

1.  $1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$  을 간단히 하면?

①  $\frac{2x+1}{x}$

②  $\frac{2x-1}{x}$

③  $\frac{x-1}{x}$

④  $\frac{x+1}{x}$

⑤  $\frac{1}{x}$

해설

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}} &= 1 + \frac{1}{\frac{1-x-1}{1-x}} = 1 + \frac{1}{\frac{-x}{1-x}} \\ &= 1 - \frac{1-x}{x} = \frac{x-1+x}{x} \\ &= \frac{2x-1}{x} \end{aligned}$$

2.  $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 23

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서 양변을  $x$ 로 나눈다.

$$x + \frac{1}{x} - 5 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

3.  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$  일 때,  $\sqrt{(a-b)^2} - |b|$ 를 간단히 하면?

①  $-2a$

②  $-a$

③  $a-2b$

④  $a$

⑤  $0$

해설

$$a \geq 0, b < 0$$

$$|a-b| - |b| = (a-b) + b = a$$

4. 유리수  $a, b$ 에 대하여  $(1+2\sqrt{2})a + (-1+\sqrt{2})b = 5+7\sqrt{2}$ 가 성립할 때,  $a+b$ 의 값은?

① 3      ② 2      ③ 0      ④ -2      ⑤ -3

해설

$$(1+2\sqrt{2})a + (-1+\sqrt{2})b = 5+7\sqrt{2}$$

$$(a-b) + (2a+b)\sqrt{2} = 5+7\sqrt{2} \cdots \text{㉠}$$

$a, b$ 가 유리수이면

$a-b, 2a+b$ 도 유리수이므로 ㉠에서

$$\begin{cases} a-b=5 \\ 2a+b=7 \end{cases}$$

이것을 연립하여 풀면  $a=4, b=-1$

$$\therefore a+b=3$$

5. 유리함수  $f(x) = \frac{ax}{3x+2}$  와 그 역함수  $f^{-1}(x)$  가 서로 같을 때, 상수  $a$  의 값은?

- ① 3      ② 2      ③ 1      ④ -1      ⑤ -2

해설

$$\text{역함수의 식은 } x = \frac{ay}{3y+2}$$

$$3xy + 2x = ay$$

$$\therefore y = \frac{-2x}{3x-a}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{-2x}{3x-a}$$

모든 실수  $x$  에 대하여

$$f(x) = f^{-1}(x) \text{ 이므로}$$

$$\frac{ax}{3x+2} = \frac{-2x}{3x-a}$$

$$\therefore a = -2$$

6. 조화수열  $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \dots$ 의 일반항은?

①  $2n - 1$

②  $2n + 1$

③  $\frac{3}{n}$

④  $\frac{6}{n}$

⑤  $\frac{1}{2n + 1}$

해설

주어진 조화수열을  $\{a_n\}$ 이라고 하면,

$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 은 등차수열이다.

$\left\{\frac{1}{a_n}\right\} = 3, 5, 7, 9, \dots$

등차수열  $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 의 일반항은  $2n + 1$

따라서 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항은  $\frac{1}{2n + 1}$

7. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 \cdot a_3 \cdot a_8 = 64$ 일 때,  $a_4$ 의 값은?

- ① 2      ② 4      ③ 8      ④ 16      ⑤ 32

해설

$$\begin{aligned} a_n &= a \cdot r^{n-1} \\ a_1 \cdot a_3 \cdot a_8 &= a \times ar^2 \times ar^7 = a^3 r^9 \\ a^3 r^9 &= (ar^3)^3 = 64 = 4^3 \\ \therefore ar^3 &= 4 \\ \therefore a_4 &= 4 \end{aligned}$$

8. 수열  $1, a, \frac{1}{16}, b, \dots$  가 등비수열을 이룰 때,  $\frac{a}{b}$  의 값은?

- ① 2      ② 4      ③ 8      ④ 16      ⑤ 32

해설

첫째항 = 1, 공비 =  $a$

$$a_n = a^{n-1}$$

$$a_3 = a^2 = \frac{1}{16} \therefore a = \pm \frac{1}{4}$$

$$a_4 = a^3 = \pm \frac{1}{64} = b$$

$$\therefore \frac{\pm \frac{1}{4}}{\pm \frac{1}{64}} = \frac{64}{4} = 16 (\because \text{복호동순})$$

9. 제 4항이 6, 제 7항이 162인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합은?

