

1. 다음 일차부등식 중 두 부등식을 연립하여 풀었을 때, 해의 개수가 1인 것은?

보기

㉠ $3x - 1 \leq 2x + 5$

㉡ $2(3x + 1) \geq 5x + 8$

㉢ $\frac{x-2}{4} \leq \frac{4x}{3}$

㉣ $2x - 2 > 8 - 3x$

① ㉠과 ㉡

② ㉠과 ㉢

③ ㉡과 ㉣

④ ㉡과 ㉣

⑤ ㉢과 ㉣

해설

㉠ $3x - 1 \leq 2x + 5$ 에서 $x \leq 6$

㉡ $2(3x + 1) \geq 5x + 8$ 에서 $x \geq 6$

㉢ $\frac{x-2}{4} \leq \frac{4x}{3}$ 에서 $-\frac{6}{13} \leq x$

㉣ $2x - 2 > 8 - 3x$ 에서 $x > 2$

따라서 ㉠과 ㉡을 연립하였을 때 $x = 6$ 으로 해의 개수 1 개이다.

2. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 4x-3 > 3x-1 \\ x+5 \geq 2x-1 \\ -x < 3 \end{cases}$ 의 해가 아닌 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{cases} 4x-3 > 3x-1 \\ x+5 \geq 2x-1 \\ -x < 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \leq 6 \\ x > -3 \end{cases}$$

$\therefore 2 < x \leq 6$

3. 연립부등식 $\begin{cases} x+2 \leq 2x+3 \\ 3x \geq 5x-14 \end{cases}$ 의 해 x 의 최댓값을 a , 최솟값을 b

라고 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$x+2 \leq 2x+3, x \geq -1$$

$$3x \geq 5x-14, x \leq 7$$

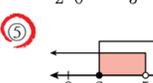
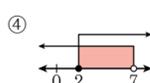
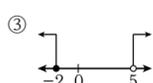
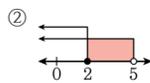
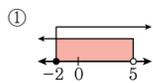
→ 연립부등식의 해는 $-1 \leq x \leq 7$

따라서 x 의 최댓값은 7, 최솟값은 -1 이다.

$$\therefore a-b = 7 - (-1) = 8$$

4. 다음 연립방정식의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

$$\begin{cases} 4(5 - 2x) \leq 4 \\ 3(7x + 1) < 108 \end{cases}$$

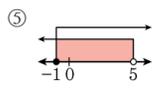
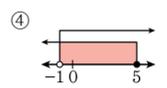
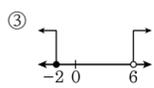
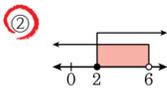
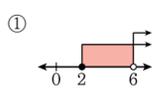


해설

$$\begin{aligned} 4(5 - 2x) \leq 4 &\Rightarrow x \geq 2 \\ 3(7x + 1) < 108 &\Rightarrow x < 5 \\ \therefore 2 \leq x < 5 \end{aligned}$$

5. 다음 연립방정식의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

$$\begin{cases} 6(6 - 4x) \leq -12 \\ 5(9x + 1) < 275 \end{cases}$$



해설

$$6(6 - 4x) \leq -12 \Rightarrow x \geq 2$$

$$5(9x + 1) < 275 \Rightarrow x < 6$$

$$\therefore 2 \leq x < 6$$

6. 부등식 A 는 $\frac{1}{3}(x-2) \geq \frac{1}{2}(3-x) + x$ 이고, B 는 $\frac{1}{6}(10-x) \geq \frac{5}{3}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① 부등식 A 의 모든 해는 부등식 B 의 모든 해이다.
② A 와 B 의 공통해는 없다.
③ A 와 B 의 공통해는 B 이다.
④ A 와 B 를 합한 부분은 $x \geq 0$ 이다.
⑤ A 에서 B 를 제외하면 $x \geq -13$ 이다.

해설

$A : \frac{1}{3}(x-2) \geq \frac{1}{2}(3-x) + x$ 의 양변에 6을 곱하여 간단히 하면

$$2(x-2) \geq 3(3-x) + 6x$$

$$2x-4 \geq 9-3x+6x$$

$$x \leq -13$$

$B : \frac{1}{6}(10-x) \geq \frac{5}{3}$ 의 양변에 6을 곱하여 간단히 하면 $10-x \geq 10$

$$x \leq 0$$

A 가 $x \leq -13$ 이고, B 가 $x \leq 0$ 이므로

부등식 A 의 모든 해는 부등식 B 의 모든 해이다.

