1. 첫째항이 7, 공차가 -3인 등차수열 $\{a_n\}$에서 -20은 몇째 항인가?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

2. 세 수 $5-2x$, $4-x$, $6+3x$가 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 1

3. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$에 대하여 $a_n = \frac{n}{3}$, $b_n = 2^n$일 때, $\sum_{k=1}^{5}(a_k + b_k)$의 값은?

① 61 ② 63 ③ 65 ④ 67 ⑤ 69

4. $\sum_{k=3}^{10} k(k+2)$ 의 값은?

① 460 ② 468 ③ 478 ④ 480 ⑤ 484

5. $\sum_{l=1}^{10}\left\{\sum_{k=1}^{5}(k+l)\right\}$ 의 값은?

① 400 ② 425 ③ 450 ④ 475 ⑤ 500

6. $\sum_{k=1}^{200} \frac{1}{k(k+1)}$ 의 값은?

① $\frac{101}{100}$ ② $\frac{100}{101}$ ③ $\frac{200}{201}$ ④ $\frac{110}{101}$ ⑤ $\frac{201}{200}$

7. $a_1 = 1,\ a_{n+1} - a_n = 3(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$으로 정의된 수열 $\{a_n\}$에서 $\sum_{k=1}^{20} a_k$의 값은?

① 115 ② 270 ③ 326 ④ 445 ⑤ 590

8. $a_1 = 1,\ a_2 = 3$ 이고, $a_n a_{n+2} = a_{n+1}^2$ 을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\log_3 a_{10}$ 의 값은?

① $9\log_3 2$ ② $10\log_3 2$ ③ $11\log_3 2$

④ 9 ⑤ 10

9. $a_1 = 2,\ a_{n+1} = a_n^2 - n(n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$에서 a_4의 값은?

① 26 ② 31 ③ 36 ④ 46 ⑤ 51

10. 자연수 n에 대한 명제 $P(n)$이 모든 자연수 n에 대하여 참이 되기 위해서는 다음 두 조건을 만족해야 한다.

(i) $P(\boxed{(가)})$이 참이다. (ii) $P(k)$가 참이면 $P(\boxed{(가)})$도 참이다.

이때, (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 적은 것은?

① $0,\ k$　　② $0,\ k+1$　　③ $0,\ k-1$

④ $1,\ k$　　⑤ $1,\ k+1$

11. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 수열 $\{3a_n\}$은 공차가 9인 등차수열이다.

㉡ 수열 $\{a_{2n-1}\}$은 공차가 6인 등차수열이다.

㉢ 수열 $\{2a_{2n} - a_{2n-1}\}$은 공차가 6인 등차수열이다.

① ㉠ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉡
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

12. 0이 아닌 네 실수 $a,\ b,\ c,\ d$에 대하여 $\frac{1}{a},\ \frac{1}{b},\ \frac{1}{c}$과 $b,\ c,\ d$가 이 순서대로 각각 조화수열을 이룰 때, 다음 중 옳은 것은?

① $ad = bc$　　② $ab = cd$　　③ $abcd = 1$

④ $a + b = d$　　⑤ $a - d = b - c$

13. 첫째항이 -10인 등차수열 $\{a_n\}$에서 첫째항부터 제7항까지의 합과 제7항이 같을 때 첫째항부터 제10항까지의 합을 구하여라.

답: _____

14. 첫째항이 -10인 등차수열 $\{a_n\}$에서 첫째항부터 제 7항까지의 합과 제 7항의 값이 같을 때, 첫째항부터 제 10항까지의 합을 구하여라.

답: _____

15. 등차수열 $\{a_n\}$에서 $a_4 + a_7 + a_{10} = 11$, $a_6 + a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} = 20$ 일 때, a_{50}의 값을 구하여라.

답: _____

16. 첫째 날에 100원, 둘째 날에 110원, 셋째 날에 120원 $\cdots$ 과 같이 매일 10원씩 늘려 30일간 저금통에 넣으면 적립한 총액은?

① 6450 ② 7350 ③ 7450 ④ 8250 ⑤ 8450

17. 이차방정식 $x^2 - 6x + 3 = 0$의 두 근의 등차중항을 A, 등비중항을 G라 할 때, A^2, G^2을 두 근으로 하는 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$에서 $a + b$의 값은?

① 12 ② 15 ③ 24 ④ 27 ⑤ 39

18. 9와 144 사이에 세 자연수를 넣어서 이들 5개의 수가 등비수열을 이루도록 할 때, 사이에 들어갈 세 수 중 가장 큰 수는?

① 36 ② 45 ③ 54 ④ 63 ⑤ 72

19. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$가 다음의 세 조건

(i) $a,\ b,\ c$는 이 순서로 조화수열을 이룬다.