- ㉠  $\frac{1}{9}(3^{10} - 1)$       ㉡  $\frac{1}{10}(3^{10} - 1)$       ㉢  $\frac{1}{9}(3^{10} + 1)$   
㉣  $\frac{1}{10}(3^{10} + 1)$       ㉤  $\frac{1}{9}(3^{11} - 1)$

해설

첫째항을  $a$ , 공비를  $r$ 이라 하면

$$ar^3 = 6, ar^6 = 162$$

$$r^3 = 27$$

$$\therefore r = 3, a = \frac{2}{9}$$

$$S_n = \frac{\frac{2}{9} \cdot (3^{10} - 1)}{3 - 1} = \frac{1}{9}(3^{10} - 1)$$

10. 다음 수열에서  $a + b$ 의 값을 구하여라.

1, 2, 4, 7, 11,  $a$ ,  $b$ , ...

▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

1, 2, 4, 7, 11, 16, 22

√ √ √ √ √ √  
1 2 3 4 5 6

∴  $a = 16$ ,  $b = 22$

$a + b = 16 + 22 = 38$

11.  $x \neq 3, x \neq 5$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\frac{3x-19}{x^2-8x+15} = \frac{a}{x-3} - \frac{b}{x-5}$ 가 항상 성립하도록 상수  $a, b$ 의 값을 정할 때,  $a+b$ 의 값은?

- ① -2      ② 3      ③ 7      ④ 10      ⑤ 15

해설

우변을 정리하여 좌변의 계수와 비교한다.

$$\begin{aligned}\frac{a}{x-3} - \frac{b}{x-5} &= \frac{a(x-5) - b(x-3)}{(x-3)(x-5)} \\ &= \frac{a(x-5) - b(x-3)}{x^2 - 8x + 15}\end{aligned}$$

$$3x - 19 = (a-b)x + (-5a + 3b)$$

$$\begin{cases} a-b=3 \\ 5a-3b=19 \end{cases} \Rightarrow a=5, b=2$$

$$\therefore a+b=7$$

12.  $x = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$ ,  $y = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$  일 때,  $\frac{y^2}{x} + \frac{x^2}{y}$  의 값을 구하면?

- ① 3      ②  $3\sqrt{6}$       ③  $2\sqrt{3}$       ④  $5\sqrt{6}$       ⑤  $\sqrt{3}$

해설

$$x = \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}}$$
$$= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$

$$y = \sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}}$$
$$= \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$$

$$x + y = \frac{2\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6}, \quad xy = \frac{3 - 1}{2} = 1$$

$$\frac{y^2}{x} + \frac{x^2}{y} = \frac{x^3 + y^3}{xy} = \frac{(x + y)^3 - 3xy(x + y)}{1}$$
$$= 6\sqrt{6} - 3\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$$

13. 함수  $y = \frac{ax+b}{x+c}$  의 그래프가 점  $(1, 0)$  을 지나고, 점근선의 방정식이  $x = 2, y = 1$  일 때,  $abc$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

점근선이  $x = 2, y = 1$  이므로

$$y = \frac{k}{x-2} + 1 \cdots \textcircled{1}$$

①이  $(1, 0)$  을 지나므로

$$0 = -k + 1 \therefore k = 1$$

$$y = \frac{1+x-2}{x-2} = \frac{x-1}{x-2}$$

$$\therefore a = 1, b = -1, c = -2$$

따라서  $abc = 2$

14. 함수  $y = \frac{ax+b}{2x+c}$  가 점 (1,2) 를 지나고 점근선이  $x=2, y=1$  일 때,  
 $a+b+c$  의 값은?

