

1. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{b^2}{a^2}$$

$$\textcircled{4} \quad -\frac{b}{a}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{b}{a}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$\therefore$ ⑤가 잘못 되었다.

2. 이차방정식 $x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 하고 $3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 c, d 라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ 0

해설

$x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ 이고,}$$

$3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{-4 \pm 2}{6} \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} + \frac{1 - \sqrt{13}}{2} - \frac{1}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

3. 이차방정식 $2x^2 - 6x - 5 = 0$ 을 풀었더니 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 가 되었다.
 $A - B$ 의 값은?

① 16

② -16

③ 12

④ -12

⑤ -10

해설

$$2x^2 - 6x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 + 10}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{19}}{2}$$

$$A = 3, B = 19$$

$$\therefore A - B = 3 - 19 = -16$$

4. 이차방정식 $(x-2)(x-1) - \frac{1}{3}(x^2+1) = 3(x-3)$ 의 근은?

① $x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{3}$

② $x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2}$

③ $x = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{3}$

④ $x = \frac{-9 \pm \sqrt{17}}{2}$

⑤ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

해설

양 변에 3을 곱하여 정리하면 $2x^2 - 18x + 32 = 0$ 이다.

$$x^2 - 9x + 16 = 0$$

$$\therefore x = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2}$$

5. 두 방정식 $x^2 - 0.3x - 0.1 = 0$, $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = 0$ 에 대해 공통근은?

① $-\frac{1}{5}$

② -3

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 2

해설

i) $x^2 - 0.3x - 0.1 = 0$

$$10x^2 - 3x - 1 = 0$$

$$(5x + 1)(2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

ii) $\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} = 0$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -3$$

따라서 공통근은 $x = \frac{1}{2}$ 이다.

6. $(x-y)(x-y-4)+4=0$ 일 때, $x-y$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(x-y)(x-y-4)+4=0$$

$x-y$ 를 A 로 치환하면,

$$A(A-4)+4=0$$

$$A^2-4A+4=0, (A-2)^2=0$$

$$(x-y-2)^2=0$$

$$x-y-2=0$$

$$\therefore x-y=2$$

7. $(x^2 - 4x)^2 - (x^2 - 4x) - 20 = 0$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = 5$

해설

$x^2 - 4x = A$ 로 놓으면

$$A^2 - A - 20 = 0, \quad (A - 5)(A + 4) = 0$$

$A = 5$ 또는 $A = -4$

$$(i) \quad x^2 - 4x = 5, \quad x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x - 5)(x + 1) = 0$$

$\therefore x = 5$ 또는 $x = -1$

$$(ii) \quad x^2 - 4x = -4, \quad x^2 - 4x + 4 = 0 \quad (x - 2)^2 = 0$$

$\therefore x = 2$

8. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 근을 갖는 것을 모두 골라라.

㉠ $2x^2 - 5x - 3 = 0$

㉡ $4x^2 + 1 = 0$

㉢ $x^2 - 2x + 4 = 0$

㉣ $2x^2 - 6x + 1 = 0$

㉤ $9x^2 + 6x + 1 = 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

㉠ $2x^2 - 5x - 3 = 0$, $x = -\frac{1}{2}, 3$ 이다.

㉡ $D = -4 \times 4 \times 1 = -16 < 0$ 이므로 근이 없다.

㉢ $D = (-2)^2 - 4 \times 4 = -12 < 0$ 이므로 근이 없다.

㉣ $2x^2 - 6x + 1 = 0$, $x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$ 이다.

㉤ $(3x + 1)^2 = 0$, $x = -\frac{1}{3}$ 로 중근이다.

9. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는?

① $2x^2 + 5x - 2 = 0$

② $3x^2 + 7x - 2 = 0$

③ $2x^2 - 3x - 1 = 0$

④ $x^2 + 2x + 4 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 6$

해설

④ $\frac{D}{4} = 1 - 1 \times 4 < 0$: 근이 없다.

나머지는 근이 2개이다.