A 와 B 의 공통해는 $x \leq -13$ 이다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} 0.3(x-1) + 0.2(x+4) < x-3 \\ \frac{5}{6}x - \frac{4}{9}(x+1) \geq \frac{1}{2}x - 3 \end{cases}$ 를 만족하는 정수의 개수를 구하면?

- ① 15 개 ② 16 개 ③ 17 개 ④ 18 개 ⑤ 19 개

해설

i) $0.3(x-1) + 0.2(x+4) < x-3$

양변에 10 을 곱한 후 괄호를 풀면,

$$3x - 3 + 2x + 8 < 10x - 30$$

$$5x > 35$$

$$x > 7$$

ii) $\frac{5}{6}x - \frac{4}{9}(x+1) \geq \frac{1}{2}x - 3$

양변에 분모의 최소공배수인 18을 곱한 후 괄호를 풀면,

$$15x - 8(x+1) \geq 9x - 54$$

$$15x - 8x - 8 \geq 9x - 54$$

$$2x \leq 46$$

$$x \leq 23$$

따라서 $7 < x \leq 23$ 를 만족하는 정수는 8, 9, 10, ..., 23 의 16 개이다.

8. 다음 연립부등식 $\begin{cases} 0.3x + 1.2 > 0.5x \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x \end{cases}$ 을 만족하는 모든 정수 x 의
합은?

- ① 6 ② 3 ③ 1 ④ 0 ⑤ -2

해설

i) $0.3x + 1.2 > 0.5x$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$3x + 12 > 5x$$

$$x < 6$$

ii) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x$ 의 양변에 12 를 곱하면

$$8x - 6 < 9x$$

$$x > -6$$

$$\therefore -6 < x < 6$$

만족하는 정수는 -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 이고
이들의 합은 0 이다.

9. 다음 연립부등식의 해를 $a < x \leq b$ 라고 할 때, ab 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2x+1 > -5 \\ \frac{x-5}{2} \leq \frac{x}{4}-3 \end{cases}$$

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ -5 ⑤ 6

해설

$$2x+1 > -5$$

$$2x > -5-1$$

$$2x > -6$$

$$\therefore x > -3$$

$$\frac{x-5}{2} \leq \frac{x}{4}-3$$

$$2(x-5) \leq x-12$$

$$2x-10 \leq x-12$$

$$2x-x \leq -12+10$$

$$\therefore x \leq -2$$

따라서 $-3 < x \leq -2$ 에서 $a = -3$, $b = -2$ 이므로 $ab = 6$ 이다.

10. 연립부등식 $\frac{1}{2}(x-4) < 0.1x - 0.6 < 0.3x + \frac{1}{5}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하면?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$\frac{1}{2}(x-4) < 0.1x - 0.6 \text{의 양변에 } 10 \text{ 을 곱하면 } 5(x-4) < x-6,$$

$$5x-20 < x-6, x < \frac{7}{2}$$

$$0.1x-0.6 < 0.3x+\frac{1}{5} \text{의 양변에 } 10 \text{ 을 곱하면 } x-6 < 3x+2, x > -4$$

연립부등식의 해는 $-4 < x < \frac{7}{2}$ 이므로 자연수는 1, 2, 3 즉, 3개이다.

11. 연립부등식 $-4 + 5x < 3x - 7 \leq 4x + 1$ 을 만족하는 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

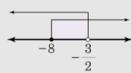
▶ 답:

▷ 정답: -10

해설

$$-4 + 5x < 3x - 7 \leq 4x + 1$$

$$\rightarrow \begin{cases} -4 + 5x < 3x - 7 \\ 3x - 7 \leq 4x + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \\ x \geq -8 \end{cases}$$



가장 큰 정수 : -2

가장 작은 정수 : -8

$$\therefore (-2) + (-8) = -10$$

13. 연립부등식 $\begin{cases} 0.4(x+2) > x-1 \\ x-a > 0 \end{cases}$ 의 정수 해가 1개일 때, 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$0.4(x+2) > x-1, x < 3$$

$$x-a > 0, x > a$$

따라서 연립부등식의 해 중 정수가 2뿐이어야 하므로 $1 \leq a < 2$ 이다.

14. 연립부등식 $\begin{cases} 3x > a \\ 5x - 1 \leq 4x + 9 \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 개수가 4 일 때,

a 의 값의 범위는?

