

1. -64 의 세제곱근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4, 2 + 2\sqrt{3}i, 2 - 2\sqrt{3}i$

해설

-64 의 세제곱근은 $x^3 = -64$ 를 만족하는 x 의 값이므로
 $x^3 + 64 = 0$ 에서

$$(x + 4)(x^2 - 4x + 16) = 0$$

$$\therefore x + 4 = 0 \text{ 또는 } x^2 - 4x + 16 = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2 + 2\sqrt{3}i \text{ 또는 } x = 2 - 2\sqrt{3}i$$

따라서 -64 의 세제곱근은

$$-4, 2 + 2\sqrt{3}i, 2 - 2\sqrt{3}i$$

2. $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$ 를 간단히 하면?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[6]{2^6} = 2$$

3. $6^{\frac{4}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}}$ 의 값은?

① 9

② 18

③ 27

④ 36

⑤ 45

해설

$$\begin{aligned} 6^{\frac{4}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}} &= (2 \times 3)^{\frac{4}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}} \\ &= 2^{\frac{4}{3}} \times 3^{\frac{4}{3}} \times 2^{-\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}} \\ &= 2^{\frac{4}{3}-\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{4}{3}+\frac{2}{3}} \\ &= 2^{\frac{3}{3}} \times 3^{\frac{6}{3}} \\ &= 2 \times 3^2 \\ &= 18 \end{aligned}$$

4. 다음 식을 간단히 하면?

$20^{\frac{2}{3}} \times 4^{-\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{1}{6}}$

- ① $2\sqrt{2}$
- ② 2
- ③ $\sqrt{5}$
- ④ 5
- ⑤ $\sqrt{20}$

해설

$20^{\frac{2}{3}} = (4 \times 5)^{\frac{2}{3}} = 4^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}}$ 이므로
 $20^{\frac{2}{3}} \times 4^{-\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{1}{6}} = (4^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}}) \times 4^{-\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{1}{6}}$
 $= (4^{\frac{2}{3}} \times 4^{-\frac{2}{3}}) \times (5^{\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{1}{6}})$
 $= 4^{\frac{2}{3} + (-\frac{2}{3})} \times (5^{\frac{2}{3}} \times 5^{-\frac{1}{6}})$
 $= 4^{\frac{2}{3} + (-\frac{2}{3})} \times 5^{\frac{2}{3} + (-\frac{1}{6})}$
 $= 4^0 \times 5^{\frac{1}{2}} = 1 \times \sqrt{5} = \sqrt{5}$

5. 양의 실수 a 에 대하여 $\frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt[3]{a}} \times \sqrt[5]{\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{a}}} \div \sqrt[3]{\frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt{a}}}$ 의 값은? (단, $a \neq 1$)

- ① $\sqrt[15]{a}$ ② $\frac{1}{\sqrt[15]{a}}$ ③ 1 ④ $\frac{1}{\sqrt[15]{a}}$ ⑤ $\sqrt[15]{a}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt[3]{a}} \times \sqrt[5]{\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{a}}} \div \sqrt[3]{\frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt{a}}} &= \frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt[3]{a}} \times \sqrt[5]{\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{a}}} \times \sqrt[3]{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[5]{a}}} \\ &= \frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt[3]{a}} \times \frac{\sqrt[5]{\sqrt[3]{a}}}{\sqrt[5]{\sqrt{a}}} \times \frac{\sqrt[3]{\sqrt{a}}}{\sqrt[3]{\sqrt[5]{a}}} = \frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt[3]{a}} \times \frac{\sqrt[15]{a}}{\sqrt[15]{a}} \times \frac{\sqrt[15]{a}}{\sqrt[15]{a}} = \frac{1}{\sqrt[15]{a}} \end{aligned}$$

6. $\sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{\frac{1}{9}} = 2^p \cdot 3^q$ 일 때, $p + q$ 의 값은?

① $\frac{5}{3}$

② $\frac{7}{3}$

③ $\frac{8}{3}$

④ $\frac{10}{3}$

⑤ $\frac{11}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{81} + \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{\frac{1}{9}} \\ &= \sqrt[3]{3^3 \cdot 3} + \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} + \sqrt[3]{\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 3} \\ &= 3\sqrt[3]{3} + 2\sqrt[3]{3} + \frac{1}{3}\sqrt[3]{3} \\ &= \left(3 + 2 + \frac{1}{3}\right)\sqrt[3]{3} \\ &= \frac{16}{3}\sqrt[3]{3} = 2^4 \cdot 3^{-\frac{2}{3}} \\ &\therefore p = 4, \quad q = -\frac{2}{3} \quad \therefore p + q = \frac{10}{3} \end{aligned}$$

7. 임의의 실수 x 의 네제곱근 중에서 실수인 것의 개수를 $f(x)$ 라 할 때, $f(2^{-2}) + f(-2^2) + f(2^0)$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$2^{-2} = \frac{1}{4} > 0$, $-2^2 = -4 < 0$, $2^0 = 1 > 0$ 이고 4는 짝수이므로

$$f(2^{-2}) + f(-2^2) + f(2^0)$$

$$= 2 + 0 + 2$$

$$4$$

8. $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} &\sqrt[3]{3} = a, \sqrt[3]{2} = b \text{라고 하면} \\ &(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}) \\ &= (a + b)(a^2 - ab + b^2) \\ &= a^3 + b^3 \\ &= 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

