

1. 이차함수 $y = \frac{2}{3}(x+3)(x-1)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\left(-1, -\frac{8}{3}\right)$

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{2}{3}(x+3)(x-1) \\ &= \frac{2}{3}(x^2 + 2x - 3) \\ &= \frac{2}{3}(x^2 + 2x + 1 - 1 - 3) \\ &= \frac{2}{3}(x+1)^2 - \frac{8}{3}\end{aligned}$$

$\left(-1, -\frac{8}{3}\right)$ 이다.

따라서 꼭짓점의 좌표는

2. 이차함수 $y = -3x^2 + 18x$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, p, q 의 합 $a + p + q$ 의 값은?

① 17

② 19

③ 21

④ 24

⑤ 27

해설

$$y = -3(x^2 - 6x + 9 - 9) = -3(x - 3)^2 + 27$$

$$a = -3, p = 3, q = 27$$

$$a + p + q = 27 \text{ 이다.}$$

3. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

▷ 정답 : -5

해설

$y = 2x^2 + 4x - 2 = 2(x + 1)^2 - 4$ 를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면

$$\begin{aligned}y &= 2(x + 1 + 3)^2 - 4 \\ &= 2(x + 4)^2 - 4 \\ &= 2x^2 + 16x + 28\end{aligned}$$

$(a, -2)$ 를 대입하면

$$2a^2 + 16a + 28 = -2$$

$$a^2 + 8a + 15 = 0$$

$$(a + 3)(a + 5) = 0$$

$$a = -3 \text{ 또는 } a = -5$$

4. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 2$ 의 그래프를 x 축으로 4만큼 y 축으로 2만큼 평행이동한 식을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $y = (x - 2)^2$

해설

$$\begin{aligned}y &= (x^2 + 4x + 4 - 4 + 2) \\ &= (x + 2)^2 - 2\end{aligned}$$

x 축으로 4만큼 y 축으로 2만큼 평행이동하면

$$y = (x - 4 + 2)^2 - 2 + 2 = (x - 2)^2$$

5. $y = -x^2 + 2ax - 6$ 의 그래프에서 $x < 2$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가하고, $x > 2$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다. 이때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = -(x^2 - 2ax) - 6 = -(x - a)^2 - 6 + a^2$ 이다.

따라서 축의 방정식이 $x = 2$ 이므로 $a = 2$ 이다.

6. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x < -1$

② $x > -1$

③ $x < 1$

④ $x > 1$

⑤ $x > 0$

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 - 2x + 1 \\ &= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -(x + 1)^2 + 2\end{aligned}$$

대칭축이 $x = -1$ 이고 위로 볼록한 포물선이다.

7. 이차함수 $y = x^2 - 6x - 4 + m$ 의 y 의 값의 범위가 $y \geq -2$ 일 때, 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

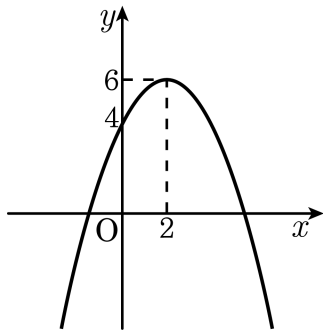
▷ 정답 : 11

해설

$y = (x^2 - 6x + 9) - 9 - 4 + m$ 의 y 의 값의 범위가 $y \geq -2$ 이므로
 $-13 + m = -2$ 이어야 한다.

$$\therefore m = 11$$

8. 다음 포물선의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $2a - b + c$ 의 값을 구하면?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, 6)$ 이므로

$y = a(x - 2)^2 + 6$ 에 점 $(0, 4)$ 를 대입하면

$$a(0 - 2)^2 + 6 = 4, 4a + 6 = 4, a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 6 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = 2, c = 4$$

$$\therefore 2a - b + c = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 + 4 = 1$$

9. 이차함수 $y = x^2 - 6x + k$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, 그 접점의 좌표와 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $(3, 0)$

▷ 정답 : $k = 9$

해설

$$D/4 = (-3)^2 - k = 0 \quad \therefore k = 9$$

$x^2 - 6x + 9 = 0$, $(x-3)^2 = 0$, $x = 3$ 이므로 접점의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.

10. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나게 되는 k 의 값의 범위를 구하면?

① $k > 2$

② $k < 2$

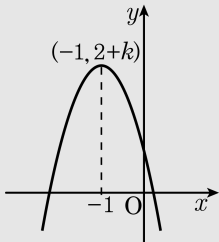
③ $k > 4$

④ $k < -2$

⑤ $k > -2$

해설

$y = -2x^2 - 4x + k = -2(x^2 + 2x) + k = -2(x + 1)^2 + 2 + k$
 다음 그림처럼 이 그래프가 x 축과 두 점에서 만나려면 꼭짓점의 y 좌표가 0 보다 커야 한다.



$2 + k > 0$

$\therefore k > -2$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만날 때 $D = b^2 - 4ac > 0$ 이 되어야 한다.

$y = -2x^2 - 4x + k$ 에서 $D = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot k > 0, 8k > -16 \therefore k > -2$

11. 이차함수 $y = -3x^2 + x - 3$ 의 그래프가 지나는 사분면을 옳게 나타낸 것은?

① 제 1, 2 사분면

② 제 1, 2, 3 사분면

③ 제 2, 3 사분면

④ 제 1, 3, 4 사분면

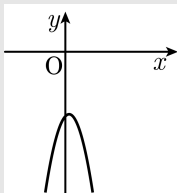
⑤ 제 3, 4 사분면

해설

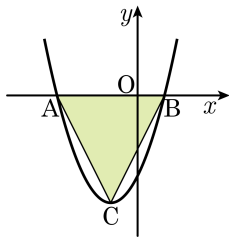
$$\begin{aligned}
 y &= -3x^2 + x - 3 = -3\left(x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} - \frac{1}{36}\right) - 3 \\
 &= -3\left(x - \frac{1}{6}\right)^2 - \frac{35}{12}
 \end{aligned}$$

꼭짓점은 $\left(\frac{1}{6}, -\frac{35}{12}\right)$ 이고 y 절편이 -3 이면서 위로 볼록한 그래프이다.

그러 보면 제 3, 4 사분면을 지난다.



12. 이차함수 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 좌표를 각각 A, B 라 하고 꼭짓점의 좌표를 C 라 하자. 이 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

i) x 축과의 교점 A, B 의 좌표는 $y = 0$ 일 때 x 의 값이다.

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$\text{ii) } y = x^2 + 2x - 3$$

$$= (x^2 + 2x + 1) - 1 - 3$$

$$= (x + 1)^2 - 4$$

$$\therefore C(-1, -4)$$

$$\text{iii) } \triangle ABC = 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$$

13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 의 부호를 구하면?

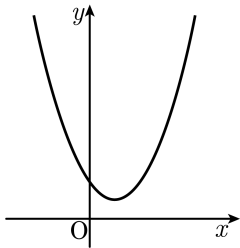
① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a > 0, b > 0, c < 0$

③ $a > 0, b < 0, c > 0$

④ $a < 0, b > 0, c > 0$

⑤ $a > 0, b < 0, c < 0$

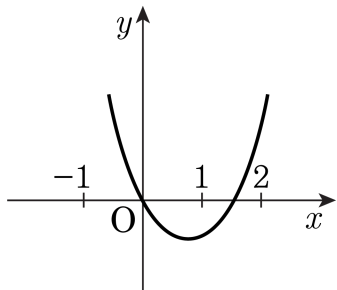


해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a, b 는 다른 부호이므로 $b < 0$
 y 절편은 $c > 0$ 이다.

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c 의 부호 또는 값을 구하면?

