 52 개의 제품을 생산할 때의 생산 비용이 각각 개당 4990 원, 4980 원이다. 이 때 총 생산 비용이 최대가 될 때의 개당 생산 비용을 구하여라.

▶ 답 :                      원

▷ 정답 : 2750 원

#### 해설

생산량을  $x$  개라 하면

(1)  $x \leq 50$  일 때

$$(\text{총 생산 비용}) = 5000 \times x = 5000x$$

따라서  $x = 50$  일 때, 총 생산 비용의 최댓값은 250000 원이다.

(2)  $x > 50$  일 때

$$(\text{개당 생산 비용}) = 5000 - 10(x - 50) - 10x + 5500$$

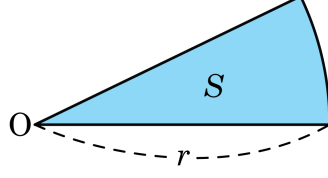
$$\begin{aligned}(\text{총 생산 비용}) &= (5500 - 10x)x \\ &= -10x^2 + 5500x \\ &= -10(x - 275)^2 + 756250\end{aligned}$$

따라서  $x = 275$  일 때, 총 생산 비용의 최댓값은 756250 원이다.

(1), (2)에 의하면 생산량 275 개일 때, 총 생산 비용이 최대이다.

이 때, 개당 생산 비용은 2750 원이다.

10. 둘레의 길이가 12cm 인 부채꼴의 반지름의 길이가  $r$ cm 일 때, 넓이를  $S$ cm<sup>2</sup> 라고 한다.  $S$  가 최대일 때,  $r$  의 값은? (단, 반지름의 길이가  $r$  , 호의 길이가  $l$  인 부채꼴의 넓이는  $\frac{1}{2}lr$  임을 이용하여라.)



- ① 3      ② 6      ③ 7      ④ 9      ⑤ 10

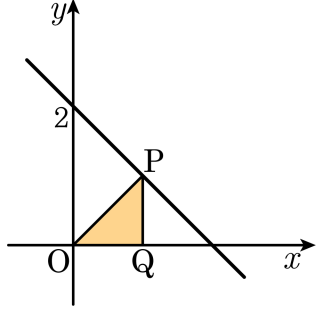
해설

둘레의 길이가 12cm 인 부채꼴의 반지름을  $r$  cm 이라 하면 호의 길이는  $(12 - 2r)$  cm 이다.

$$\begin{aligned} \text{(부채꼴의 넓이)} &= \frac{1}{2}r(12 - 2r) = -r^2 + 6r \\ &= -(r - 3)^2 + 9 \end{aligned}$$

따라서  $r = 3$  일 때, 부채꼴의 최대의 넓이는 9 이다.

11. 다음 그림과 같이 직선  $y = -x + 2$  위의 점 P에서  $x$  축에 내린 수선의 발을 Q,  $\triangle POQ$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{1}{2}$

**해설**

점 P의 좌표는  $(a, -a + 2)$ 라 하고,  
 $\triangle POQ$ 의 넓이를  $y$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2}a(-a + 2)$$

$$y = -\frac{1}{2}a^2 + a = -\frac{1}{2}(a^2 - 2a)$$

$$= -\frac{1}{2}(a^2 - 2a + 1 - 1)$$

$$= -\frac{1}{2}(a - 1)^2 + \frac{1}{2}$$

따라서 최댓값은  $\frac{1}{2}$ 이다.