9. $a > 0$ 이고 m, n, p 가 2 이상의 정수일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

② $\sqrt[p]{a^{mp}} = \sqrt{a^m}$

③ $(\sqrt[n]{a})^m \cdot (\sqrt[n]{a})^n = \sqrt{a^{mn}}$

④ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = a^{\frac{1}{mn}}$

⑤ $\frac{1}{a^{\frac{n}{m}}} = a^{-\frac{n}{m}}$

해설

$$(\sqrt[n]{a})^m \cdot (\sqrt[n]{a})^n = a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{n}{n}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{n}{n}} = a^{\frac{m^2+n^2}{nn}}$$

10. 서로소인 두 자연수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{b}{a}}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\frac{\sqrt{\sqrt{3}}}{\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{3} = \frac{3^{\frac{1}{4}}}{3^{\frac{1}{2}}} \times 3^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = 3^{\frac{1}{12}}$$

따라서 $a + b = 13$ 이다.

11. 세 수 $A = 2^{\frac{1}{2}}, B = 3^{\frac{1}{3}}, C = 9^{\frac{1}{9}}$ 의 대소 관계는?

- ① $A < B < C$ ② $B < A < C$ ③ $B < C < A$
④ $C < B < A$ ⑤ $C < A < B$

해설

$A = 2^{\frac{1}{2}}$ 이면 $A^{18} = (2^{\frac{1}{2}})^{18} = 2^9 = 512$
 $B = 3^{\frac{1}{3}}$ 이면 $B^{18} = (3^{\frac{1}{3}})^{18} = 3^6 = 729$
 $C = 9^{\frac{1}{9}}$ 이면 $C^{18} = (9^{\frac{1}{9}})^{18} = 9^2 = 81$
 $C^{18} < A^{18} < B^{18}$ 이므로
 $\therefore C < A < B$

12. 세 수 $A = \sqrt[3]{5\sqrt{2}}$, $B = \sqrt{2\sqrt[3]{5}}$, $C = \sqrt[12]{1024}$ 의 대소관계를 바르게 나타낸것은?

- ① $A < B < C$
- ② $A < C < B$
- ③ $B < A < C$
- ④ $B < C < A$
- ⑤ $C < B < A$

해설

거듭제곱근의 성질을 이용하여 $\sqrt[N]{N}$ 꼴로 통일한다.

$A = \sqrt[3]{5\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{50}} = \sqrt[6]{50}$

$B = \sqrt{2\sqrt[3]{5}} = \sqrt{\sqrt[3]{40}} = \sqrt[6]{40}$

$C = \sqrt[12]{1024} = \sqrt[12]{2^{10}} = \sqrt[6]{2^5} = \sqrt[6]{32}$ 이므로

$\sqrt[6]{32} < \sqrt[6]{40} < \sqrt[6]{50}$ 이므로

$\therefore C < B < A$

13. $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt[3]{3}$ 일 때, $\sqrt[6]{6}$ 을 a, b 로 나타낸 것은?

- ① $a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}$ ② $a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{3}}$ ③ $a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{6}}$ ④ $a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{3}}$ ⑤ $a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{2}}$

해설

$$a = \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}, \quad b = \sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{3}} \text{ 이므로}$$
$$\sqrt[6]{6} = 6^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{6}} \cdot 3^{\frac{1}{6}} = (2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} \cdot (3^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}$$

14. $3^{\frac{5}{2}} \cdot \left(9^{\frac{7}{4}} + 27^{\frac{3}{2}}\right) \cdot 81^{-\frac{3}{2}}$ 를 계산하면?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} & 3^{\frac{5}{2}} \cdot 9^{\frac{7}{4}} \cdot 81^{-\frac{3}{2}} + 3^{\frac{5}{2}} \cdot 27^{\frac{3}{2}} \cdot 81^{-\frac{3}{2}} \\ &= 3^{\frac{5}{2}} \cdot 3^{\frac{7}{2}} \cdot 3^{-6} + 3^{\frac{5}{2}} \cdot 3^{\frac{9}{2}} \cdot 3^{-6} \\ &= 3^{\frac{5}{2} + \frac{7}{2} - 6} + 3^{\frac{5}{2} + \frac{9}{2} - 6} = 3^0 + 3^1 = 1 + 3 = 4 \end{aligned}$$

15. $10^{0.31} = 2$, $10^{1.04} = 11$ 로 계산할 때, $10^a = 275$ 를 만족하는 a 의 값은?

① 2.34 ② 2.38 ③ 2.42 ④ 2.46 ⑤ 2.50

해설

$$5 = \frac{10}{2} = \frac{10}{10^{0.31}} = 10^{1-0.31} = 10^{0.69} \text{ 이므로}$$

$$275 = 5^2 \times 11 = (10^{0.69})^2 \times 10^{1.04}$$

$$= 10^{1.38} \times 10^{1.04} = 10^{2.42}$$

$$\therefore a = 2.42$$