

1. $2 \cos 30^\circ \times \tan 45^\circ \times \cos 60^\circ + 1$ 의 값은?

① $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$

② $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{2 + \sqrt{3}}{3}$

④ $\frac{2 + 2\sqrt{3}}{3}$

⑤ $\frac{2 + 3\sqrt{3}}{3}$

해설

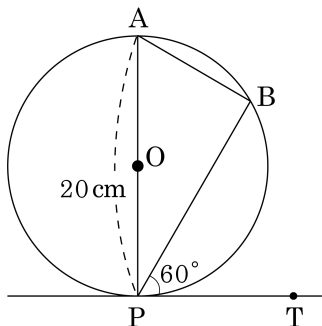
$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} + 1 \\&= \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \\&= \frac{2 + \sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

2. 다음 그림과 같이 $\overleftrightarrow{PT}$ 는 지름의 길이가 20cm 인 원 O 의 접선이다. $\angle BPT = 60^\circ$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

① 3 cm ② 5 cm

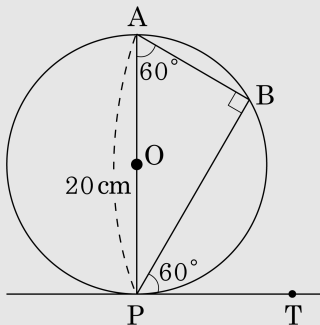
③ 6 cm ④ 8 cm

⑤ 10 cm



해설

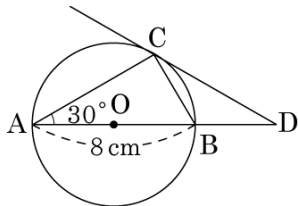
반원에 대한 원주각의 크기는 90° 이므로 $\angle ABP = 90^\circ$
 직선 PT 가 원 O 의 접선이므로 $\angle BAP = \angle BPT = 60^\circ$



$$\triangle ABP \text{ 에서 } \cos 60^\circ = \frac{\overline{AB}}{20} = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$\therefore \overline{AB} = 10(\text{cm})$$

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 원 O 위의 한 점 C 를 지나는 접선과 지름 AB 의 연장선과의 교점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 8\text{ cm}$, $\angle BAC = 30^\circ$ 일 때, $\triangle CBD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : $4\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$$\angle BCD = \angle BAC = 30^\circ$$

$$\angle ACB = 90^\circ \text{ 이므로 } \angle ABC = 60^\circ$$

$\triangle CBD$ 에서

$$\angle BDC = \angle CBA - \angle BCD = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$

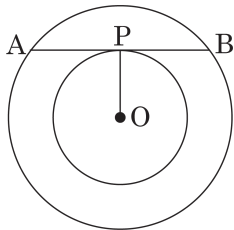
$$\therefore \overline{BD} = \overline{BC} = 8 \sin 30^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4 \text{ (cm)}$$

$\therefore (\triangle CBD \text{의 넓이})$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin (180^\circ - 120^\circ)$$

$$= 4\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

4. 다음은 점 O 를 원의 중심으로 하여 큰 원과 작은 원을 각각 그린 것이다. 원의 중심 O 에서 작은 원의 접선이고 큰 원의 현인 $\overline{AB}$ 를 그어 그 길이를 측정하려 한다. 작은 원의 반지름이 8 cm , 큰 원의 반지름이 12 cm 라고 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $7\sqrt{5}$ cm

② $8\sqrt{5}$ cm

③ $9\sqrt{5}$ cm

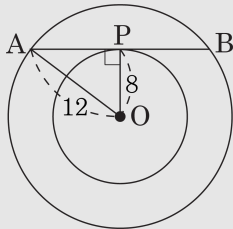
④ $10\sqrt{5}$ cm

⑤ $11\sqrt{5}$ cm

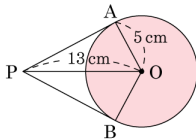
해설

$$\overline{PB} = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

$$\overline{AB} = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \text{ (cm)}$$



5. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O의 접선이다. $\overline{PO} = 13\text{cm}$, $\overline{OA} = 5\text{cm}$ 일 때, $\square APBO$ 의 둘레의 길이를 구하여라.

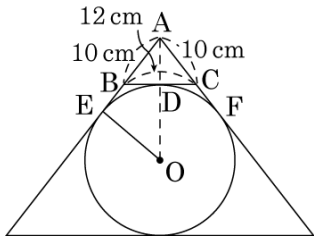


- ① 12cm ② 17cm ③ 18cm ④ 28cm ⑤ 34cm

해설

$\overline{AP} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$, $\overline{AP} = \overline{BP}$, $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 (사각형APBO의 둘레의 길이) $= \overline{AP} + \overline{BP} + \overline{OA} + \overline{OB} = 2 \times 12 + 2 \times 5 = 34 (\text{cm})$

6. 다음 그림에서 원 O와 $\triangle ABC$ 의 한 변 BC와의 접점을 D, $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 연장선과의 접점을 각각 E, F라 하고, $\overline{AB} = \overline{AC} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



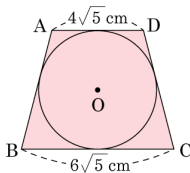
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8cm

해설

$\overline{BC}$ 가 원 O의 접선이므로 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{BD} = \overline{CD} = 6\text{cm}$
 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm})$

7. 다음 그림에서 등변사다리꼴 ABCD 가 원 O 에 외접할 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $\sqrt{5}\text{cm}$

