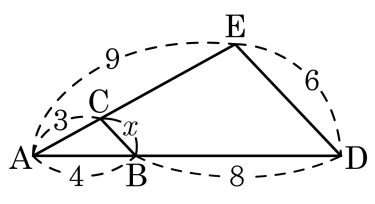
1. 다음 그림에서 x의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle ADE$에서

$\overline{AC} : \overline{AE} = 3 : 9 = 1 : 3$

$\overline{AB} : \overline{AD} = 4 : (4+8) = 1 : 3$

$\angle A$ 는 공통

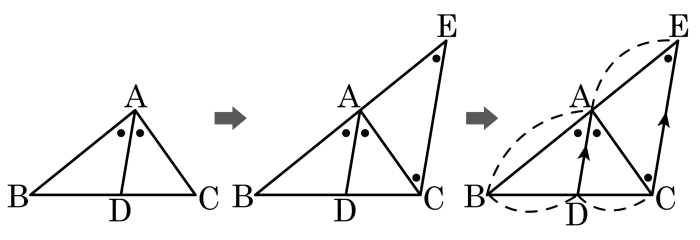
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (SAS닮음)

$\overline{BC} : \overline{DE} = 1 : 3$ 이므로

$x : 6 = 1 : 3$

$\therefore\ x = 2$

2. 다음은 삼각형의 내각의 이등분선으로 생기는 선분의 비를 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?



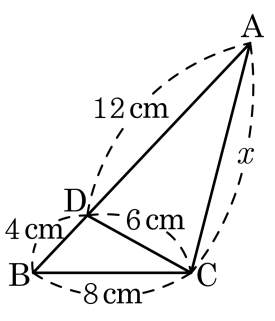
$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선
$\angle ACE =$ [㉠] 이므로 $\triangle ACE$ 는 이등변삼각형
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{EC}$ 에서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} :$ [㉡]

① $\angle ACD$, $\overline{AB}$　② $\angle ACD$, $\overline{AC}$　③ $\angle AEC$, $\overline{CD}$
④ $\angle AEC$, $\overline{AB}$　⑤ $\angle AEC$, $\overline{AC}$

해설

$\angle BAD = \angle CAD$ 이면 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\overline{AC}$의 길이를 구하면? (단, $\overline{CD} = 6\text{cm}$)



① 4cm ② 6cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

$\overline{BC} : \overline{BD} = 8 : 4 = 2 : 1$, $\overline{BA} : \overline{BC} = 16 : 8 = 2 : 1$, $\angle B$는 공통이므로

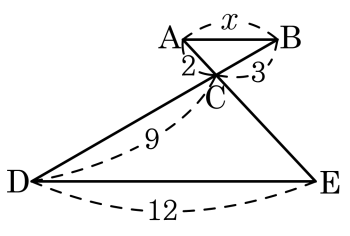
$\triangle ABC \backsim \triangle CBD$ (SAS 닮음)

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AC} : \overline{CD}$

$16 : 8 = x : 6$

$\therefore x = 12$

4. 다음 그림에서 $\overline{AB} // \overline{DE}$ 이고 $\overline{AC} = 2$, $\overline{CD} = 9$, $\overline{BC} = 3$, $\overline{DE} = 12$ 일 때, x 의 값은?



① 6　　② 5　　③ 4.5　　④ 4　　⑤ 3.4

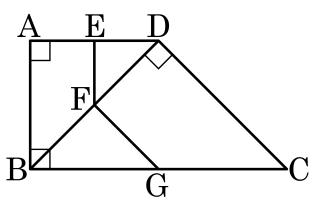
해설

$\overline{AB} // \overline{DE}$ 이므로 $\triangle CAB \backsim \triangle CED$ 이다.

$\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{DC}$

$x : 12 = 3 : 9$　　$\therefore\ x = 4$

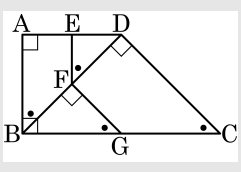
5. 사각형 ABCD 에서 $\overline{DE} : \overline{EA} = \overline{DF} : \overline{FB} = \overline{CG} : \overline{GB}$ 이고, $\angle A = \angle ABC = \angle BDC = 90°$ 일 때, 다음 중 크기가 다른 하나를 고르면?



