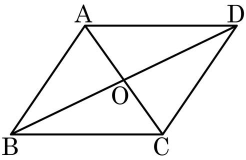
1. 다음 그림 □ABCD 는 평행사변형이라고 할 때, 직사각형이 되기 위한 조건을 나타낸 것은?



① $\overline{AB} = 8\text{cm},\ \overline{CD} = 8\text{cm}$

② $\angle A = \angle C = 80°$

③ $\overline{BO} = \overline{DO} = 4\text{cm}$

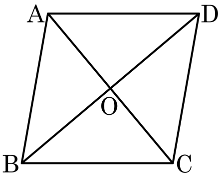
④ $\overline{AO} = 5\text{cm},\ \overline{BO} = 5\text{cm},\ \overline{CO} = 5\text{cm},\ \overline{DO} = 5\text{cm}$

⑤ $\angle A + \angle B = 180°$

해설

한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이 된다.
따라서 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$ 이거나 $\angle A = 90°$ 이면 된다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 마름모가 되기 위한 조건은?



① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

② $\overline{AC} \perp \overline{AD}$

③ $\angle B + \angle C = 180°$

④ $\overline{BD} = 2\overline{OD}$

⑤ $\angle A = \angle C$

해설

① : 마름모는 대각선이 서로를 수직이등분한다.

③, ④, ⑤ : 평행사변형의 성질

3. 다음 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 사각형이 아닌 것을 모두 고르면?

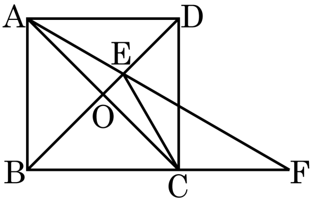
① 평행사변형　② 등변사다리꼴　③ 정사각형

④ 마름모　⑤ 직사각형

해설

① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.

4. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 대각선 $\overline{BD}$ 위에 한 점 E 를 잡고, $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 하면 $\angle BCE = 60°$ 일 때, $\angle AFB$ 의 크기를 구하여라.



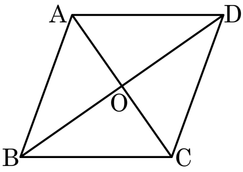
▶ 답 : °

▷ 정답 : 30°

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle BCE$(SAS 합동)
따라서 $\angle BCE = \angle BAE = 60°$ 이므로,
$\angle EAD = 30°$, $\overline{AD} // \overline{BF}$ 이므로,
$\angle EAD = \angle AFB = 30°$ 이다.

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle OAB = \angle OBA = \angle OBC$ 이면 □ABCD 는 어떤 사각형이 되는지 구하여라.



① 사다리꼴　　② 직사각형

③ 정사각형　　④ 마름모

⑤ 평행사변형

해설

□ABCD 는 평행사변형이므로

$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다.

$\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{OA} = \overline{OB} \Leftrightarrow \overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD}$

→ □ABCD 는 직사각형

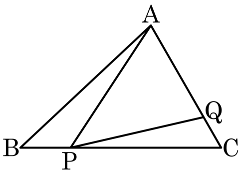
$\angle OBA = \angle ODC$ 이므로

$\overline{BC} = \overline{DC} \Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$

→□ABCD 는 마름모

∴ □ABCD 는 직사각형이자 마름모 이므로 정사각형이다.

6. 다음 그림에서 $\overline{BP} : \overline{CP} = \overline{CQ} : \overline{AQ} = 1 : 3$ 이다. $\triangle APQ = 24\,cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

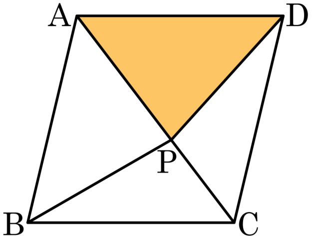
▷ 정답 : $\dfrac{128}{3}$ $\underline{cm^2}$

해설

$\triangle APC = 24 \times \dfrac{4}{3} = 32(\,cm^2)$

$\therefore \ \triangle ABC = 32 \times \dfrac{4}{3} = \dfrac{128}{3}(\,cm^2)$

7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 대각선 $\overline{AC}$ 위의 점 P에 $\overline{AP}:\overline{PC}=3:2$이고, $\square ABCD=100\text{cm}^2$일 때, $\triangle PAD$의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

