

1. $y = 2x^2 + 4x - 1$ 을 $a(x-p)^2 + q$ 꼴로 고치는 과정 중 처음 틀린 곳을 찾아라.

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2(x^2 + 2x) - 1 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉠}} \\ &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉡}} \\ &= 2(x+1)^2 - 3 - 1 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉢}} \\ &= 2(x+1)^2 - 4 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉣}} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2(x^2 + 2x) - 1 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉠}} \\ &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉡}} \\ &= 2(x+1)^2 - 2 - 1 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉢}} \\ &= 2(x+1)^2 - 3 && \cdots \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉣}} \end{aligned}$$

따라서 처음으로 틀린 곳은 ㉢이다.

2. 다음은 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸는

과정이다. 안에 알맞은 수를 차례대로 써넣어라.

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x) + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + \text{} - \text{)}) + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x + \text{)})^2 + \text{$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4, 4, 2, -1

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x) + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4 - 4) + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 1 \end{aligned}$$

따라서 안에 들어갈 수는 차례로 4, 4, 2, -1 이다.

3. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 5$ 를 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, a, p, q 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1, p = -2, q = 1$

해설

$y = x^2 - 4x + 5 = (x^2 - 4x + 4 - 4) + 5 = (x - 2)^2 - 4 + 5 = (x - 2)^2 + 1$
이므로 $a = 1, p = -2, q = 1$ 이다.

4. 다음 그림을 보고 포물선의 식을 구하면?

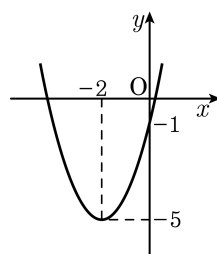
① $y = (x - 2)^2 - 5$

② $y = (x - 2)^2 + 5$

③ $y = (x + 2)^2 - 5$

④ $y = \frac{3}{2}(x - 2)^2 + 5$

⑤ $y = \frac{3}{2}(x + 2)^2 - 5$



해설

꼭짓점이 $(-2, -5)$ 이므로

$y = a(x + 2)^2 - 5$ 에 $(0, -1)$ 을 대입

$$4a - 5 = -1$$

$$4a = 4$$

$$a = 1$$

$$\therefore y = (x + 2)^2 - 5$$

5. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면

$y = 3(x - 2)^2$ 전개하면

$y = 3(x^2 - 4x + 4)$

$y = 3x^2 - 12x + 12$

$a = 3, b = -12, c = 12$

$\therefore a - b + c = 3 + 12 + 12 = 27$

6. $y = 2x^2 - 8x + 4$

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 2(x - 2)^2 - 4$, $(2, -4)$, $x = 2$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 8x + 4 \\ &= 2(x^2 - 4x) + 4 \\ &= 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 4 \\ &= 2(x - 2)^2 - 4 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, -4)$ 이고 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

7. 이차함수 $y = x^2 - 6x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않게 되는 k 의 값의 범위는?

① $k < 6$

② $k > -6$

③ $k > 9$

④ $k < -9$

⑤ $k > 10$

해설

$$D/4 = (-3)^2 - k < 0 \quad \therefore 9 < k$$

8. 이차함수 $y = x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 k 의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 4$

해설

$$D/4 = (-2)^2 - k < 0 \quad \therefore k > 4$$

9. 이차함수 $y = x^2 - 6x + k$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, 그 접점의 좌표와 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

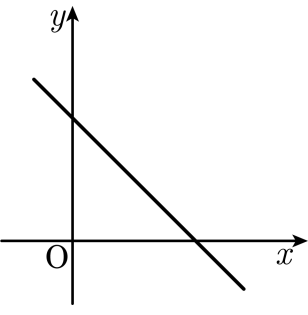
▷ 정답 : $(3, 0)$

▷ 정답 : $k = 9$

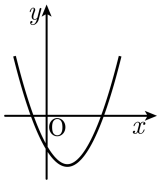
해설

$D/4 = (-3)^2 - k = 0 \quad \therefore k = 9$
 $x^2 - 6x + 9 = 0, (x - 3)^2 = 0, x = 3$ 이므로 접점의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.

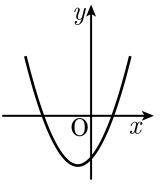
10. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프의 모양은?