- ① $16 \leq a < 17$ ② $17 \leq a < 19$ ③ $18 \leq a < 19$
④ $18 \leq a < 21$ ⑤ $20 \leq a < 21$

해설

$5x - 1 \leq 4x + 9$ 를 풀면 $x \leq 10$ 이고, $3x > a$ 를 풀면 $x > \frac{a}{3}$ 이다.
따라서 $\frac{a}{3} < x \leq 10$ 이고 만족하는 정수의 개수가 4 개가 되기
위해서 $6 \leq \frac{a}{3} < 7$, 따라서 $18 \leq a < 21$ 이다.

15. $3x - 5 \leq 10$, $x + 2 > a$ 의 정수해가 1개가 되도록 하는 a 의 값의 범위는?

- ① $4 \leq a < 5$ ② $5 \leq a < 6$ ③ $6 \leq a < 7$
④ $7 \leq a < 8$ ⑤ $8 \leq a < 9$

해설

$$A : 3x \leq 15 \rightarrow x \leq 5$$

$$B : x > a - 2$$

$a - 2 < x \leq 5$ 에 속하는 정수가 1개여야 하므로

$$4 \leq a - 2 < 5$$

$$\therefore 6 \leq a < 7$$

16. 다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $\begin{cases} 3x - 2 \leq -2(x - 4) \\ -(x - 5) \leq x + 1 \end{cases}$
 ㉡ $\begin{cases} x - 3 \geq 2x + 1 \\ 6x - 1 > 2x + 11 \end{cases}$
 ㉢ $\begin{cases} -x - 5 < 3x + 7 \\ \frac{1}{2}x + 3 > \frac{2x - 2}{3} \end{cases}$
 ㉣ $\begin{cases} 2(x + 1) < x - 6 \\ 2x - 4 < 5(x - 2) \end{cases}$
 ㉤ $2x - 3 \leq 3x + 1 < x + 9$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉣

해설

- ㉡ $\begin{cases} x - 3 \geq 2x + 1 & \therefore x \leq -4 \\ 6x - 1 > 2x + 11 & \therefore x > 3 \end{cases}$
 $\therefore x \leq -4, x > 3$ (해가 없다.)
- ㉣ $\begin{cases} 2(x + 1) < x - 6 \text{에서 } 2x + 2 < x - 6 \\ \therefore x < -8 \\ 2x - 4 < 5(x - 2) \text{에서 } 2x - 4 < 5x - 10 \\ \therefore 2 < x \end{cases}$
 $\therefore x < -8, x > 2$ (해가 없다.)
- ㉠ $\begin{cases} 3x - 2 \leq -2(x - 4) \text{에서 } 5x \leq 10 & \therefore x \leq 2 \\ -(x - 5) \leq x + 1 \text{에서 } 4 \leq 2x & \therefore 2 \leq x \end{cases}$
 $\therefore x = 2$
- ㉢ $\begin{cases} -x - 5 < 3x + 7 & \therefore x > -3 \\ \frac{1}{2}x + 3 > \frac{2x - 2}{3} \text{에서 } 3x + 18 > 2(2x - 2) \\ \therefore x < 22 \end{cases}$
 $\therefore -3 < x < 22$
- ㉤ $\begin{cases} 2x - 3 \leq 3x + 1 & \therefore x \geq -4 \\ 3x + 1 < x + 9 & \therefore x < 4 \end{cases}$
 $\therefore -4 \leq x < 4$

17. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 0.5x \leq -1.5 + 3.5x \\ 3(x - \frac{2}{5}) < -0.2 \end{cases}$ 의 해로 옳은 것은?

① $x < \frac{1}{3}$

② $x \geq \frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{3} < x \leq \frac{1}{2}$

④ 해가 없다.

⑤ $2 < x \leq 3$

해설

$\begin{cases} 0.5x \leq -1.5 + 3.5x \\ 3(x - \frac{2}{5}) < -0.2 \end{cases}$ 를 간단히 하면

$\begin{cases} x \leq -3 + 7x \\ 15x - 6 < -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 7x \leq -3 \\ 15x < -1 + 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x < \frac{1}{3} \end{cases} \therefore \text{해가 없}$

다.