- ① -8      ② -6      ③ -4      ④ -2      ⑤ 0

해설

점근선이  $x=2, y=1$  이므로

$$y = \frac{ax+b}{2x+c} = \frac{k}{x-2} + 1$$

또 점 (1,2) 를 지나므로

$$2 = \frac{k}{1-2} + 1 \quad \therefore k = -1$$

$$\therefore y = \frac{ax+b}{2x+c} = \frac{-1}{x-2} + 1 = \frac{x-3}{x-2} = \frac{2x-6}{2x-4}$$

$$\therefore a=2, b=-6, c=-4$$

$$\therefore a+b+c = -8$$

15.  $a \leq x \leq 1$  일 때,  $y = \sqrt{3-2x} + 1$  의 최솟값이  $m$ , 최댓값이 6 이다. 이때,  $m - a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

함수  $y = \sqrt{3-2x} + 1 = \sqrt{-2\left(x - \frac{3}{2}\right)} + 1$  는

$y = \sqrt{-2x}$  를  $x$  축의 양의 방향으로  $\frac{3}{2}$  만큼,

$y$  축의 양의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로

이 함수는 감소함수이다.

따라서,  $x = a$ 에서 최댓값을 가지므로

$$6 = \sqrt{3-2a} + 1 \Leftrightarrow \sqrt{3-2a} = 5$$

$$\therefore a = -11$$

또한,  $x = 1$ 에서 최솟값을 가지므로

$$m = \sqrt{3-2 \times 1} + 1 = 2$$

$$\therefore m - a = 13$$

16.  $x > 2$ 에서 정의된 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가  $f(x) = \sqrt{x-2} + 2$ ,  $g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때  $(f \cdot g)(3) + (g \cdot f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$(f \cdot g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \cdot f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

$$\therefore (f \cdot g)(3) + (g \cdot f)(3) = 6$$

17.  $y = \sqrt{x-1} + 2$ 의 역함수는?

- ①  $y = x^2 + 4x + 3 (x \geq 2)$       ②  $y = x^2 - 4x + 5 (x \geq 2)$   
③  $y = x^2 + 4x + 3 (x \geq 1)$       ④  $y = x^2 - 4x + 5 (x \geq 1)$   
⑤  $y = x^2 - 3x + 2 (x \geq 3)$

해설

$y - 2 = \sqrt{x-1}$  에서  $\sqrt{x-1} \geq 0$  이므로  $y \geq 2$   
또 양변을 제곱하면,  $(y-2)^2 = x-1$   
 $\therefore x = y^2 - 4y + 5 (y \geq 2)$   
 $x$ 와  $y$ 를 바꾸면  $y = x^2 - 4x + 5 (x \geq 2)$



19. 정삼각형 모양의 타일을 이용하여 다음 그림과 같이 각 변의 길이가 처음 삼각형의 한 변의 길이의 2배, 3배, 4배, ... 인 정삼각형 모양을 계속하여 만든다. 한 변의 길이가 처음 정삼각형의 한 변의 길이의 6 배인 정삼각형을 만들 때, 필요한 타일의 개수는?



- ① 30개    ② 32개    ③ 34개    ④ 36개    ⑤ 38개

해설

타일의 개수를  $\{a_n\}$ 이라 하면

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 4$$

$$a_3 = 9$$

⋮

$$\therefore a_n = n^2$$

$$\therefore a_6 = 36$$

20. 두 수 3과 7의 등차중항을  $a$ , 10과 -2의 등차중항을  $b$ 라 할 때, 이차 방정식  $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차는?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$$3 \text{과 } 7 \text{의 등차중항은 } a = \frac{3+7}{2} = 5$$

$$10 \text{과 } -2 \text{의 등차중항은 } b = \frac{10+(-2)}{2} = 4$$

$$x^2 + ax + b = 0 \text{에서}$$

$$x^2 + 5x + 4 = 0, (x+1)(x+4) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -4$$

따라서 두 근의 차는 3

21. A 국가의 인구는 전 세계 인구의  $c\%$ 이고, 이 국가의 재산은 전 세계 재산의  $d\%$ 이다. B 국가의 인구는 전 세계 인구의  $e\%$ 이고, 재산은 전 세계 재산의  $f\%$ 이다. A, B 두 국가의 국민이 그 나라의 재산을 평등하게 나누어 가지고 있다고 가정할 때, A 국가의 한 사람이 소유하고 있는 재산의, B 국가의 한 사람이 소유하고 있는 재산에 대한 비의 값을 구하면?