② $5\sqrt{5}\text{cm}$

③ $10\sqrt{5}\text{cm}$

④ $6\sqrt{5}\text{cm}$

⑤ $4\sqrt{5}\text{cm}$

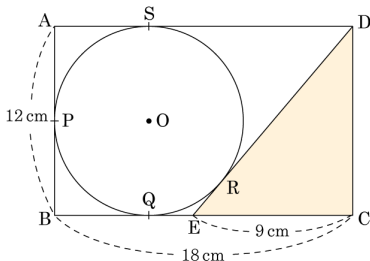
해설

등변사다리꼴이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고,

$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD}$ 성립하므로 $2\overline{AB} = 4\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$

$\therefore \overline{AB} = 5\sqrt{5}\text{cm}$

8. 다음 그림과 같이 원 O는 직사각형 ABCD의 세변과 $\overline{DE}$ 에 접하고, 점 R은 접점이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 18\text{cm}$, $\overline{CE} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{DR}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 12cm

해설

$\overline{CE} = 9\text{cm}$ 이므로 $\overline{BE} = 9\text{cm}$, 외접하는 사각형의 성질에 의해

$$\overline{ED} + \overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BE}$$

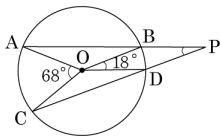
$$\overline{DE} + 12 = 18 + 9$$

$$\therefore \overline{DE} = 15\text{cm}$$

$$\text{또한, } \overline{BE} = 9\text{cm}, \overline{BQ} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 6\text{cm} \therefore \overline{QE} = \overline{ER} = 3\text{cm}$$

따라서, $\overline{DR} = 15 - 3 = 12(\text{cm})$ 이다.

9. 다음 그림에서 점 P는 원 O의 현 AB, CD의 연장선이 만나는 점이다. $\angle BPD$ 의 크기는?



① 21°

② 22°

③ 23°

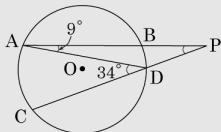
④ 24°

⑤ 25°

해설

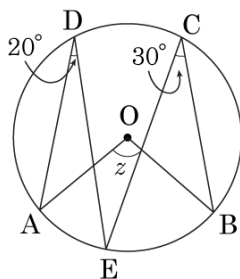
$$\angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC = 34^\circ$$

$$\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BOD = 9^\circ$$



$$\therefore \angle BPD = 34^\circ - 9^\circ = 25^\circ$$

10. 다음 그림에서 $\angle z$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답 :

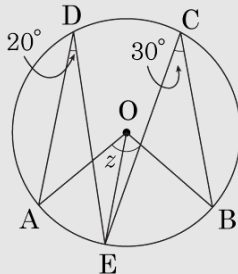
▷ 정답 : 100

해설

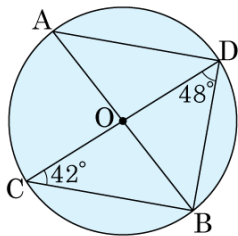
점 O, E 를 이어 보조선을 그으면

$$\angle AOE = 20 \times 2 = 40^\circ, \angle EOB = 30 \times 2 = 60^\circ$$

$$\therefore \angle z = \angle AOE + \angle EOB = 100^\circ$$



11. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고,
 $\angle DCB = 42^\circ$, $\angle CDB = 48^\circ$ 일 때, $\angle BOC$
 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}^\circ$

▶ 정답 : 96°

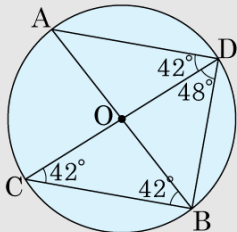
해설

$$\angle ADO = 90^\circ - 48^\circ = 42^\circ$$

$$\widehat{AC} \text{의 원주각 } \angle ADC = \angle ABC = 42^\circ$$

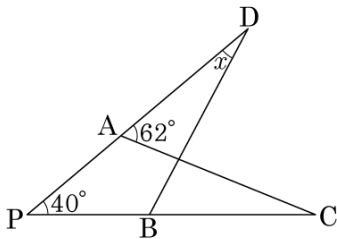
$\triangle COB$ 에서

$$\therefore \angle BOC = 180^\circ - 42^\circ - 42^\circ = 96^\circ$$



12. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있기 위한 $\angle x$ 의 크기를 구하면?

- ① 21° ② 22° ③ 23°
 ④ 24° ⑤ 25°



해설

$$\angle APC + \angle ACP = \angle DAC$$

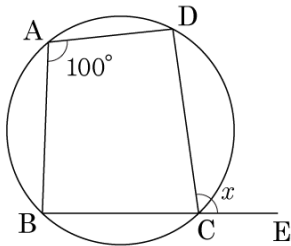
$$40^\circ + \angle ACP = 62^\circ$$

$$\therefore \angle ACP = 22^\circ$$

5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각은 같아야 하므로

$$\angle x = 22^\circ$$

13. 다음 그림에서 $\angle DCE = x$ 라 할 때, x 의 값을 구하여라.



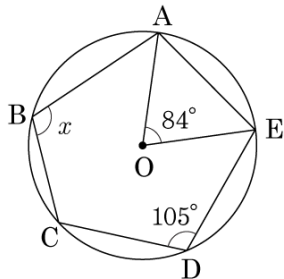
▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : $100_\quad$

해설

$$\angle DCE = \angle BAD = 100^\circ$$

14. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 오각형 ABCDE 에서 $\angle CDE = 105^\circ$, $\angle AOE = 84^\circ$, $\angle ABC = x^\circ$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 117

해설

보조선 $\overline{BE}$ 를 그으면 $\square BCDE$ 는 내접하므로 대각의 합

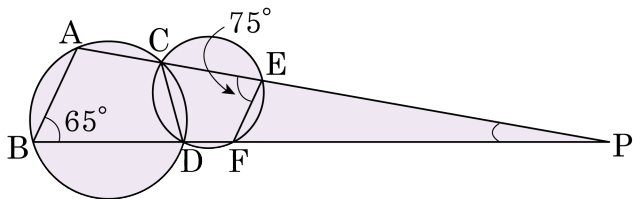
$$\angle CDE + \angle CBE = 180^\circ$$

$$\therefore \angle CBE = 75^\circ$$

또한, $\angle ABE$ 는 $\widehat{AE}$ 의 원주각이므로 $\angle ABE = 42^\circ$ 이다.