19. 연립부등식 $\begin{cases} -(x+0.5) \leq -1.5 \\ ax-4 \leq x \end{cases}$ 의 해가 $x=1$ 일때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\begin{cases} -(x+0.5) \leq -1.5 \\ ax-4 \leq x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -10x-5 \leq -15 \\ ax-x \leq 4 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ ax-x \leq 4 \end{cases}$$

해가 $x=1$ 이므로
 $ax-x \leq 4$ 의 해는 $x \leq 1$ 이다.

$$x \leq \frac{4}{a-1} = 1 \text{ 이므로 } a-1=4$$

$$\therefore a=5$$

20. 연립부등식 $\begin{cases} 5(2+x)+9 \leq -1 \\ 3(ax+1)-2x \geq -1 \end{cases}$ 을 풀었더니 그 해가 $x = -4$ 이었을 때, a 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 5

해설

$$5(2+x)+9 \leq -1$$

$$10+5x+9 \leq -1$$

$$5x \leq -1-19$$

$$x \leq -4$$

이므로 해가 $x = -4$ 이기 위해서는 다음 부등식의 해는 $x \geq -4$

이어야 하므로

$$3(ax+1)-2x \geq -1$$

$$3ax+3-2x \geq -1$$

$$(3a-2)x \geq -4$$

$$3a-2=1 \quad \therefore a=1$$

21. 연립부등식

$$\begin{cases} a + 5x < 2a \\ 2(x - 1) \geq -6 \end{cases} \text{ 이 해를 갖지 않기 위한 정수 } a \text{ 의 최댓값을 구하여}$$

라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$a + 5x < 2a$$

$$x < \frac{a}{5}$$

$$2(x - 1) \geq -6$$

$$2x - 2 \geq -6$$

$$\therefore x \geq -2$$

연립부등식이 해를 갖지 않으려면

$$\frac{a}{5} \leq -2$$

$$\therefore a \leq -10$$

따라서 a 의 최댓값은 -10 이다.

22. 두 부등식 $2(5 - 2x) \geq x + 5$, $2x + 1 > x + a$ 의 공통해가 존재하지 않을 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a \geq 2$

해설

$5 \geq 5x$, $x \leq 1$, $x > a - 1$ 이므로 해가 존재하지 않기 위해서는 $a - 1 \geq 1$ 이어야 한다.

$\therefore a \geq 2$

23. 부등식 $\frac{1}{2}x - \frac{4}{3} \leq x - \frac{x+2}{3} \leq \frac{1}{4}x + 6$ 을 만족하는 음이 아닌 정수 x 의 값의 개수는?

- ① 18개 ② 17개 ③ 16개 ④ 3개 ⑤ 2개

해설

$$\text{i) } \frac{1}{2}x - \frac{4}{3} \leq x - \frac{x+2}{3}, 3x - 8 \leq 6x - 2x - 4$$

$$\therefore x \geq -4$$

$$\text{ii) } x - \frac{x+2}{3} \leq \frac{1}{4}x + 6, 12x - 4x - 8 \leq 3x + 72$$

$$\therefore x \leq 16$$

i), ii)에서 공통된 x 의 값의 범위를 구하면

$$-4 \leq x \leq 16$$

한편, x 는 음이 아닌 정수이므로 $0 \leq x \leq 16$

따라서 $x = 0, 1, 2, \dots, 16$ 의 17개이다.

24. 연립부등식 $x < -\frac{3x-a}{4} < \frac{1}{2}$ 의 해가 $-\frac{1}{3} < x < b$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{7}$

해설

$$(i) x < -\frac{3x-a}{4}, 4x < -3x+a$$

$$\therefore x < \frac{a}{7}$$

$$(ii) -\frac{3x-a}{4} < \frac{1}{2}, -3x < 2-a$$

$$\therefore x > \frac{a-2}{3}$$

$$\therefore \frac{a-2}{3} < x < \frac{a}{7}$$

$$\frac{a-2}{3} = -\frac{1}{3}, a = 1$$

$$\frac{a}{7} = b, b = \frac{1}{7}$$

$$\therefore ab = 1 \times \frac{1}{7} = \frac{1}{7}$$

25. 연립부등식

$$\begin{cases} 12-x < 2(x+1) + 1 < 4x-1 \\ -a < x < a \end{cases} \text{의 해가 없을 때, 양수 } a \text{의 값의}$$

범위는?

- ① $0 < a < 2$ ② $0 < a \leq 2$ ③ $0 < a < 3$
④ $0 < a \leq 3$ ⑤ $2 < a < 3$

해설

$$\begin{cases} 12-x < 2(x+1) + 1 < 4x-1 \cdots \textcircled{1} \\ -a < x < a \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

① : $12-x < 2(x+1) + 1$ 의 해는 $x > 3$

$2(x+1) + 1 < 4x-1$ 의 해는 $x > 2$

$\therefore x > 3$

② : $-a < x < a$

연립부등식의 해가 없으려면 다음 그림과 같아야 하므로 양수 a 의 값의 범위는 $0 < a \leq 3$ 이다.