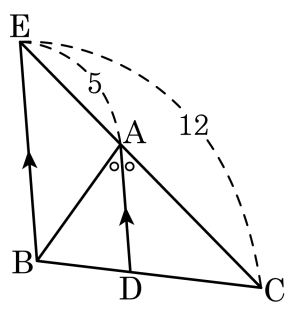
① $\angle ABD$ ② $\angle EFD$ ③ $\angle DBC$
④ $\angle FGB$ ⑤ $\angle DCB$

해설

$\overline{DE} : \overline{EA} = \overline{DF} : \overline{FB} = \overline{CG} : \overline{GB}$ 이므로 $\overline{AB} // \overline{EF}$, $\overline{FG} // \overline{DC}$ 이다.
따라서 $\overline{AB} // \overline{EF}$ 에서 $\angle ABD = \angle EFD$ (동위각),
$\overline{FG} // \overline{DC}$ 에서 $\angle FGB = \angle DCB$ (동위각)
$\angle ABD + \angle DBC = 90°$ 이고 $\angle DBC + \angle FGB = 90°$ 이므로
$\angle ABD = \angle FGB$



6. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선일 때, $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 넓이 S_1, S_2 의 비는?

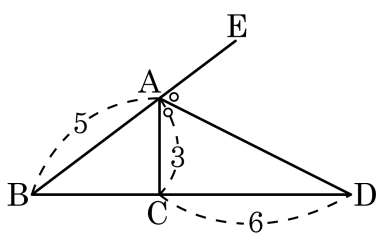


① 5 : 7 ② 7 : 12 ③ 7 : 5 ④ 12 : 7 ⑤ 12 : 5

해설

$\overline{AD}$ 는 $\triangle ABE$ 의 외각의 이등분선이므로 $\overline{AE} = \overline{AB}$ 이다. $\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 의 밑변의 길이의 비는 5 : 7 이고 높이는 서로 같으므로 넓이의 비도 5 : 7 이다. 따라서 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 넓이의 비는 $S_1 : S_2 = 12 : 7$ 이다.

7. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle EAC$ 의 이등분선이고, $\triangle ACD = 9cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



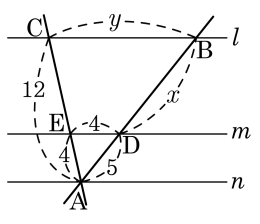
▶ 답 : _____ cm^2

▷ 정답 : $6\,cm^2$

해설

$\triangle ABC$ 에서 삼각형의 외각의 이등분선의 정리에 의해 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 이므로
$5 : 3 = \overline{BD} : 6$, $\overline{BD} = 10(cm)$ 이다. 따라서 $\overline{BC} = 10 - 6 = 4(cm)$ 이다.
$\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 는 높이가 같으므로 밑변의 비가 넓이의 비가 된다.
$\overline{BC} : \overline{CD} = 4 : 6$ 이므로 $\triangle ABC = 6(cm^2)$ 이다.

8. 다음 그림에서 $\ell \,//\, m \,//\, n$ 일 때, $y - x$ 의 값은?



① 1.5　　② 2　　③ 2.5

④ 3　　⑤ 3.5

해설

$\overline{AC} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{ED}$

$12 : 4 = y : 4$

$\therefore y = 12$

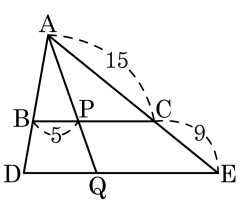
$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$

$5 : (5 + x) = 4 : 12$

$x = 10$

$\therefore y - x = 12 - 10 = 2$

9. 그림과 같이 $\overline{BC}$ // $\overline{DE}$ 일 때, $\overline{DQ}$ 의 길이는?