$$\therefore x^\circ = \angle CBE + \angle ABE = 75^\circ + 42^\circ = 117^\circ$$

15. 다음 그림과 같이 두 원이 두 점 C, D에서 만나고, $\angle ABD = 65^\circ$, $\angle CEF = 75^\circ$ 일 때, $\angle EPF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 10°

해설

□ABDC는 원에 내접하므로

$$\angle ABD = \angle DCE = 65^\circ$$

□CDFE도 원에 내접하므로

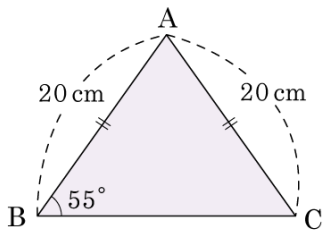
$$\angle DCE = \angle EFP = 65^\circ$$

삼각형의 외각의 성질을 이용하여

$$\angle EFP + \angle EPF = 75^\circ$$

$$\therefore \angle EPF = 75^\circ - 65^\circ = 10^\circ$$

16. 다음 그림과 같이 두 변 AB, AC의 길이가 20 cm 인 이등변삼각형 ABC의 넓이를 어림하여 구하라. (단, $\sin 20^\circ = 0.3420$, $\cos 20^\circ = 0.9397$)



- ① 약 188 cm^2 ② 약 190 cm^2
 ③ 약 198 cm^2 ④ 약 200 cm^2
 ⑤ 약 208 cm^2

해설

$\triangle ABC$ 에서 내각의 합이 180° 이므로

$$\angle A = 180^\circ - 2 \times 55^\circ = 70^\circ$$

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 20 \times 20 \times \sin 70^\circ \\ &= 200 \times \cos (90^\circ - 70^\circ) \\ &= 200 \times \cos 20^\circ \\ &= 200 \times 0.9397 \approx 188 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

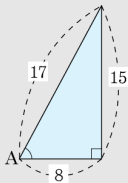
17. $0^\circ < A < 90^\circ$ 이고 $8 \tan A - 15 = 0$ 일 때, $\sin A + \cos A$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{23}{17}$

해설

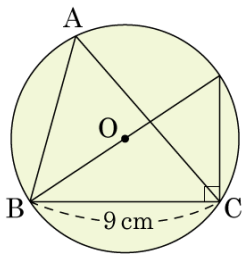
$\tan A = \frac{15}{8}$ 를 만족하는 직각삼각형을 그리면



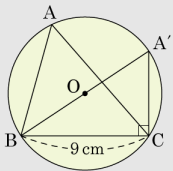
$$\therefore \sin A + \cos A = \frac{15}{17} + \frac{8}{17} = \frac{23}{17}$$

18. 다음 그림은 반지름이 6 cm 인 원 O 에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = 9$ cm 이다. 이 때, $\sin A$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$
 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5}$



해설



그림과 같이 지름과 원주가 만나는 점을 A' 라 하면, $\overline{A'B} = 12$ cm, $\overline{BC} = 9$ cm 이므로,

$$\sin A' = \frac{\overline{BC}}{\overline{A'B}} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

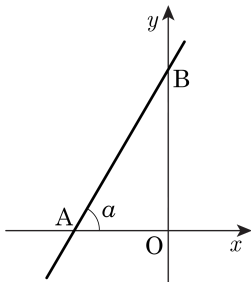
$$\therefore \sin A = \frac{3}{4}$$

19. 다음 그림과 같이 $y = 2x + 4$ 의 그래프가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 a 라고 할 때, $\sin a - \cos a$ 의 값은?

① $\frac{\sqrt{3}}{5}$
④ $\frac{\sqrt{6}}{5}$

② $\frac{2}{5}$
⑤ $\frac{\sqrt{7}}{5}$

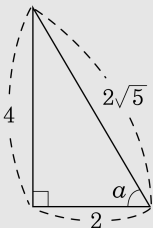
③ $\frac{\sqrt{5}}{5}$



해설

$$\tan \theta = \frac{(\text{높이})}{(\text{밑변})} = \frac{(y\text{의 변화량})}{(x\text{의 변화량})}$$

= |(일차함수의 기울기)| 이므로 $\tan a = 2$ 이다.

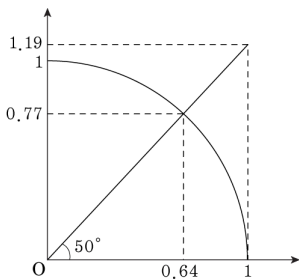


피타고라스 정리에 의해 빗변의 길이는 $\sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ 이므로

$$\sin a = \frac{2}{5} \sqrt{5}, \cos a = \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ 이다.}$$

따라서 $\sin a - \cos a$ 의 값은 $\frac{2}{5} \sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 이다.

20. 다음 그림에서 $\sin 40^\circ$ 의 값은?