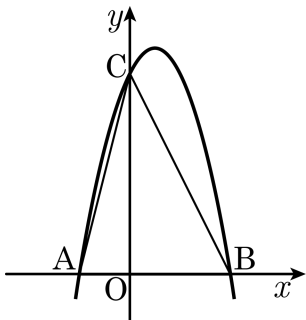


- ① $a > 0, b > 0, c > 0$ ② $a > 0, b > 0, c = 0$
③ $a > 0, b < 0, c > 0$ ④ $a > 0, b < 0, c = 0$
⑤ $a > 0, b < 0, c < 0$

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 점 $(0,0)$ 을 지나므로 $c = 0$
아래로 볼록하므로 $a > 0$
축이 양수이므로 $b < 0$

15. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① 20

② 22

③ 24

④ 26

⑤ 28

해설

$y = -x^2 + 2x + 8$ 의 C 의 좌표 (0, 8)

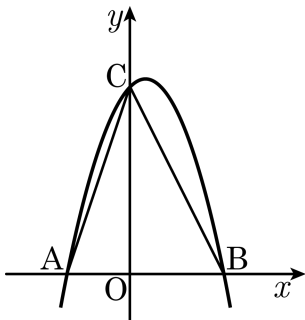
$-x^2 + 2x + 8 = 0$, $(x - 4)(x + 2) = 0$

$x = 4$ 또는 $x = -2$

A(-2, 0), B(4, 0) 이므로

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

16. 이차함수 $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = -x^2 + x + 6$ 의 C 의 좌표 $(0, 6)$

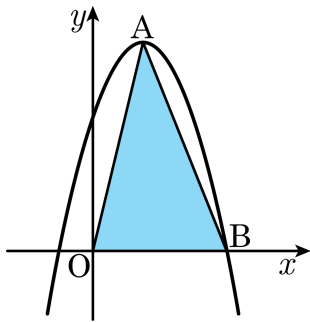
$-x^2 + x + 6 = 0$, $(x - 3)(x + 2) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

$A(-2, 0), B(3, 0)$ 이므로

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $5 \times 6 \times \frac{1}{2} = 15$

17. 다음 이차함수 $y = -x^2 + 3x + 4$ 의 그래프에서 점 A 는 꼭짓점, 점 B 는 x 축과의 교점일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이는?



- ① 3 ② 8 ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{25}{4}$ ⑤ $\frac{25}{8}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 3x + 4 \\ &= -\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) + 4 \\ &= -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} \end{aligned}$$

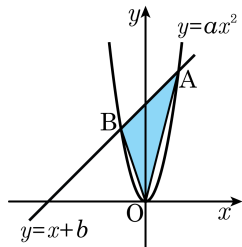
따라서 A $\left(\frac{3}{2}, \frac{25}{4}\right)$

$$\begin{aligned} y = 0 \text{ 을 대입하면 } x^2 - 3x - 4 &= 0 \\ (x + 1)(x - 4) = 0 \text{ 이므로 } x \text{ 절편은 } -1, 4 \end{aligned}$$

$$\therefore B(4, 0)$$

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{25}{4} = \frac{25}{2}$$

18. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 직선 $y = x + b$ 가 점 A (2, 8) 과 점 B 에서 만날 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{21}{2}$

해설

$$y = ax^2 \text{ 에 점 } (2, 8) \text{ 을 대입, } 8 = 4a, a = 2 \therefore y = 2x^2$$

$$y = x + b \text{ 에 점 } (2, 8) \text{ 을 대입, } 8 = 2 + b, b = 6 \therefore y = x + 6$$

$y = 2x^2$ 과 $y = x + 6$ 의 교점을 구하면

$$2x^2 = x + 6$$

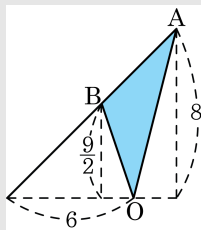
$$2x^2 - x - 6 = 0$$

$$(2x + 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

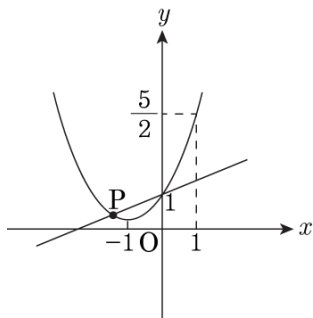
$$\therefore B \left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{2} \right)$$

$y = x + 6$ 에서 $x = -6$ 일 때, $y = 0$ 이므로



$\triangle ABO$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 - \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{9}{2} = \frac{21}{2}$ 이다.