10. 이차방정식 $x^2 - (k + 1)x + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$x^2 - (k + 1)x + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$k + 1 = 6$ 또는 $k + 1 = -6$ 이다.

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = -7, x = 5$ 을 대입하여 연립하여 풀면

$a = 2, b = -35$ 이다.

$\therefore a - b = 37$

11. 이차방정식 $3x^2 - 2x + m = 0$ 의 두 근의 곱과 해가 다음과 같을 때, $m + a + b$ 의 값은?
(단, m 는 상수, a 와 b 은 유리수)

두 근의 곱 : -4

$$\text{해 : } \frac{a \pm \sqrt{b}}{3}$$

① 20

② 21

③ 22

④ 25

⑤ 26

해설

$$(\text{두 근의 곱}) = \frac{m}{3} = -4$$

$$\therefore m = -12$$

$$(\text{두 근의 합}) = \frac{2}{3} = \frac{2a}{3}$$

$$\therefore a = 1$$

$$\left(\frac{a + \sqrt{b}}{3} \right) \times \left(\frac{a - \sqrt{b}}{3} \right) = \frac{a^2 - b}{9} = \frac{1 - b}{9} = -4$$

$$\therefore b = 37$$

$$\therefore m + a + b = -12 + 1 + 37 = 26$$

12. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $-3, \frac{2}{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 10

② 11

③ 13

④ 14

⑤ 16

해설

$$(\text{두 근의 합}) = -\frac{a}{3} = -3 + \frac{2}{3} = -\frac{7}{3}$$

$$\therefore a = 7$$

$$(\text{두 근의 곱}) = \frac{b}{3} = (-3) \times \left(\frac{2}{3}\right) = -2$$

$$\therefore b = -6$$

$$\therefore a - b = 7 - (-6) = 13$$

13. 이차방정식 $3x^2 + 12x + 3 = 0$ 의 한 근을 a 라고 할 때, $a + \frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$3x^2 + 12x + 3 = 0$ 의 한 근이 a 이므로 $3x^2 + 12x + 3 = 0$ 에 a 를 대입하면

$$a^2 + 4a + 1 = 0 ,$$

$$\text{각 항을 } a \text{ 로 나누면 } a + 4 + \frac{1}{a} = 0 ,$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = -4$$

14. 한 근이 $3 + \sqrt{6}$ 인 이차방정식 $ax^2 - 2x + b = 0$ 이 있을 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$ax^2 - 2x + b = 0$ 의 계수가 모두 유리수이므로
 $3 + \sqrt{6}$ 가 근이면 $3 - \sqrt{6}$ 도 근이다.

$$\frac{b}{a} = (3 + \sqrt{6})(3 - \sqrt{6}) = 3$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 3$$

15. 이차방정식 $ax^2 + bx - 1 = 0$ 의 한 근이 $\frac{-1 - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 알맞게 구한 것은? (단, 두 근의 합과 곱은 모두 유리수)

① $a = 2, b = -4$

② $a = 4, b = 4$

③ $a = -4, b = 2$

④ $a = -4, b = -4$

⑤ $a = -2, b = -4$

해설

한 근이 $\frac{-1 - \sqrt{2}}{2}$ 이므로 다른 한 근은 $\frac{-1 + \sqrt{2}}{2}$

$$\text{두 근의 곱은} = \left(\frac{-1 - \sqrt{2}}{2} \right) \times \left(\frac{-1 + \sqrt{2}}{2} \right) = -\frac{1}{a}$$

$$-\frac{1}{4} = -\frac{1}{a}$$

$$\therefore a = 4$$

$$\text{두 근의 합은} \left(\frac{-1 - \sqrt{2}}{2} \right) + \left(\frac{-1 + \sqrt{2}}{2} \right) = -\frac{b}{a}$$

$$-1 = -\frac{b}{4}$$

$$\therefore b = 4$$

16. 이차방정식 $x^2 - (2a + 3)x + a^2 + 3a = 0$ 의 한 근이 다른 한 근의 2배 일 때, a 의 값은? (a 는 상수)