① 0

② 0.64

③ 0.77

④ 1

⑤ 1.19

해설

$$\sin 40^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{0.64}{1} = 0.64$$

21. $x = 45^\circ$ 일 때, $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ 의 대소를 비교하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sin x = \cos x < \tan x$

해설

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \tan 45^\circ = 1$$

$$\therefore \sin x = \cos x < \tan x$$

22. $\triangle ABC$ 에서 A 가 예각일 때, $2\cos^2 A - 5\cos A + 2 = 0$ 을 만족할 때, A 의 값을 구하고, $4\tan^2 A - \sqrt{3}\tan A + 8$ 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▶ 답 :

▷ 정답 : 60°

▷ 정답 : 17

해설

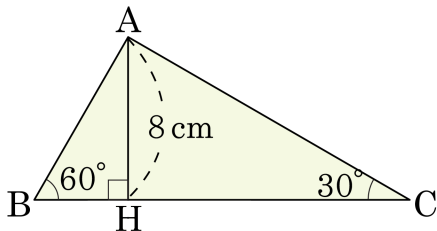
$2\cos^2 A - 5\cos A + 2 = 0$ 에서 $\cos A = x$ 라고 두면 $2x^2 - 5x + 2 = 0$, $(2x - 1)(x - 2) = 0$, $x = \frac{1}{2}, 2$ 이다.

$|\cos A| \leq 1$ 이고, A 가 예각이라고 했으므로

$x = \frac{1}{2}$ 이고, $\cos A = \frac{1}{2}$, $A = 60^\circ$ 이다.

따라서 $4\tan^2 A - \sqrt{3}\tan A + 8 = 4\tan^2 60^\circ - \sqrt{3}\tan 60^\circ + 8 = 12 - 3 + 8 = 17$ 이다.

23. 다음 그림에서 $\overline{AH} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\frac{2\sqrt{3}}{3}\text{cm}$

② $\frac{4\sqrt{3}}{3}\text{cm}$

③ $2\sqrt{3}\text{cm}$

④ $\frac{32\sqrt{3}}{3}\text{cm}$

⑤ $\frac{10\sqrt{3}}{3}\text{cm}$

해설

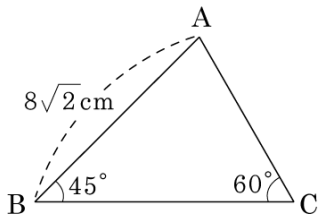
$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}}$$

$$\overline{AC} = \frac{\overline{AH}}{\sin 30^\circ} = 8 \div \frac{1}{2} = 16(\text{cm})$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

$$\text{따라서 } \overline{BC} = \frac{\overline{AC}}{\sin 60^\circ} = 16 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 32 \frac{32\sqrt{3}}{3}(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

24. 다음 그림과 같이 $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, $\overline{AB} = 8\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면?



- ① $\left(4 + \frac{4\sqrt{3}}{3}\right) \text{ cm}$ ② $\left(4 + \frac{8\sqrt{3}}{3}\right) \text{ cm}$
 ③ $\left(8 + \frac{2\sqrt{3}}{3}\right) \text{ cm}$ ④ $\left(8 + \frac{4\sqrt{3}}{3}\right) \text{ cm}$
 ⑤ $\left(8 + \frac{8\sqrt{3}}{3}\right) \text{ cm}$

해설

점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= 8\sqrt{2} \sin 45^\circ \\ &= 8\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 8(\text{cm})\end{aligned}$$

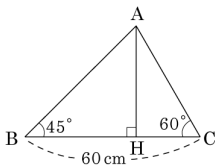
$$\overline{BH} = \overline{AH} = 8(\text{cm})$$

$$\tan 60^\circ = \frac{8}{\overline{CH}}$$

$$\overline{CH} = \frac{8}{\tan 60^\circ} = \frac{8}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} = 8 + \frac{8\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$$

25. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 45^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, $\overline{BC} = 60\text{cm}$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하면?



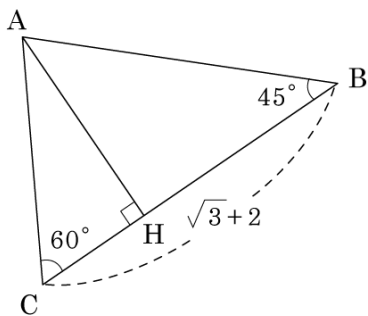
- ① $30(2 - \sqrt{2})$ cm ② $30(4 - \sqrt{2})$ cm
 ③ $30(2 - \sqrt{3})$ cm ④ $30(3 - \sqrt{3})$ cm
 ⑤ $30(4 - \sqrt{3})$ cm

해설

$$\begin{aligned}
 \overline{AH} &= \frac{60}{\tan(90^\circ - 45^\circ) + \tan(90^\circ - 60^\circ)} \\
 &= \frac{60}{\tan 45^\circ + \tan 30^\circ} \\
 &= \frac{60}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}} \\
 &= \frac{180}{3 + \sqrt{3}} \\
 &= \frac{180(3 - \sqrt{3})}{9 - 3} \\
 &= 30(3 - \sqrt{3}) \text{ (cm)}
 \end{aligned}$$

26. 다음 그림과 같은 삼각형에서 $\overline{AH}$ 의 길이는?

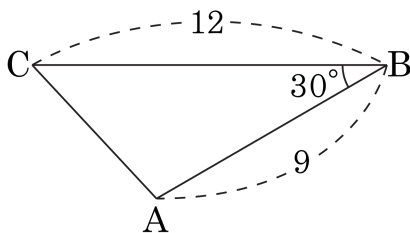
- ① $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{6} - 9}{3 + \sqrt{3}}$
 ② $\frac{3 + \sqrt{3}}{3\sqrt{3}}$
 ③ $\frac{2}{3 + 5\sqrt{3}}$
 ④ $\frac{2}{\sqrt{3} - \sqrt{6}}$
 ⑤ $\frac{2}{3}$