① 7　　② 8　　③ 9

④ 10　　⑤ 11

해설

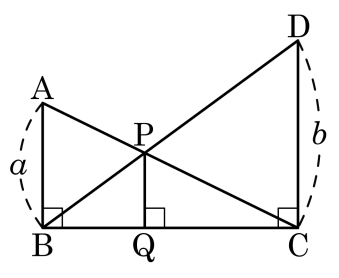
$\overline{AQ} : \overline{AP} = \overline{AE} : \overline{AC} = 24 : 15 = 8 : 5$

$\overline{AQ} : \overline{AP} = \overline{DQ} : \overline{BP}$

$8 : 5 = \overline{DQ} : 5$

$\overline{DQ} = 8$

10. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{PQ}$, $\overline{DC}$가 각각 $\overline{BC}$와 수직으로 만나고, $\overline{AB} = a$, $\overline{DC} = b$일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 a, b에 관한 식으로 나타내면?



① $\dfrac{a+b}{ab}$ ② $\dfrac{ab}{b-a}$ ③ $\dfrac{b-a}{a+b}$ ④ $\dfrac{2a}{a+b}$ ⑤ $\dfrac{ab}{a+b}$

해설

$\triangle ABP \backsim \triangle CDP$ 이므로 $\overline{BP} : \overline{DP} = \overline{AB} : \overline{CD} = a : b$

$\therefore\ \overline{BP} : \overline{BD} = a : a+b$

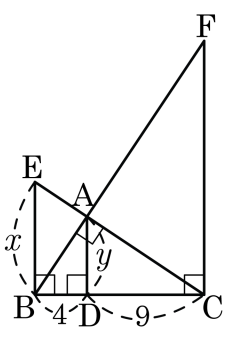
$\overline{PQ} // \overline{DC}$ 이므로 $\overline{BP} : \overline{BD} = \overline{PQ} : \overline{DC}$

$a : a+b = \overline{PQ} : b$

$(a+b)\overline{PQ} = ab$

$\therefore\ \overline{PQ} = \dfrac{ab}{a+b}$

11. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, 점 B 와 C 에서 $\overline{BC}$ 에 각각 수직으로 그어 $\overline{AC}$ 와 $\overline{AB}$ 의 연장선과 만나는 점을 E 와 F 라 할 때, x 와 y 의 값은?



① $x = 4,\ y = \frac{8}{3}$

② $x = \frac{26}{3},\ y = 6$

③ $x = 6,\ y = \frac{8}{3}$

④ $x = 8,\ y = 5$

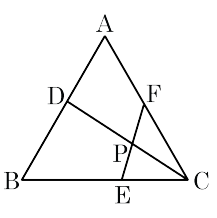
⑤ $x = 10,\ y = \frac{26}{3}$

해설

직각삼각형 ABC 에서 $y^2 = 4 \times 9, \quad y = 6$

$\triangle$EBC 에서 $9 : 13 = 6 : x, \quad x = \frac{26}{3}$

12. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 4$, $\overline{BE} : \overline{EC} = 4 : 3$, $\overline{CF} : \overline{FA} = 4 : 3$ 이다. $\overline{FP} = 4\,\text{cm}$, $\overline{PC} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DP}$ 와 $\overline{PE}$ 의 길이의 차를 구하여라.



① 2 cm ② 2.5 cm ③ 3 cm

④ 3.5 cm ⑤ 4 cm

해설

$\overline{DF} \,//\, \overline{BC}$, $\overline{DE} \,//\, \overline{AC}$ 이므로

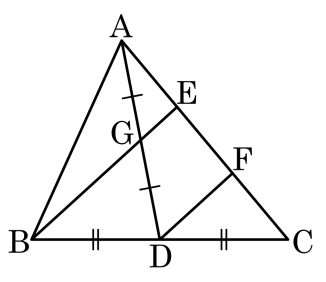
□DECF 는 평행사변형이다.

$\overline{DP} = \overline{PC} = 7\,\text{cm}$

$\overline{PE} = \overline{FP} = 4\,\text{cm}$

$\overline{DP} - \overline{PE} = 7 - 4 = 3(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD} = \overline{DC}, \overline{AG} = \overline{GD}$ 이고, $\overline{BE} \,/\!/\, \overline{DF}$ 이다. $\overline{DF} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{BG}$ 의 길이는?