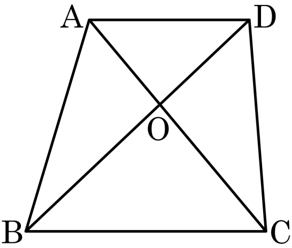
해설

$\triangle APD+\triangle PCD=50(\text{cm}^2)$

$\overline{AP}:\overline{PC}=3:2$이므로

$\triangle PAD=50\times\frac{3}{5}=30(\text{cm}^2)$

8. 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 이고, $\overline{BO}:\overline{OD}=3:2$ 이다. $\triangle ODC=18cm^2$ 일 때, $\triangle OBC$ 의 넓이는?



① $9cm^2$ ② $18cm^2$ ③ $27cm^2$

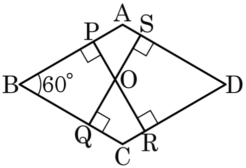
④ $36cm^2$ ⑤ $45cm^2$

해설

$\triangle OBC$ 와 $\triangle DOC$ 의 높이는 같다.

$3:2=\triangle OBC:18cm^2$ $\therefore \triangle OBC=27cm^2$

9. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 60°$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그의 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}$ 와 같은 것은?

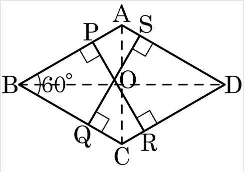


① $\overline{AC}$ ② $\overline{BD}$ ③ $\overline{OA}+\overline{OC}$

④ $\overline{OB}+\overline{OD}$ ⑤ $2\overline{AB}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



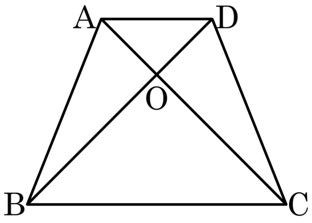
$\square ABCD = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD$
$= \frac{a}{2}\times\overline{OP} + \frac{a}{2}\times\overline{OQ} + \frac{a}{2}\times\overline{OR} + \frac{a}{2}\times\overline{OS}$
$= \frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) \quad \cdots$ ㉠

또한 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B = 60$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{AC}=a$ 이므로

$\square ABCD = \frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD} = \frac{a}{2}\times\overline{BD}\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) = \frac{a}{2}\times\overline{BD}$ $\therefore$ $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}=\overline{BD}$

10. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle AOD = 9\,\mathrm{cm}^2$ 이다. $\overline{AO} : \overline{OC} = 3 : 7$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $100\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

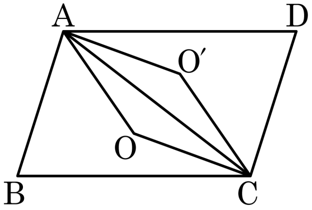
$\triangle DOC = \dfrac{7}{3} \times 9 = 21\,(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle OAB = \triangle ODC$ 이므로

$\triangle OBC = \dfrac{7}{3} \times 21 = 49\,(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ □$ABCD = 9 + 21 \times 2 + 49 = 100\,(\mathrm{cm}^2)$

11. 평행사변형 ABCD 에서 점 O, O' 은 각각 $\triangle ABC, \triangle ACD$ 의 외심이다. $\square AOCO'$ 은 어떤 사각형인가?



▶ 답 :

▷ 정답 : 마름모

해설

점 O, O' 가 $\triangle ABC, \triangle ACD$ 의 외심이므로

$\angle AOC = 2\angle B = \angle AO'C = 2\angle D$

$\angle OAC = \angle OCA, \angle O'AC = \angle O'CA$

$\angle O'AO = \angle O'CO$

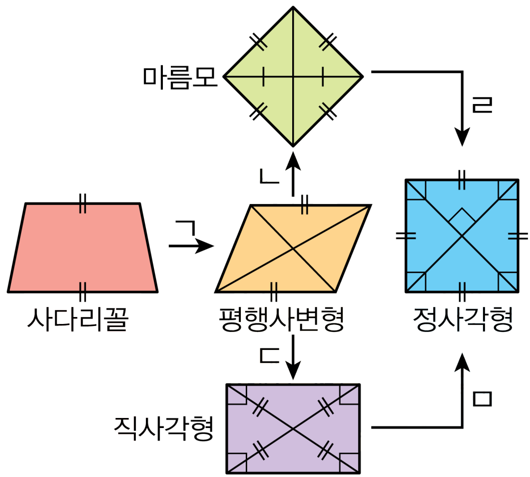
두 쌍의 대각의 크기가 같으므로 $\square AOCO'$ 는 평행사변형이다.

