1. 다음은 평행사변형의 성질을 나타낸 것이다. $\square$ 안에 알맞은 말은?

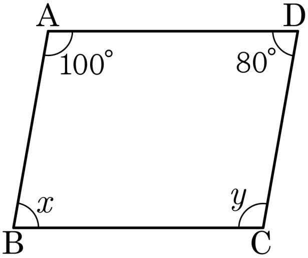
두 쌍의 $\square$ 의 길이는 각각 같다.

① 대각선
② 대변
③ 대각
④ 빗변

해설

평행사변형의 성질 : ① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
② 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
③ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

2. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A = 100°$, $\angle D = 80°$ 일 때, x, y의 값은?



① $\angle x = 60°$, $\angle y = 120°$
② $\angle x = 70°$, $\angle y = 110°$
③ $\angle x = 80°$, $\angle y = 100°$
④ $\angle x = 90°$, $\angle y = 90°$
⑤ $\angle x = 100°$, $\angle y = 80°$

해설

$\angle A = \angle y = 100°$, $\angle D = \angle x = 80°$

3. 다음 중 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것은?

① 한 쌍의 대변만 평행하면 된다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

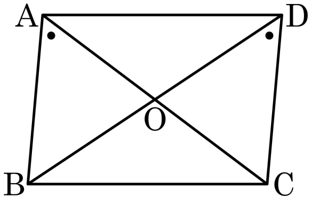
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 대변의 길이가 같다.

해설

① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 평행하다.

4. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC = \angle BDC$ 일 때, 이 사각형은 어떤 사각형인가?



① 사다리꼴 ② 마름모 ③ 직사각형

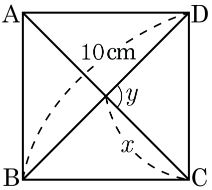
④ 정사각형 ⑤ 등변사다리꼴

해설

$\angle BAC = \angle DCA$ (엇각) 이고 $\overline{OC} = \overline{OD}$ 이므로 대각선의 길이가 같다.

따라서 직사각형이다.

5. 다음 그림의 정사각형 ABCD에서 x, y를 차례로 나열한 것은?



① 5cm, 45° ② 10cm, 45° ③ 5cm, 90°

④ 10cm, 90° ⑤ 15cm, 90°

해설

$\overline{BD} = \overline{AC} = 10(\text{cm}),\ x = \dfrac{\overline{AC}}{2} = 5(\text{cm})$

$\angle y = 180° - 45° - 45° = 90°$

6. 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형에 대한 설명 중 옳은 것은?

① 직사각형이면서 동시에 마름모인 것은 정사각형이다.

② 직사각형 중 정사각형이 아닌 것은 마름모이다.

③ 모든 정사각형은 마름모이고, 모든 마름모는 정사각형이다.

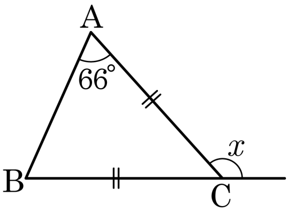
④ 평행사변형 중 마름모가 아닌 것은 직사각형이다.

⑤ 모든 사다리꼴은 평행사변형이고, 모든 평행사변형은 마름모이다.

해설

직사각형과 마름모의 성질은 동시에 가지고 있는 사각형은 정사각형이다.

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A = 66°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

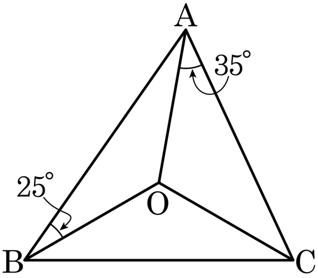


① 130° ② 132° ③ 134° ④ 136° ⑤ 138°

해설

$\angle x = 66° + 66° = 132°$

8. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OCB$의 크기는?



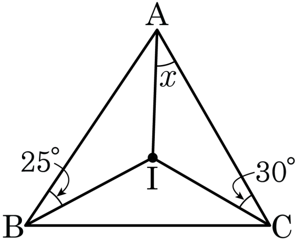
① $20°$　② $25°$　③ $30°$　④ $35°$　⑤ $40°$

해설

$\angle OAC + \angle OBA + \angle OCB = 90°$

$\therefore \angle OCB = 90° - 35° - 25° = 30°$

9. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$값은 얼마인가?



① $30°$ ② $31°$ ③ $32°$ ④ $33°$ ⑤ $35°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

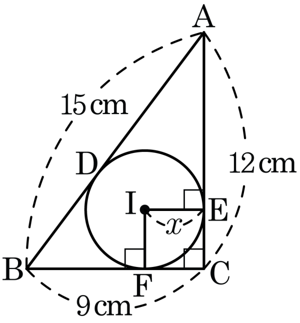
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 25°$ 이다.