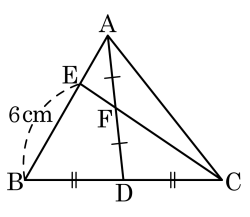
① 8 cm　② $\frac{25}{3}$ cm　③ $\frac{26}{3}$ cm
④ 9 cm　⑤ $\frac{28}{3}$ cm

해설

$\triangle BCE$ 에서 $\overline{BE} = 2\overline{DF} = 12(\text{cm})$

$\triangle ADF$ 에서 $\overline{GE} = \frac{1}{2}\overline{DF} = 3(\text{cm})$ $\therefore \overline{BG} = \overline{BE} - \overline{GE} = 12 - 3 = 9$

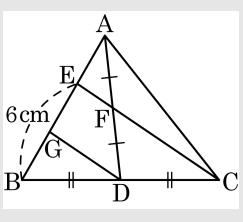
14. $\triangle ABC$ 에서 점 D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{AF} = \overline{DF}$ 이고 $\overline{EB} = 6\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

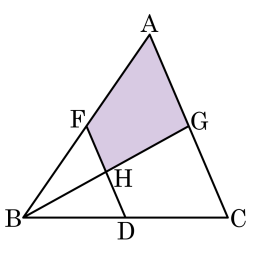


$\overline{EC} \,/\!/\, \overline{GD}$ 인 $\overline{GD}$ 를 그으면

$\overline{AE} : \overline{EG} = 1 : 1$, $\overline{EG} : \overline{GB} = 1 : 1$

$\therefore\ \overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{EB} = 3\ (\text{cm})$

15. $\triangle ABC$ 에서 점 D, F, G 는 각각 세 변의 중점이다. $\triangle FBH = 6\,cm^2$ 일 때, $\square AFHG$ 의 넓이는?



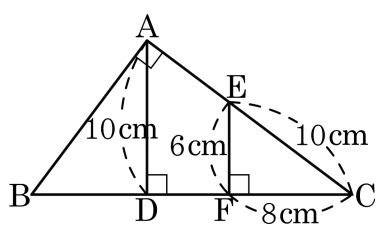
① $12\,cm^2$ ② $15\,cm^2$ ③ $16\,cm^2$

④ $18\,cm^2$ ⑤ $20\,cm^2$

해설

점 F, G 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이므로
$\overline{FG} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이고 $\triangle HFG \equiv \triangle HDB$ 이다.
따라서 $\overline{BH} = \overline{HG}$ 이므로
$\triangle FBH = \triangle FHG = 6\ (cm^2)$ 이다.
그리고 $\triangle GFB = \triangle GFA = 12\,cm^2$
따라서 $\square AFHG = \triangle HFG + \triangle GFA = 18\,cm^2$

16. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 를 구하면?

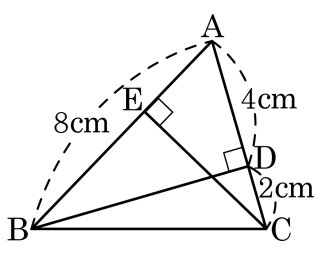


① 6 cm ② 8 cm ③ $\frac{25}{2}$ cm
④ $\frac{27}{2}$ cm ⑤ 12 cm

해설

$\angle ABD = \angle CEF$ 이므로
$\triangle BDA \backsim \triangle EFC$ (AA 닮음)
$\overline{AB} : \overline{EC} = \overline{AD} : \overline{CF}$,
$\overline{AB} : 10 = 10 : 8$, $\overline{AB} = \frac{25}{2}$ (cm)

17. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 가 있다. 점 B, C 에서 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라고 할 때, $\overline{BE}$ 의 길이는?

