

1. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 값은? (단, $a > 0, b > 0, c > 0$)

$$\left(\frac{x^a z^3}{c y^2} \right)^4 = \left(\frac{x^4 z^b}{81 y^8} \right)$$

① $a = 1, b = 7, c = 3$

② $a = 2, b = 12, c = 3$

③ $a = 1, b = 12, c = 9$

④ $a = 1, b = 7, c = 3$

⑤ $a = 1, b = 12, c = 3$

해설

$$a \times 4 = 4, a = 1$$

$$3 \times 4 = b, b = 12$$

$$c^4 = 81, c = 3$$

2. $4^{x+3} = 4^x \times 2^y = 8^4$ 을 만족시키는 자연수 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 값은?

① -4

② -3

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

$$(2^2)^{x+3} = 2^{2x+y} = (2^3)^4 = 2^{12}$$

$$2x + 6 = 12, \quad 2x + y = 12$$

$$y = 6, x = 3$$

$$\therefore x - y = 3 - 6 = -3$$

3. 다음 보기 중 결과가 나머지 것과 다른 것을 골라라.

보기

㉠ a^{2+2+2}

㉡ $a^2 \times a^3$

㉢ $(a^2)^2 \times a^2$

㉣ $a^2 \times a^3 \times a$

㉤ $(a^2)^3$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

해설

㉠ $a^{2+2+2} = a^6$

㉡ $a^2 \times a^3 = a^{2+3} = a^5$

㉢ $(a^2)^2 \times a^2 = a^4 \times a^2 = a^6$

㉣ $a^2 \times a^3 \times a = a^{2+3+1} = a^6$

㉤ $(a^2)^3 = a^6$

따라서 결과가 다른 것은 ㉡이다.

4. $(x^2y^az^b)^c = x^6y^{12}z^3$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$(x^2y^az^b)^c = x^{2c}y^{ac}z^{bc} = x^6y^{12}z^3$$

$$2c = 6, \quad ac = 12, \quad bc = 3$$

$$c = 3, \quad a = 4, \quad b = 1$$

$$\therefore a + b + c = 8$$

5. $5^5 \div 5^a = 25$, $5^b + 5^b + 5^b + 5^b + 5^b = 5^4$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$5^5 \div 5^a = 5^{5-a} = 5^2$$

$$5 - a = 2 \quad \therefore a = 3$$

$$5 \times 5^b = 5^4, 5^{b+1} = 5^4$$

$$b + 1 = 4 \quad \therefore b = 3$$

$$a = 3, b = 3$$

$$\therefore a - b = 0$$

6. $2^{10} \times 3 \times 5^8$ 은 몇 자리의 수인가?

① 8자리의 수

② 9자리의 수

③ 10자리의 수

④ 11자리의 수

⑤ 12자리의 수

해설

$$2^{2+8} \times 3 \times 5^8 = 2^2 \times 3 \times (2 \times 5)^8 = 12 \times 10^8$$

따라서 10자리의 수이다.

7. $4^{4x+2} = 8^{2x+4}$ 일 때, x 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$(2^2)^{4x+2} = (2^3)^{2x+4}$$

$$2^{8x+4} = 2^{6x+12}$$

$$8x + 4 = 6x + 12$$

$$\therefore x = 4$$

8. n 이 짝수일 때, $(-4)^3 \div (-2)^m = -2^{n-6}$ 이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$(-4)^3 \div (-2)^m = -2^{n-6}$$

$$-2^6 = -2^{n-6} \times (-2)^m$$

$$2^6 = 2^{n-6} \times (-2)^m$$

좌변이 양수이므로 우변도 양수이어야 한다.

따라서 m 도 짝수이므로 $(-2)^m = 2^m$,

$$2^6 = 2^{n-6} \times 2^m = 2^{n-6+m}$$

$$n - 6 + m = 6$$

$$\therefore m + n = 12$$

9. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리의 자연수이고, 3^{2008} 의 일의 자리의 숫자는 m 일 때, $n + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$2^{17} \times 5^{20} = (2^{17} \times 5^{17}) \times 5^3 = 125 \times 10^{17}$$

$$\therefore n = 20$$

3^m 의 일의 자리의 수는 3, 9, 7, 1 로 반복되고

$$2008 = 4 \times 502 \text{ 이므로 } m = 1$$

$$\therefore n + m = 21$$

10. 자연수 n 에 대하여 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$ 으로 정의한다. $n \times 14! = k^2$ (k 는 자연수) 이기 위한 가장 작은 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 858

해설

$$n \times 14! = k^2$$

$$\begin{aligned} 14! &= 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \\ &\quad \times (2 \times 5) \times 11 \times (2^2 \times 3) \times 13 \times (2 \times 7) \\ &= 2^{11} \times 3^5 \times 5^2 \times 7^2 \times 11 \times 13 \end{aligned}$$

주어진 식이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서는 소인수들의 지수가 짝수가 되어야 하므로 가장 작은 자연수 n 은

$$n = 2 \times 3 \times 11 \times 13 = 858$$