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle BIC = 180° - 30° - 25° = 125°$이다.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $125° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $\angle A = 70°$

$\therefore\ \angle x = \angle CAI = \frac{1}{2}\angle A = 35°$

10. 다음 그림과 같이 $\triangle$ABC 에 내접하는 원 I 의 반지름의 길이 x 는 얼마인가?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$x = \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{BF} = 9 - x$, $\overline{AD} = \overline{AE} = 12 - x$
따라서 $(9 - x) + (12 - x) = 15$ 이므로 $x = 3(\text{cm})$ 이다.

11. 다음 중 평행사변형의 정의를 바르게 나타낸 것은?

① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

② 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

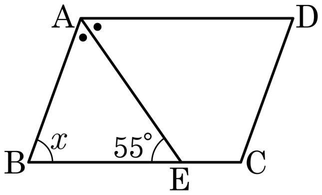
④ 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.

⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설

평행사변형은 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다.

12. 다음 그림과 같은 □ABCD에서 ∠A의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 E라 한다. 이때, □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 $\angle x$의 크기는?

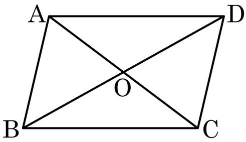


① 60° ② 70° ③ 80° ④ 90° ⑤ 100°

해설

평행선의 엇각의 성질에 의해 $\bullet = 55°$,
삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $x = 70°$이다.

13. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고, 점 O 는 두 대각선의 교점이다. □ABCD $= 100\text{cm}^2$ 일 때, △ABO 의 넓이는?



① 15cm^2　② 20cm^2　③ 25cm^2

④ 30cm^2　⑤ 35cm^2

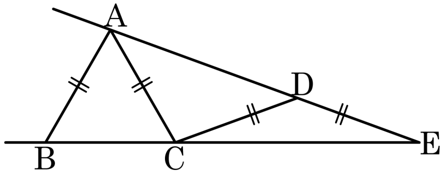
해설

△BOC 와 △AOD 는 같다.

△AOD + △BOC = △AOB + △DOC 이다.

그러므로 △ABO 의 넓이는 평행사변형 ABCD 의 $\frac{1}{4}$ 이므로 25cm^2 이다.

14. 다음 그림에서 $\angle E = \angle e$ 라 하고, $\angle BAC = 2\angle e + 20°$ 일 때, <u>틀린</u> 것을 모두 고르면?(정답 2개)



① $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

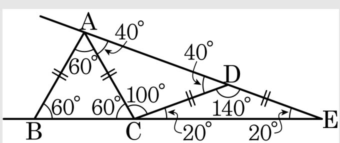
② $\angle e$ 의 크기는 30° 이다.

③ $\angle ACD = 100°$ 이다.

④ $\overline{BC}$ 의 길이는 $\overline{DE}$ 와 같다.

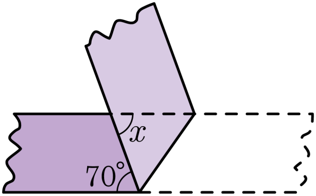
⑤ $\triangle ABE$ 는 직각삼각형이다.

해설



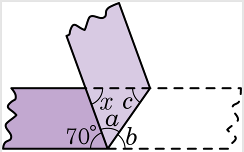
② $\angle e$ 의 크기는 20° 이다.
⑤ $\triangle ABE$ 는 둔각삼각형이다.

15. 다음 그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 접었을 때, $\angle x$의 크기는?



① 60° ② 62° ③ 64° ④ 66° ⑤ 70°

해설

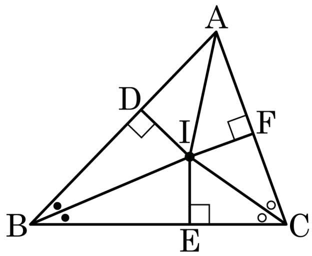


$\angle a = \angle b = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$ (종이 접은 각)

$\angle b = \angle c = 55°$ (엇각)

$\therefore \angle x = 180 - (55° + 55°) = 70°$ (삼각형 내각의 합은 180°)

16. 다음은 '삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다' 를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



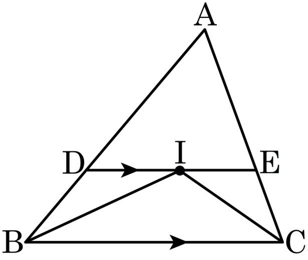
$\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 I라 하면
ⅰ) $\overline{BI}$는 $\angle B$의 이등분선이므로
$\triangle BDI \equiv \triangle BEI$ $\therefore$ $\overline{ID} = ($ ㉠ $)$
ⅱ) $\overline{CI}$는 $\angle C$의 이등분선이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI$ $\therefore$ $\overline{IE} = ($ ㉡ $)$
ⅲ) $\overline{ID} = ($ ㉠ $) = ($ ㉡ $)$
ⅳ) $\overline{ID} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI \equiv ($ ㉢ $)$
$\therefore \angle DAI = ($ ㉣ $)$
따라서 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 (㉤)이다.
따라서 $\triangle ABC$의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{IE}$
② ㉡ : $\overline{IF}$
③ ㉢ : $\triangle BDI$
④ ㉣ : $\angle FAI$
⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고,
$\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
그러므로, $\overline{IE} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)

17. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle$ABC의 내심이다. 점 I를 지나면서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 평행한 직선이 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$와 만나는 점을 각각 D, E라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

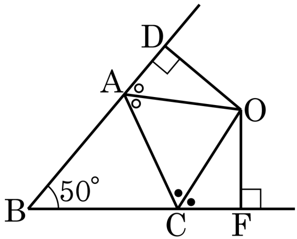


① $\overline{\mathrm{EC}} = \overline{\mathrm{EI}}$ ② $\angle\mathrm{EIC} = \angle\mathrm{ECI}$ ③ $\angle\mathrm{DBI} = \angle\mathrm{DIB}$
④ $\angle\mathrm{IBC} = \angle\mathrm{EIC}$ ⑤ $\overline{\mathrm{DB}} = \overline{\mathrm{DI}}$

해설

$\angle\mathrm{DBI} = \angle\mathrm{CBI} = \angle\mathrm{DIB}$이므로 $\triangle$DBI는 $\overline{\mathrm{DB}} = \overline{\mathrm{DI}}$인 이등변삼각형이다.
또, $\angle\mathrm{ECI} = \angle\mathrm{BCI} = \angle\mathrm{EIC}$이므로 $\triangle$EIC는 $\overline{\mathrm{EC}} = \overline{\mathrm{EI}}$인 이등변삼각형이다.
④ $\angle\mathrm{IBC} = \angle\mathrm{DIB}$, $\angle\mathrm{EIC} = \angle\mathrm{ICB}$

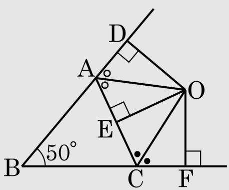
18. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, $\angle B = 50°$ 일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



① 65 ② 63 ③ 61 ④ 60 ⑤ 59

해설

점 O 에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E 라 하면



$\triangle ODA \equiv \triangle OEA$ (RHA합동) 이므로 $\angle AOD = \angle AOE$

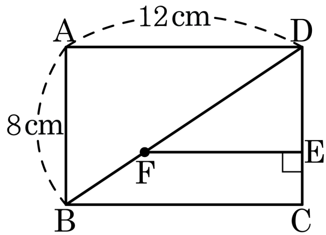
$\triangle OEC \equiv \triangle OFC$ (RHA합동) 이므로 $\angle COE = \angle COF$

$\square DBFO$ 에서 $\angle B + \angle F + \angle DOF + \angle D = 360°$

$\angle AOE = \angle a$, $\angle COE = \angle b$ 라 하면

$50° + 90° + 2\angle a + 2\angle b + 90° = 360°$ $\therefore$ $\angle a + \angle b = 65°$ $\therefore$ $\angle AOC = 65°$

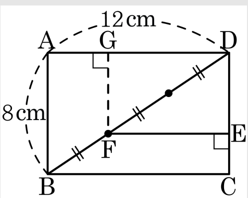
19. 오른쪽 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 12\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 이고 점 F 는 대각선 BD 를 삼등분하는 한 점이다. F 에서 $\overline{DC}$ 에 그은 수선의 발을 E 라 할 때, $\overline{FE}$ 의 길이는?



① 8cm ② 7cm ③ 6cm ④ 5cm ⑤ 4cm

해설

F 에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 G 라 하자.

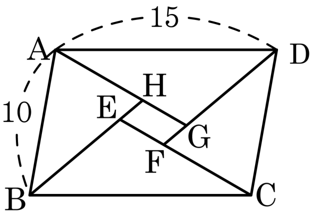


$\overline{AD} : \overline{GD} = 3 : 2$

$\therefore \overline{GD} = \frac{2}{3} \times \overline{AD} = 8(\text{cm})$

따라서 $\overline{FE} = \overline{GD} = 8(\text{cm})$

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 네 내각의 이등분선을 각각 연결하여 □EFGH 를 만들었다. $\overline{EH} : \overline{AD} = 1 : 3$, $\overline{EF} : \overline{AB} = 1 : 2$ 일 때, □EFGH 의 둘레를 구하면?



① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

해설

$\angle A + \angle B = 180°$이므로 $\angle EAB + \angle EBA = 90°$, $\angle AEB = 90°$이다.
따라서 □EFGH 는 직사각형이다. $\overline{EH} : \overline{AD} = 1 : 3$이므로 $\overline{EH} : 15 = 1 : 3$, $\overline{EH} = 5$
$\overline{EF} : \overline{AB} = 1 : 2$이므로 $\overline{EF} : 10 = 1 : 2$, $\overline{EF} = 5$이다.
따라서 직사각형 중 가로와 세로의 길이가 같은 정사각형이고, 둘레는 $2(5 + 5) = 20$가 된다.