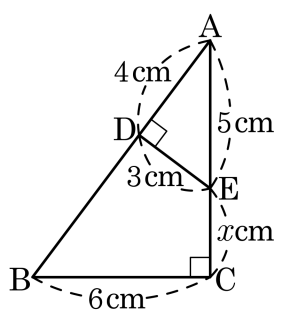


① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$에서 $\angle A$ 는 공통,
$\angle ADB = \angle AEC = 90°$
$\therefore$ $\triangle ABD \backsim \triangle ACE$ (AA 닮음)
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AD} : \overline{AE}$이므로
$8 : 6 = 4 : \overline{AE}$
$8\overline{AE} = 24$
$\therefore$ $\overline{AE} = 3\,(\text{cm})$
$\therefore$ $\overline{BE} = \overline{AB} - \overline{AE} = 8 - 3 = 5\,(\text{cm})$

18. 다음 그림에서 x 의 값은?

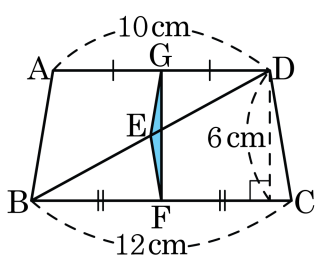


① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서 $\angle A$ 는 공통,
$\angle ACB = \angle ADE = 90°$ 이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (AA 닮음)
$\overline{AC} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{ED}$
$(5 + x) : 4 = 6 : 3$
$3(5 + x) = 24$
$5 + x = 8 \qquad \therefore\ x = 3$

19. $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, 높이가 6cm 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$ 의 중점을 각각 G, F, E 라고 할 때, △EFG 의 넓이는 사다리꼴 ABCD 넓이의 몇 배인지 구하여라.

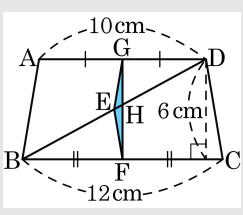


▶ 답 : _____ 배

▷ 정답 : $\frac{1}{44}$ 배

해설

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BD}$ 이고, $\overline{BD}$ 와 $\overline{GF}$ 의 교점을 H 라 하면



△DGH ∽ △BFH 이고, 닮음비는 5 : 6 이므로

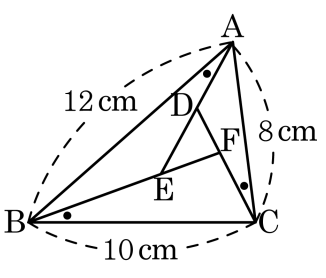
$\overline{HD} = \frac{5}{11}\overline{BD}$, $\overline{EH} = \overline{DE} - \overline{DH} = \frac{1}{22}\overline{BD}$ 이므로 $\overline{EH} : \overline{HD} = 1 : 10$

$\triangle EGH = \frac{1}{11}\triangle DGE = \frac{1}{11} \times \frac{1}{4}\triangle ABD = \frac{1}{44}\triangle ABD$

마찬가지 방법으로 $\triangle EFH = \frac{1}{44}\triangle DBC$ 이다.

따라서 $\triangle EFG = \frac{1}{44}\square ABCD$ 이므로 △EFG 의 넓이는 사다리꼴 ABCD 넓이의 $\frac{1}{44}$ 배이다.

20. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAE = \angle CBF = \angle ACD$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{CA} = 8\text{cm}$ 일 때, $\dfrac{\overline{DE}}{\overline{DF}}$ 의 값은?



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{3}{2}$

해설

$\angle BAE = \angle CBF = \angle ACD = x$,
$\angle FCB = y$, $\angle DAC = z$ 라 하면
$\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
$\angle A = \angle D = x + z$
($\because$ 삼각형의 한 외각의 크기는 다른 두 내각의 크기의 합과 같다.)
$\angle C = \angle F = x + y$
($\because$ 삼각형의 한 외각의 크기는 다른 두 내각의 크기의 합과 같다.)
그러므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (AA 닮음) 이다.
$\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{DF}$
$12 : \overline{DE} = 8 : \overline{DF}$
$8\overline{DE} = 12\overline{DF}$
$\therefore \dfrac{\overline{DE}}{\overline{DF}} = \dfrac{12}{8} = \dfrac{3}{2}$