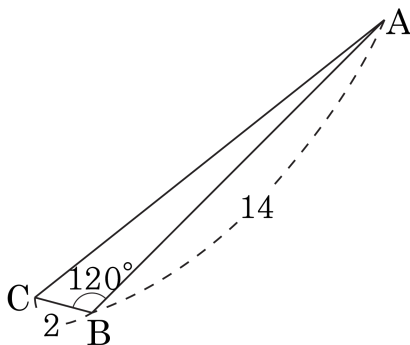
해설

$$\begin{aligned}
 \overline{AH} &= \frac{\sqrt{3} + 2}{\tan(90^\circ - 45^\circ) + \tan(90^\circ - 60^\circ)} \\
 &= \frac{\sqrt{3} + 2}{\tan 45^\circ + \tan 30^\circ} \\
 &= \frac{\sqrt{3} + 2}{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}} \\
 &= \frac{3(\sqrt{3} + 2)}{3 + \sqrt{3}} \\
 &= \frac{(\sqrt{3} + 2)(3 - \sqrt{3})}{2} \\
 &= \frac{3 + \sqrt{3}}{2}
 \end{aligned}$$

27. 다음 그림과 같은 두 삼각형 ABC 의 넓이를 바르게 연결한 것은?
(1)



(2)

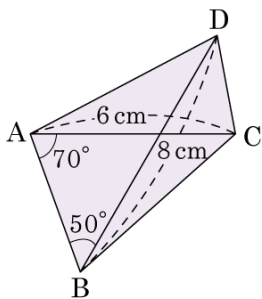


- ① (1)25, (2)6 $\sqrt{3}$ ② (1)25, (2)7 $\sqrt{3}$ ③ (1)26, (2)6 $\sqrt{3}$
 ④ (1)27, (2)7 $\sqrt{3}$ ⑤ (1)28, (2)7 $\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & \frac{1}{2} \times 9 \times 12 \times \sin 30^\circ \\
 &= \frac{1}{2} \times 9 \times 12 \times \frac{1}{2} = 27 \\
 (2) \quad & \frac{1}{2} \times 14 \times 2 \times \sin(180^\circ - 120^\circ) \\
 &= \frac{1}{2} \times 14 \times 2 \times \sin 60^\circ \\
 &= \frac{1}{2} \times 14 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

28. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $\overline{AC} = 6\text{ cm}$, $\overline{BD} = 8\text{ cm}$ 인 사각형 ABCD 의 넓이는?



① $10\sqrt{3}\text{ cm}^2$

② $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$

③ $15\sqrt{3}\text{ cm}^2$

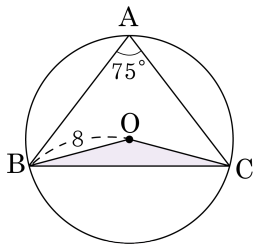
④ $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$

⑤ $20\sqrt{3}\text{ cm}^2$

해설

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 12\sqrt{3}(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

29. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 8cm 인 원 O 에 내접하는 삼각형 ABC 에서 $\angle BAC = 75^\circ$ 일 때, $\triangle OBC$ 의 넓이는?



① 8 cm^2

② $8\sqrt{3}\text{ cm}^2$

③ 16 cm^2

④ $16\sqrt{2}\text{ cm}^2$

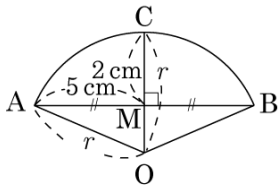
⑤ $16\sqrt{2}\text{ cm}^2$

해설

원주각 $\angle BAC = 75^\circ$ 이므로 중심각 $\angle BOC = 150^\circ$ 이다.

따라서 $\triangle BOC = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 30^\circ = 16\text{ cm}^2$ 이다.

30. 다음 그림은 원의 일부이다. $\overline{AM} = \overline{BM} = 5\text{ cm}$, $\overline{CM} = 2\text{ cm}$, $\overline{AB} \perp \overline{CM}$ 일 때, 원의 반지름의 길이는?



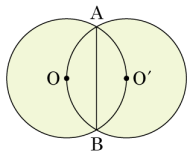
- ① $\frac{13}{4}\text{ cm}$ ② $\frac{19}{4}\text{ cm}$
 ③ $\frac{23}{4}\text{ cm}$ ④ $\frac{25}{4}\text{ cm}$
 ⑤ $\frac{29}{4}\text{ cm}$

해설

직각삼각형 AOM 에서

$$r^2 = (r - 2)^2 + 5^2, r = \frac{29}{4}\text{ cm 이다.}$$

31. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm 이고 합동인 두 원 O, O' 이 서로의 중심을 지날 때, 공통현 AB 의 길이를 구하여라.



① $\sqrt{5}\text{cm}$

② $3\sqrt{5}\text{cm}$

③ $2\sqrt{5}\text{cm}$

④ $5\sqrt{2}\text{cm}$

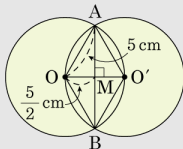
⑤ $5\sqrt{3}\text{cm}$

해설

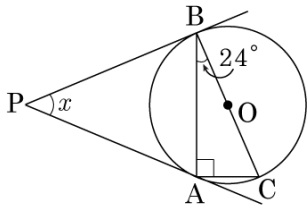
$$\overline{AO} = 5\text{cm}, \overline{OM} = \frac{5}{2}\text{cm}, \overline{OO'} = 5$$

$$\overline{AM} = \sqrt{25 - \frac{25}{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$



32. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{BC}$ 는 지름이다. $\angle ABC = 24^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는?



① 42°

② 44°

③ 46°

④ 48°

⑤ 50°

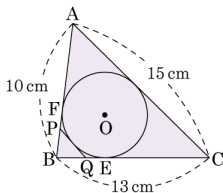
해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 이등변삼각형

$$\angle PBA = \angle PAB = 90^\circ - 24^\circ = 66^\circ$$

$$\therefore x = 180^\circ - 66^\circ \times 2 = 48^\circ$$

33. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, $\overline{PQ}$ 는 원 O의 접선일 때, $\triangle PBQ$ 의 둘레의 길이는?