- ①  $\frac{cd}{ef}$     ②  $\frac{ce}{df}$     ③  $\frac{cf}{de}$     ④  $\frac{de}{cf}$     ⑤  $\frac{df}{ce}$

**해설**

전 세계의 인구를  $P$ , 재산을  $W$ 라 하면

A 국가의 인구는  $\frac{Pc}{100}$ , 재산은  $\frac{Wd}{100}$  이므로

$$1 \text{인당 재산} = \frac{\frac{Wd}{100}}{\frac{Pc}{100}} = \frac{Wd}{Pc}$$

마찬가지로, B 국가의 1인당 재산은  $\frac{Wf}{Pe}$

따라서, 구하는 비는  $\frac{\frac{Wd}{Pc}}{\frac{Wf}{Pe}} = \frac{de}{cf}$

22. 첫째항이 31, 공차가 -2인 등차수열에서 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합이 220인 모든  $n$ 의 값의 합은?

- ① 10      ② 22      ③ 32      ④ 44      ⑤ 56

해설

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n\{2 \cdot 31 + (n-1) \cdot (-2)\}}{2} \\ &= n\{31 - (n-1)\} \\ &= n(32-n) \\ &= -n^2 + 32n = 220 \\ \therefore n \text{의 값의 합은 } 32 \end{aligned}$$

23. 첫째항이 50이고, 공차가 -4인 등차수열은 첫째항부터 몇 제항까지의 합이 최대가 되는지 구하여라.

▶ 답 :

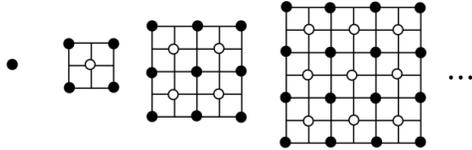
▷ 정답 : 13번째 항

해설

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{n\{2 \cdot 50 + (n-1) \cdot (-4)\}}{2} \\ &= \frac{n(100 - 4n + 4)}{2} \\ &= \frac{n(-4n + 104)}{2} \\ &= n(-2n + 52) \\ &= -2n^2 + 52n \\ &= -2(n^2 - 26n + 13^2 - 13^2) \\ &= -2(n-13)^2 + 2 \times 13^2 \end{aligned}$$

∴  $n = 13$  일 때 최대

24. 10개의 바둑판에 각각 흰 돌과 검은 돌을 다음과 같은 규칙으로 놓았을 때, 이 10개의 바둑판에 놓인 모든 검은 돌의 개수를  $S$ , 흰 돌의 개수를  $T$ 라 하자. 이때,  $S - T$ 의 값은?



- ① 36      ② 49      ③ 64      ④ 81      ⑤ 100

**해설**

$n$ 번째 바둑판에 놓인 검은 돌, 흰 돌의 개수는 각각  $n^2, (n-1)^2$  이므로  
 10개의 바둑판에 놓인 검은 돌의 개수의 합  $S$  는  
 $S = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2$   
 10개의 바둑판에 놓인 흰 돌의 개수의 합  $T$  는  
 $T = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 9^2$   
 $\therefore S - T = 10^2 = 100$

25. 수열  $\{a_n\}$ 을  $\log_3 a_1 a_2 a_3 \cdots a_n = n(n-1) (n=1, 2, 3, \dots)$ 로 정의할 때,  $\frac{a_{21}}{a_{20}}$ 의 값은?

- ① 3      ② 6      ③ 9      ④ 12      ⑤ 15

해설

$$\log_3 a_1 a_2 a_3 \cdots a_n = n(n-1) \text{ 에서}$$

$$a_1 a_2 a_3 \cdots a_n = 3^{n(n-1)} \dots \text{㉠}$$

$$a_1 a_2 a_3 \cdots a_{n-1} = 3^{(n-1)(n-2)} \dots \text{㉡}$$

$$\text{㉠} \div \text{㉡} \text{을 하면 } a_n = 3^{2(n-1)}$$

$$\therefore \frac{a_{21}}{a_{20}} = \frac{3^{40}}{3^{38}} = 3^2 = 9$$