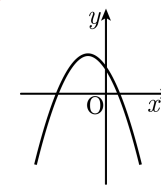
①



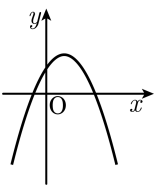
②



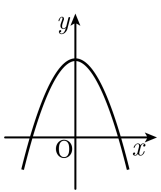
③



④



⑤



해설

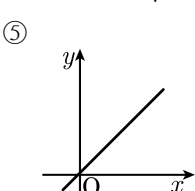
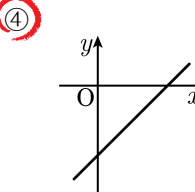
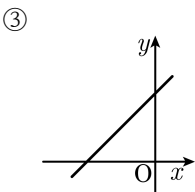
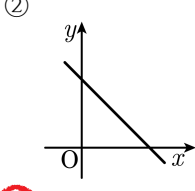
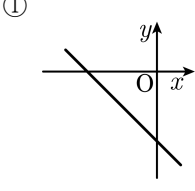
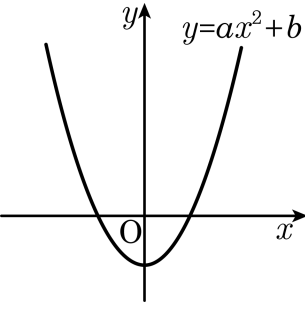
기울기는 음수이고, y 절편은 양수이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.

$$y = -x^2 + ax + b = -\left(x - \frac{1}{2}a\right)^2 + b + \frac{1}{4}a^2$$

기울기는 -1 이므로 위로 볼록한 그래프이고, y 절편은 $b + \frac{1}{4}a^2$ 이므로 양수이다.

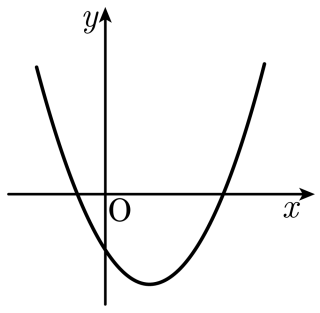
또한, x 축이 $x = \frac{1}{2}a < 0$ 이므로 왼쪽에 있다.

11. 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 $y = ax + b$ 의 그래프는?



해설
 $a > 0$, $b < 0$ 이므로 y 절편이 0 보다 작고 오른쪽 위로 향하는 직선을 찾으면 된다.

12. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c 의 부호는?



- ① $a > 0, b > 0, c > 0$ ② $a > 0, b > 0, c < 0$
③ $a > 0, b < 0, c < 0$ ④ $a < 0, b > 0, c > 0$
⑤ $a < 0, b < 0, c < 0$

해설

$a > 0, c < 0$ 이고 $ab < 0$ 이므로 $b < 0$ 이다.

13. 포물선 $f(x) = ax^2 + bx + 4$ 는 점 $(-1, 4)$ 를 지나고, $g(x) = mx^2 + nx + p$ 는 점 $(5, -2)$ 를 지난다. 두 포물선이 y 축에 대하여 대칭일 때, 포물선 $g(x)$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① $\left(\frac{1}{2}, \frac{61}{16}\right)$
- ② $\left(\frac{1}{2}, \frac{31}{8}\right)$
- ③ $\left(\frac{1}{2}, \frac{63}{16}\right)$
- ④ $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$
- ⑤ $\left(\frac{1}{2}, \frac{163}{40}\right)$

해설

두 포물선 $f(x)$, $g(x)$ 가 y 축에 대하여 대칭이므로 $f(x)$ 는 점 $(-1, 4)$ 와 점 $(-5, -2)$ 를 지난다.

$f(x) = ax^2 + bx + 4$ 에 두 점 $(-1, 4), (-5, -2)$ 를 대입하면 $a - b + 4 = 4$ 이므로 $a = b$ 이다.

$$25a - 5b + 4 = -2$$

$$20a = -6$$

$$a = b = -\frac{3}{10}$$

$$f(x) = -\frac{3}{10}x^2 - \frac{3}{10}x + 4 = -\frac{3}{10}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{163}{40}$$

따라서 $f(x)$ 의 꼭짓점의 좌표가 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{163}{40}\right)$ 이므로 $g(x)$ 의

꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{163}{40}\right)$ 이다.