① 7cm

② 8cm

③ 9cm

④ 10cm

⑤ 11cm

해설

$$(\triangle PBQ \text{의 둘레의 길이}) = \overline{BE} + \overline{BF}$$

$$\overline{BE} + \overline{BF} = (\overline{AB} - \overline{AF}) + (\overline{BC} - \overline{EC})$$

$$= \overline{AB} + \overline{BC} - (\overline{AF} + \overline{EC})$$

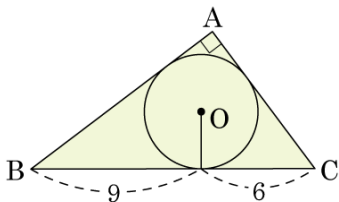
$$= \overline{AB} + \overline{BC} - \overline{AC}$$

$$(\triangle PBQ \text{의 둘레의 길이}) = \overline{BE} + \overline{BF}$$

$$= 10 + 13 - 15$$

$$= 8(\text{cm})$$

34. 다음 그림에서 원 O가 직각삼각형 ABC의 내접원일 때, 원 O의 반지름의 길이는?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

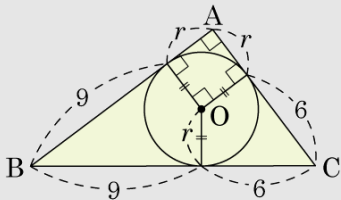
해설

반지름을 r 라 하면

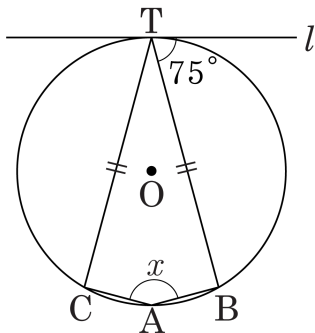
$$(9+r)^2 + (6+r)^2 = 15^2, \quad r^2 +$$

$$15r - 54 = 0$$

$$(r-3)(r+18) = 0 \quad \therefore r = 3$$



35. 원 O의 접선 직선 l , 접점 T가 다음과 같을 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 140°

② 150°

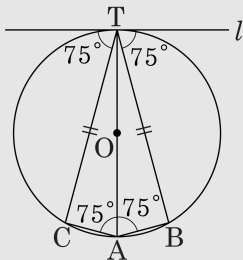
③ 160°

④ 130°

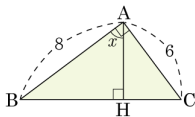
⑤ 170°

해설

$$\angle x = 150^\circ$$



36. 다음 그림에 대하여 $\sin x + \cos x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{7}{5}$

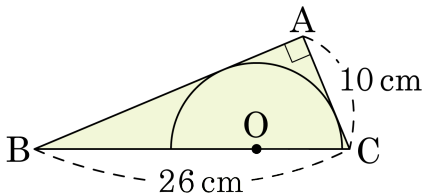
해설

$\overline{BC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ 이다.

직각삼각형 ABC 와 직각삼각형 HBA 는 서로 AA 닮음이므로 $\angle BAH = \angle ACH$ 이다.

따라서 $\sin x = \frac{4}{5}, \cos x = \frac{3}{5}$ 이고, $\sin x + \cos x = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$ 이다.

37. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 26\text{cm}$, $\overline{CA} = 10\text{cm}$ 이다. 이 삼각형에서 빗변 BC 위에 지름이 있는 반원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.(단, $\overline{AB}$, $\overline{CA}$ 는 반원 O 의 접선이다.)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{120}{17}$ cm

해설

반원 O의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 이라 하면

$$\overline{AB} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24(\text{cm}) \text{이므로}$$

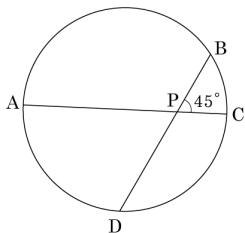
$$\triangle ABC \text{의 넓이} = 10 \times 24 \times \frac{1}{2} = 120(\text{cm}^2)$$

$$\begin{aligned} \triangle AOB + \triangle AOC &= 24 \times r \times \frac{1}{2} + 10 \times r \times \frac{1}{2} \\ &= 10 \times 24 \times \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$17r = 120$$

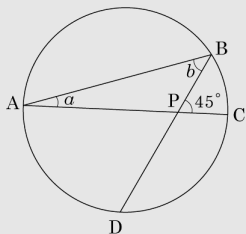
$$\therefore r = \frac{120}{17}(\text{cm})$$

38. 다음 그림의 원에서 두 현 $\widehat{AC}$, $\widehat{BD}$ 의 교점을 P 라 하자. $\angle BPC = 45^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AD} + 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 의 길이는 이 원의 둘레의 길이의 몇 배인가?



- ① $\frac{1}{2}$ 배 ② $\frac{1}{3}$ 배 ③ $\frac{1}{4}$ 배 ④ $\frac{1}{5}$ 배 ⑤ $\frac{1}{8}$ 배

해설

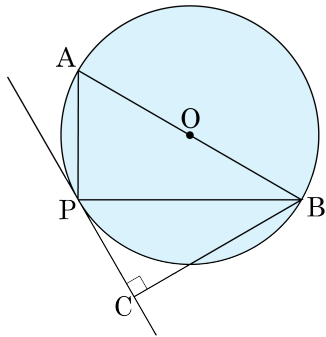


선분 AB 를 긋고, $5.0\text{pt}\widehat{AD}$ 의 원주각을 a° , $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 원주각을 b° 라 하면 $a^\circ + b^\circ = 45^\circ$

$5.0\text{pt}\widehat{AD} + 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 의 원주각의 합이 45° 이므로 그들의 중심각의 합은 90° 이다.