$\overline{AO'} // \overline{OC}, \overline{AO} // \overline{O'C}$ 이고

$\overline{AO} = \overline{OC} = \overline{AO'} = \overline{O'C}$ 이므로

$\square AOCO'$ 는 마름모이다.

12. 다음 그림은 사각형들 사이의 포함 관계를 나타낸 것이다. ㄱ~ㅁ 중 각 도형이 되기 위한 조건으로 옳지 않은 것은?



① ㄱ. 다른 한 쌍의 대변도 평행하다.

② ㄴ. 두 대각선이 직교한다.

③ ㄷ. 이웃한 두 변의 길이가 같다.

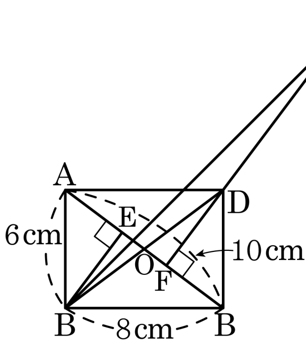
④ ㄹ. 한 내각의 크기가 90° 이다.

⑤ ㅁ. 이웃한 두 변의 길이가 같다.

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 90° 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

13. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 하고 $\angle ABC$ 의 이등분선과 $\overline{DF}$ 의 연장선과의 교점을 G 라고 할 때, $\overline{DG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ADC$ 에서 $\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로

$\angle BAE = \angle DCA$ (엇각)

$\angle E = \angle D = 90°$ 이므로 $\angle ABE = \angle CAD$

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle CAD = \angle ACB$

$\triangle OBC$ 는 직사각형의 성질에 의하여

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OCB = \angle OBC$

$\overline{BG}$ 가 $\angle ABC$ 를 이등분하고

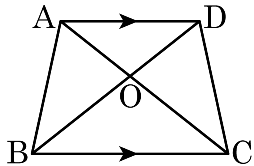
$\angle ABE = \angle OBC$ 이므로 $\angle EBG = \angle DBG$

$\overline{BE} // \overline{FD}$ 이므로 $\angle EBG = \angle BGD$

따라서 $\triangle DBG$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{DG} = \overline{BD} = \overline{AC} = 10\,\text{cm}$

14. 다음 등변사다리꼴 ABCD에 대한 설명 중 옳은 것은?



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{AD}$　　㉡ $\overline{AB} // \overline{CD}$

㉢ $\angle ABC = \angle DCB$　　㉣ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

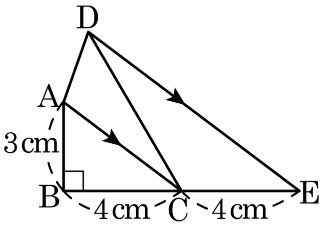
㉤ $2 \times \triangle AOD = \triangle BOC$

① ㉠, ㉢　② ㉡, ㉣　③ ㉡, ㉤　④ ㉢, ㉣　⑤ ㉢, ㉤

해설

㉢ 등변사다리꼴의정의에따라
밑변의양끝각의크기가같으므로
$\angle ABC = \angle DCB$이다.
㉣ $\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$이고, $\overline{BC}$는 공통,
$\angle B = \angle C$이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$이다.

15. 다음 그림에서 $\overline{AC} // \overline{DE}$ 이고 $\angle B = 90°$, $\overline{AB} = 3\,\text{cm}$, $\overline{BC} = \overline{CE} = 4\,\text{cm}$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle ADC = \triangle AEC$

$\square ABCD = \triangle ABE = \dfrac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12(\text{cm}^2)$