19. 다음 그림에서 포물선과 직선이 두 점에서 만난다. 직선의 기울기가 $\frac{1}{4}$ 일 때, 점 P의 좌표를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $P\left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{8}\right)$

해설

포물선은 축이 $x = -1$ 이고

$(0, 1)$, $\left(1, \frac{5}{2}\right)$ 를 지난다.

$y = a(x+1)^2 + q$ 에 $(0, 1)$, $\left(1, \frac{5}{2}\right)$ 를 각각 대입하면

$$\begin{aligned} 1 &= a + q \\ \rightarrow \frac{5}{2} &= 4a + q \\ -\frac{3}{2} &= -3a, \quad a = \frac{1}{2}, \quad q = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$y = \frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{1}{2}$$

포물선과 직선 $y = \frac{1}{4}x + 1$ 의 교점의 x 좌표를 구하면

$$\frac{1}{2}(x+1)^2 + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}x + 1, \quad \frac{1}{2}x^2 + x + 1 = \frac{1}{4}x + 1$$

$$\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x = 0, \quad \frac{1}{2}x\left(x + \frac{3}{2}\right) = 0$$

$$x = 0 \text{ 또는 } x = -\frac{3}{2}$$

$$f\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{5}{8}$$

$$\therefore P\left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{8}\right)$$

20. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + p$ 의 그래프에서 x 축과의 두 교점을 A, B 라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 꼭짓점의 x 좌표는?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$y = -x^2 - 2x + p = -(x + 1)^2 + p + 1$$

축의 방정식이 $x = -1$ 이고 $\overline{AB} = 4$ 이므로

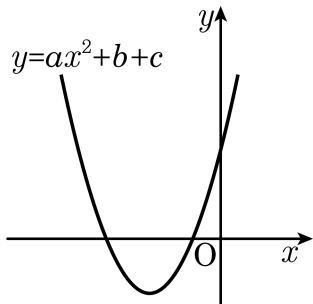
$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0)$$

$B(1, 0)$ 을 $y = -x^2 - 2x + p$ 에 대입하면 $-1^2 - 2 + p = 0$, $\therefore p = 3$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 4$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 4)$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 -1 이다.

21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $a + b + c > 0$

② $a < 0$

③ $b > 0$

④ $c < 0$

⑤ $a - b + c < 0$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$

축의 방정식 $x = -\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b > 0$

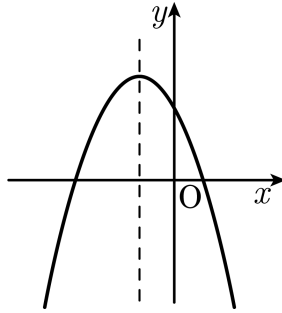
y 절편이 양수이므로 $c > 0$

한편 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

① $f(1) = a + b + c > 0$

⑤ $f(-1) = a - b + c$: 판단할 수 없다.

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = cx^2 + ax + b$ 의 그래프의 꼭짓점은 제 몇 사분면에 있는가?



- ① 제1 사분면 ② 제2 사분면 ③ 제3 사분면
 ④ 제4 사분면 ⑤ 답이 없다.

해설

$a < 0, c > 0, -\frac{b}{2a} < 0$ 에서 $b < 0 \therefore a < 0, b < 0, c > 0$

$y = cx^2 + ax + b$ 에서

- (1) $c > 0$ 이므로 아래로 볼록
 (2) 꼭짓점의 x 좌표를 구하면

$$y = c \left(x^2 + \frac{a}{c}x + \frac{a^2}{4c^2} - \frac{a^2}{4c^2} \right) + b$$

$$= c \left(x + \frac{a}{2c} \right)^2 - \frac{a^2}{4c} + b \text{ 이므로}$$

축 : $-\frac{a}{2c} > 0$

(3) y 절편 : $b < 0$

따라서, 그래프는 다음 그림과 같으므로 꼭짓점은 제4사분면에 있다.