따라서 원의 둘레는 호의 길이에 비례하므로 $90^\circ = 360^\circ \times \frac{1}{4}$ 이다.

39. 다음 그림에서 점 P는 반지름이 5인 원 O의 접점이고, $\overline{BC} \perp \overline{PC}$, $\overline{BP} = 4\sqrt{5}$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\triangle APB \sim \triangle PCB$$

$$\overline{AB} : \overline{BP} = \overline{BP} : \overline{BC}$$

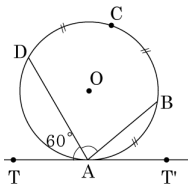
$$\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{BP}^2, 10 \times \overline{BC} = (4\sqrt{5})^2$$

$$\therefore \overline{BC} = 8$$

$$\overline{PC} = \sqrt{\overline{BP}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{80 - 64} = 4$$

$$\therefore \triangle PBC = \frac{1}{2} \times \overline{PC} \times \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$$

40. 다음 그림에서 직선 TA는 원 O의 접선이고 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$, $\angle DAT = 60^\circ$ 이다. $\angle BAD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

—[°]

▷ 정답 : 80°

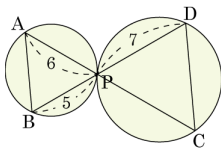
해설

$\overline{BD}$ 를 그으면 $\angle BAT' = \angle ADB$

$5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BD} = 1 : 2$ 이므로 $\angle BAT' = \frac{1}{2}\angle BAD$

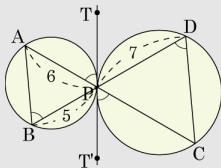
$60^\circ + \angle BAD + \frac{1}{2}\angle BAD = 180^\circ$ 이므로 $\angle BAD = 80^\circ$

41. 다음 그림과 같이 점 P 에서 접하는 두 원에 대하여 $\overline{AP} = 6$, $\overline{BP} = 5$, $\overline{DP} = 7$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이는?



- ① 6 ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{12}{5}$ ④ $\frac{42}{5}$ ⑤ 7

해설



공통외접선을 그으면

$\angle ABP = \angle APT$, $\angle APT = \angle T'PC$ (맞꼭지각), $\angle T'PC = \angle PDC$

$\therefore \angle ABP = \angle CDP$

또한 $\angle BAP = \angle DCP$, $\angle ABP = \angle CDP$ 이므로

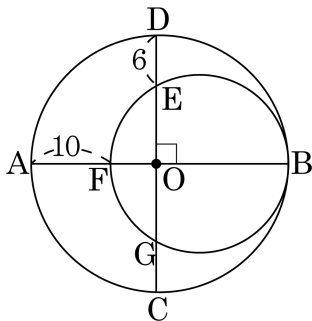
$\triangle PAB \sim \triangle PCD$ (AA 닮음)

따라서, $\overline{PA} : \overline{PC} = \overline{PB} : \overline{PD}$ 이므로

$6 : \overline{PC} = 5 : 7$ 이다.

$\therefore \overline{PC} = \frac{42}{5}$

42. 다음 그림과 같이 두 원이 점 B 에서 내접하고 있다. 점 O 는 큰 원의 중심이고 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이다. $\overline{DE} = 6$, $\overline{AF} = 10$ 일 때, 큰 원과 작은 원의 반지름의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

큰 원의 반지름의 길이를 R 라 하면

$$\overline{OE} = \overline{OG} = R - 6, \overline{OF} = R - 10 (R > 10)$$

$$\overline{OE} \times \overline{OG} = \overline{OF} \times \overline{OB}$$

$$(R - 6)^2 = (R - 10) \times R$$

$$R^2 - 12R + 36 = R^2 - 10R$$

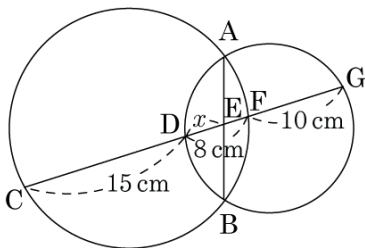
$$2R = 36 \quad \therefore R = 18$$

작은 원의 반지름을 r 라 하면

$$r = \frac{1}{2}\overline{BF} = \frac{1}{2}(\overline{AB} - \overline{AF}) = \frac{1}{2}(36 - 10) = 13$$

$$\therefore R + r = 18 + 13 = 31$$

43. 다음 그림과 같이 두 원이 두 점에서 만나고 $\overline{CD} = 15\text{cm}$, $\overline{DF} = 8\text{cm}$, $\overline{FG} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 4cm

② 4.2cm

③ 4.5cm

④ 4.8cm

⑤ 5cm

해설

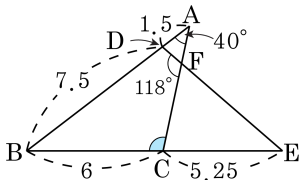
$\overline{DE} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{EF} = (8 - x)\text{cm}$

$$\overline{AE} \cdot \overline{BE} = (15 + x)(8 - x) = x(18 - x)$$

$$120 - 7x - x^2 = 18x - x^2, 25x = 120$$

$$\therefore x = 4.8(\text{cm})$$

44. 다음 그림에서 $\overline{AD} = 1.5$, $\overline{DB} = 7.5$, $\overline{BC} = 6$, $\overline{CE} = 5.25$ 이고 $\angle DAF = 40^\circ$, $\angle DFC = 118^\circ$ 일 때, $\angle FCB$ 의 크기는?



① 98°

② 100°

③ 102°

④ 112°

⑤ 118°

해설

$$7.5 \times (7.5 + 1.5) = 6 \times (6 + 5.25),$$

즉 $\overline{BD} \cdot \overline{BA} = \overline{BC} \cdot \overline{BE}$ 이므로

네 점 A, D, C, E 는 한 원 위에 있다.