14. 포물선 $f(x) = ax^2 + bx + 4$ 는 점 $(-3, 7)$ 을 지나고, $g(x) = mx^2 + nx + p$ 는 점 $(5, -1)$ 을 지난다. 두 포물선이 y 축에 대하여 대칭일 때, 포물선 $g(x)$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $(2, 8)$

해설

두 포물선 $f(x)$, $g(x)$ 가 y 축에 대하여 대칭이므로 $f(x)$ 는 점 $(-3, 7)$ 과 점 $(-5, -1)$ 을 지난다.

$f(x) = ax^2 + bx + 4$ 에 두 점 $(-3, 7)$, $(-5, -1)$ 을 대입하면

$$9a - 3b + 4 = 7$$

$$3a - b = 1 \cdots \textcircled{A}$$

$$25a - 5b + 4 = -1$$

$$5a - b = -1 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 을 하면 $-2a = 2$ 이므로 $a = -1$, $b = -4$ 이다.

$f(x) = -x^2 - 4x + 4 = -(x + 2)^2 + 8$ 이다.

따라서 $f(x)$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 8)$ 이므로 $g(x)$ 의 꼭짓점은 $(2, 8)$ 이다.

15. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 축과 직선 $x = -2$ 는 y 축에 대해 서로 대칭일 때, $\frac{a^2}{b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{16}$

해설

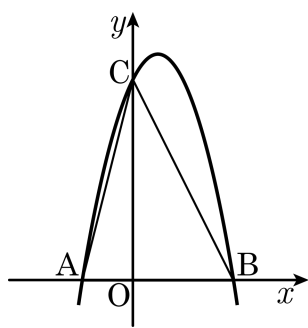
$$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + 3 = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3 \text{ 이므로 대칭축은 } x = -\frac{b}{2a} \text{ 이다.}$$

이 축이 $x = -2$ 와 y 축에 대해 대칭이므로 대칭축은 $x = 2$ 이다.

$$-\frac{b}{2a} = 2, \frac{b}{a} = -4, \frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b} \right)^2 = \frac{1}{16}$$

16. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

해설

$y = -x^2 + 2x + 8$ 의 C 의 좌표 $(0, 8)$
 $-x^2 + 2x + 8 = 0$, $(x - 4)(x + 2) = 0$
 $x = 4$ 또는 $x = -2$
 $A(-2, 0), B(4, 0)$ 이므로
 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

17. 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 의

x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면

$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a - \frac{1}{2}$ 이다.

$\alpha - \beta = 1$ 이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이다.

$$1 = 4a^2 - 4a + 2$$

$$4a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$(2a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

18. 포물선 $y = x^2 + ax + a - 1$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 2 일 때, a 의 값들의 합을 구하면?

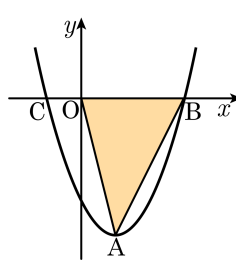
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = x^2 + ax + a - 1$ 의
 x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면
 $\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = a - 1$ 이다.
 $\alpha - \beta = 2$ 이므로
 $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$
 $4 = a^2 - 4a + 4$
 $a^2 - 4a = 0$
 $a(a - 4) = 0$
 $\therefore a = 0$ 또는 $a = 4$
따라서 a 의 값의 합은 4이다.

19. 다음 포물선 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?

- ① 16 ② 8 ③ 12
④ 6 ⑤ 10



해설

$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$
A 의 좌표는 (1, -4) 이다.
 x 축과 교점은 $y = 0$ 일 때이므로
 $0 = (x - 1)^2 - 4$ 이다.
따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 이다.
B 의 좌표는 (3, 0) 이다.
 $\therefore \triangle ABO = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

20. $y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 16 ② 20 ③ 26 ④ 30 ⑤ 36

해설

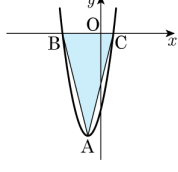
$y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프는

$y = -3(x - 3)^2 + 12 = -3x^2 + 18x - 15$ 이므로

x 절편은 1과 5, y 절편은 -15

$\therefore$ (삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 4 \times 15 = 30$

21. 다음은 $y = a(x + 1)^2 - 8$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 16 일 때, a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$16 = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 8$$

$$16 = 4\overline{BC}$$

$$\overline{BC} = 4$$

따라서 B 의 좌표는 (-3, 0) 이고, C 의 좌표는 (1, 0) 이다.

$y = a(x + 1)^2 - 8$ 에 (1, 0) 을 대입하면 $4a - 8 = 0$ 이므로

$$\therefore a = 2$$