① 3

② -3

③ 6

④ -3, 6

⑤ 3, -6

해설

두 근을 각각 p , $2p$ 라고 하면, 근과 계수와의 관계에 의해
 $p + 2p = 2a + 3$, $2p^2 = a^2 + 3a \cdots \textcircled{7}$

$3p = 2a + 3$, $p = \frac{2a + 3}{3}$ 를 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$2 \times \left(\frac{2a + 3}{3} \right)^2 = a^2 + 3a, \quad 2(2a + 3)^2 = 9a^2 + 27a$$

정리하면 $a^2 + 3a - 18 = 0$, $(a + 6)(a - 3) = 0$

$\therefore a = -6, 3$

17. 어떤 자연수에 2를 더하여 제공해야 할 것을 잘못하여 2를 더하여 2배 하였더니 48만큼 작아졌다. 어떤 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$(x + 2)^2 = 2(x + 2) + 48$$

$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$(x - 6)(x + 8) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 6$ 이다.

18. x 에 대한 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못보고 풀었더니 근이 -5 , -1 이었고 상수항을 잘못보고 풀었더니 근이 2 , 4 가 되었다. 이 이차방정식의 옳은 근을 구하면?

① $x = 1$ 또는 $x = -5$

② $x = -1$ 또는 $x = 5$

③ $x = 1$ 또는 $x = 5$

④ $x = -1$ 또는 $x = 4$

⑤ $x = -5$ 또는 $x = 2$

해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면

$$b = (-5) \times (-1) = 5, -a = 2 + 4 = 6$$

따라서 $x^2 - 6x + 5 = (x - 1)(x - 5) = 0$ 이다.

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 5$$

19. 이차방정식 $ax^2 + bx - 10 = 0$ 의 해가 $-2, 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\text{두 근의 합은 } -2 + 5 = -\frac{b}{a}$$

$$\text{두 근의 곱은 } -2 \times 5 = -10 = \frac{-10}{a}$$

$$\therefore a = 1, b = -3$$

$$\therefore a + b = -2$$

20. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 의 해가 $-\frac{1}{2}, 1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

이차방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 에서

두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$ 이고, 두 근의 곱은 $\frac{1}{a}$

$$-\frac{b}{a} = \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{a} = -\frac{1}{2} \therefore a = -2, b = 1$$

$$\therefore a + b = -2 + 1 = -1$$

21. 이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은? (단, x^2 의 계수는 4이다.)

① $6x^2 + 4x - 1 = 0$

② $3x^2 + 6x + 1 = 0$

③ $2x^2 + 6x + 1 = 0$

④ $4x^2 + 6x + 1 = 0$

⑤ $4x^2 + 6x - 1 = 0$

해설

이차방정식 $x^2 - 6x - 4 = 0$ 의 두 근이 α, β 일때, $\alpha + \beta = 6$,
 $\alpha\beta = -4$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} = 0$$

양변에 4를 곱하면 $4x^2 + 6x - 1 = 0$

22. 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 두 근의 합을 a , 두 근의 곱을 b 라고 할 때, $x^2 - bx + a = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

▷ 정답: $x = 5$

해설

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

$$a = 5, b = 6$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x - 1)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 5$$

23. 방정식 $(2-x-y)^2 - (x^2 + y^2) = 4$ 를 만족하는 자연수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라. (단 $x \neq y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$(2-x-y)^2 - (x^2 + y^2) = 4,$$

$$xy - 2(x+y) = 0, \quad (x-2)(y-2) = 4$$

$x-2$	1	2	4	-1	-2	-4
$y-2$	4	2	1	-4	-2	-1

이 중에서 x, y 가 자연수인 경우는 (단, $x \neq y$)

x	3	6
y	6	3

따라서 $x^2 + y^2 = 3^2 + 6^2 = 45$ 이다.

24. 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$ 의 근이 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 60$

해설

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x - 4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$, $k = 60$ 이다.