(ii) $a,\ c,\ b$는 이 순서로 공비가 1이 아닌 등비수열을 이룬다.

(iii) $-1 \le x \le 0$에서 $f(x)$의 최댓값은 -3이다.

를 만족할 때, $f(2)$의 값을 구하면?

① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

20. 세 수 a, 8, b가 이 순서대로 등비수열을 이루고 $a+b=17$일 때, a^2+b^2의 값을 구하여라.

답: _____

21. 서로 다른 세 실수 9, a, b는 이 순서대로 등차수열을 이루고, 세 수 a, 9, b는 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $a+b$의 값은?

① $-\frac{45}{2}$ ② $-\frac{48}{2}$ ③ $-\frac{41}{2}$ ④ $-\frac{39}{2}$ ⑤ $-\frac{37}{2}$

22. 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라고 할 때, $S_{10} = 48$, $S_{20} = 60$이다. 이때, S_{30}의 값을 구하여라.

답: _____

23. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $\log_2(S_n + k) = n - 1$을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 등비수열이 되도록 하는 상수 k의 값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

24. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n이 $S_n = 2 \cdot 3^n + k$일 때, 수열 $\{a_n\}$이 등비수열이 되기 위한 상수 k의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

25. 다음 수열의 첫째항부터 제 10항까지의 합은?

$1\cdot1\cdot3,\ 2\cdot3\cdot5,\ 3\cdot5\cdot7,\ 4\cdot7\cdot9,\ \cdots$

① 10050 ② 11000 ③ 11055
④ 12045 ⑤ 12100

26. 방정식 $x^3 - 1 = 0$의 두 허근을 α, β라고 할 때, $\sum_{k=1}^{3}(\alpha^k + \beta^k)$의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

27. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $A = \sum_{k=1}^{10} a_{2k-1}$, $B = \sum_{k=1}^{10} a_{2k}$라 할 때, 다음 중 이 수열의 공비 r을 나타내는 것은?(단, $a_1 \neq 0$, $r > 0$)

① $\frac{B}{A}$ ② $\frac{A}{B}$ ③ $\sqrt{\frac{B}{A}}$ ④ $\sqrt{\frac{A}{B}}$ ⑤ $\sqrt{AB}$

28. 수열 $\{a_n\}$이 1, 3, 7, 15, 31, $\cdots$ 일 때, 계차수열 $\{b_n\}$의 일반항이 $b_n = \alpha^n$이므로 수열 $\{a_n\}$의 일반항은 $a_n = \beta^n + \gamma$이다. 이때, 실수 α, β, γ의 합을 구하여라.

답: _____

29. 다음 수열의 합을 구하여라.

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \cdots + 9 \cdot 2^9$$

답: _____

30. $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \cdots$ 에서 첫째항부터 제100항까지의 수 중에서 분모, 분자가 같은 항의 개수는?

① 6개 ② 7개 ③ 8개 ④ 9개 ⑤ 10개

31. $a_1 = 110$ 인 수열 $\{a_n\}$은 다음을 만족한다.

$a_1 + a_2 + \cdots + a_n = n^2 a_n (n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$

a_{10} 의 값을 구하여라.

답: _____

32. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 2,\ a_2 = 4$이고, $a_{n+2} - 3a_{n+1} + 2a_n (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$을 만족할 때, a_{100}의 값을 구하면?

① 2^{10} ② 2^{20} ③ 2^{40} ④ 2^{80} ⑤ 2^{100}

33. 다음은 $\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

증명

(i) $n=1$ 일 때, $1^3 = \left(\frac{1\cdot 2}{2}\right)^2$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
(ii) $n=m$ 일 때 주어진 명제가 성립한다고 가정하면,
$\sum_{k=1}^{m} k^3 = \left\{\frac{m(m+1)}{2}\right\}^2$
양변에 (㉠)^3 을 더하면
$\sum_{k=1}^{m} k^3 + (\boxed{㉠})^3 = \left\{\frac{m(m+1)}{2}\right\}^2 + (\boxed{㉠})^3$

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{m+1} k^3 &= \left\{\frac{m(m+1)}{2}\right\}^2 + (\boxed{㉠})^3 \\ &= \frac{(m+1)^2(\boxed{㉡})^2}{4} \\ &= \left\{\frac{(m+1)(\boxed{㉡})}{2}\right\}^2\end{aligned}$$

따라서 $n=m+1$ 일 때도 주어진 명제가 성립한다.
(i),(ii) 에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여
$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ 이 성립한다.

위의 증명 과정에서 ㉠에 들어갈 식을 $f(m)$, ㉡에 들어갈 식을 $g(m)$ 이라 할 때, $f(5)+g(6)$ 의 값을 구하여라.

답: _____