따라서 $\angle ACE = \angle ADE = 118^\circ - 40^\circ = 78^\circ$ 이므로 $\angle FCB = 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$ 이다.

45. 다음 그림에서 $\overline{AT}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overline{AP} = 10$, $\angle PAT = 30^\circ$ 일 때, $\overline{PB}$ 의 길이를 구하여라.

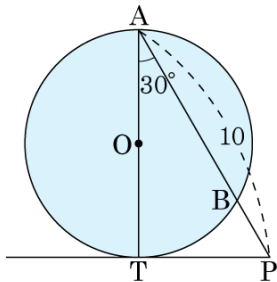
① 2

② 2.5

③ 3

④ 3.5

⑤ 4



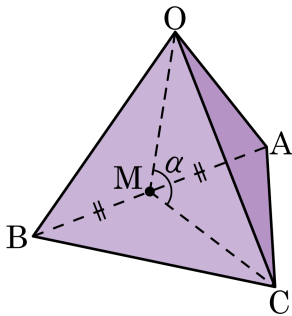
해설

$\triangle ATP$ 는 $\angle PAT = 30^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{PT} = 5 \quad \therefore \overline{PT}^2 = \overline{PB} \times \overline{PA}$$

$$5^2 = 10 \times \overline{PB} \quad \therefore \overline{PB} = 2.5$$

46. 정사면체 $O-ABC$ 에서 모서리 AB 의 중점을 M , $\angle OMC = \alpha$ 라 할 때, $\tan \alpha$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

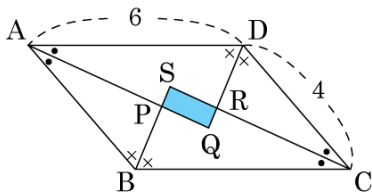
정사면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면 $\overline{OM} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$

또 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하면 H 는 밑면의 무게중심이므로

$$\overline{MH} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{6}x \quad \text{정사면체의 높이 } \overline{OH} = \frac{\sqrt{6}}{3}x$$

$$\text{따라서 } \tan \alpha = \frac{\frac{\sqrt{6}}{3}x}{\frac{\sqrt{3}}{6}x} = 2\sqrt{2} \text{ 이다.}$$

47. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle D$ 가 $\angle A$ 의 크기의 2 배일 때,
네 각의 이등분선이 만드는 사각형 PQRS 의 넓이가 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값은?(단, b 는 최소의 자연수)



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\angle A = \angle C = 60^\circ$, $\angle B = \angle D = 120^\circ$ 이므로 $\square PQRS$ 는 직사각형이다.

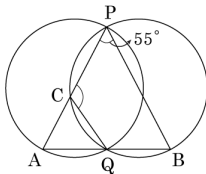
$$\overline{PS} = \overline{BS} - \overline{BP} = 6 \cdot \cos 60^\circ - 4 \cdot \cos 60^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 6a \times \cos 30^\circ - 4 \times \cos 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\therefore S = \overline{PS} \times \overline{PQ} = \sqrt{3} \text{ 이다.}$$

따라서 $a + b = 1 + 3 = 4$ 이다.

48. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 같은 두 원이 만나는 점을 P, Q 라 하고 점 Q 를 지나는 직선이 두 원과 만나는 점을 각각 A, B, 원과 $\overline{PA}$ 가 만나는 점을 C 라 하자. $\angle APB = 55^\circ$ 일 때, $\angle PCQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

—[°]

▶ 정답 : 117.5°

해설

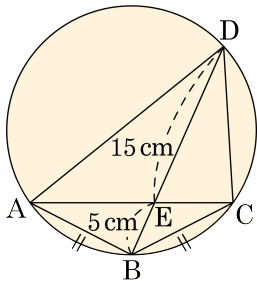
두 점 P, Q 를 지나는 두 호의 길이가 같으므로

$$\angle PAQ = \angle PBQ = \frac{1}{2}(180^\circ - 55^\circ) = 62.5^\circ$$

$$\therefore \angle PCQ = 180^\circ - \angle PBQ = 117.5^\circ$$

49. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 이고,
 $\overline{DE} = 15\text{ cm}$, $\overline{EB} = 5\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길
 이를 구하여라.

- ① 7 cm ② 8 cm ③ 9 cm
 ④ 10 cm ⑤ 11 cm

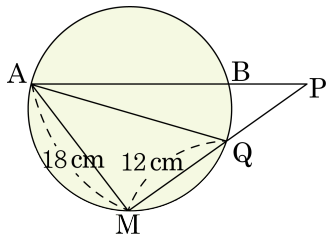


해설

$5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ADB$
 즉, $\overline{AB}$ 는 점 A, E, D 를 지나는 원의 접선이다.
 $\overline{AB}^2 = \overline{BE} \times \overline{BD} = 5 \times (5 + 15) = 100$
 $\therefore \overline{AB} = 10$

50. 다음 그림에서 점 M은 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 의 중점이고, $\overline{AM} = 18\text{ cm}$, $\overline{MQ} = 12\text{ cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?

- ① 14 cm ② 15 cm
 ③ 16 cm ④ 17 cm
 ⑤ 18 cm



해설

$5.0\text{pt}\widehat{AM} = 5.0\text{pt}\widehat{MB}$ 이므로

$$\angle AQM = \angle MAB$$

$$\angle QAM = \angle MAB - \angle QAP$$

$$= \angle AQM - \angle QAP = \angle APM$$

따라서, $\overline{AM}$ 은 세 점 A, Q, P를
 지나는 원의 접선이다. $\overline{PQ} = x$ 라
 하면 $18^2 = 12(12 + x)$

$$\therefore x = 15 \text{ (cm)}$$

