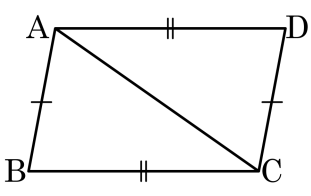
1. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 변 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라고 하면 $\overline{PO} = \overline{QO}$를 증명하는 과정이다. 빈칸에 들어갈 알맞은 것을 고르면?

[가정] $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
[결론] $\overline{PO} = \overline{QO}$
[증명] $\triangle APO$와 $\triangle CQO$에서
$\angle POA = \angle QOC$, $\overline{AO} = \boxed{}$,
$\angle PAO = \angle QOC$
$\therefore$ $\triangle APO \equiv \triangle CQO$(ASA합동),
$\therefore$ $\overline{PO} = \overline{QO}$

① $\overline{PO}$　② $\overline{AP}$　③ $\overline{DO}$　④ $\overline{BO}$　⑤ $\overline{CO}$

해설
평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{AO} = \overline{OC}$이다.

2. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



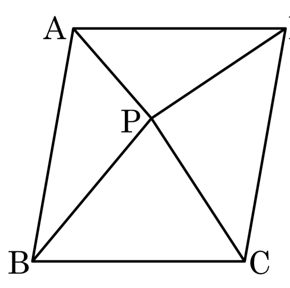
$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 인 □ABCD 에서
점 A 와 점 C 를 이으면
$\triangle ABC$ 와 $\triangle CDA$ 에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ⋯ ㉠
$\overline{BC} = \overline{AD}$ (가정) ⋯ ㉡
$\boxed{}$ 는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (SSS 합동)
$\angle BAC = \angle DCA$ 이므로
$\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$ ⋯ ㉣
$\angle ACB = \angle CAD$ 이므로
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ ⋯ ㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD 는 평행사변형이다.

① $\overline{DC}$　② $\overline{BC}$　③ $\overline{DA}$　④ $\overline{AC}$　⑤ $\overline{BA}$

해설

$\overline{AC}$ 는 공통

3. 다음 그림과 같이 넓이가 36cm^2 인 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P를 잡을 때, $\triangle\text{ADP}+\triangle\text{BCP}$ 의 넓이는?



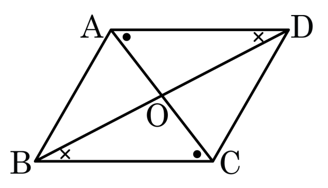
① 17cm^2 ② 18cm^2 ③ 20cm^2
④ 23cm^2 ⑤ 30cm^2

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square\text{ABCD} = \triangle\text{PAB}+\triangle\text{PCD} = \triangle\text{ADP}+\triangle\text{BCP}$ 이다

$\therefore\ 36\times\frac{1}{2}=\triangle\text{ADP}+\triangle\text{BCP}=18(\text{cm}^2)$

4. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D, 점 A와 점 C를 이으면
$\overline{AD} = \overline{BC} \cdots$ ㉠
$\angle OAD = \angle OCB$ (엇각) $\cdots$ ㉡
$\angle ODA = \angle OBC$ (엇각) $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$(ASA 합동)이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

① 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

④ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 증명하는 과정이다.

5. 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 4x + 3y$, $\overline{BC} = 13$, $\overline{CD} = 6$, $\overline{DA} = 3x - 2y$ 일 때, □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

▷ 정답 : $y = -2$

해설

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DA}$ 이므로

$$\begin{cases} 4x + 3y = 6 & \cdots ㉠ \\ 3x - 2y = 13 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

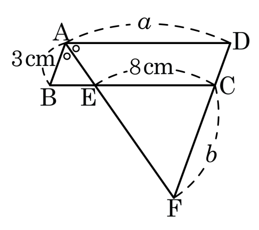
㉠ $\times 2 +$ ㉡ $\times 3$ 을 계산하면

$17x = 51$, $x = 3$

$x = 3$ 을 대입하면

$4 \times 3 + 3y = 6$, $3y = -6$, $y = -2$

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값은?



① 19cm ② 20cm ③ 21cm

④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle\mathrm{DAF} = \angle\mathrm{CEF}$ ($\because$ 동위각)

$\angle\mathrm{BAE} = \angle\mathrm{CFE}$ ($\because$ 엇각)

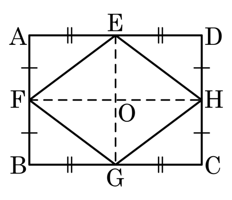
$\triangle\mathrm{CEF}$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}}$, $b = 8\mathrm{cm}$

$\triangle\mathrm{DAF}$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square\mathrm{ABCD}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DF}} = a = b + \overline{\mathrm{DC}} = 8 + 3 = 11\mathrm{cm}$

$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(\mathrm{cm})$

7. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AD}} = 8\mathrm{cm}$ 이고, $\overline{\mathrm{EG}}$ 와 $\overline{\mathrm{FH}}$ 의 교점을 O 라고 할 때, △EFO 의 넓이를 구하여라.



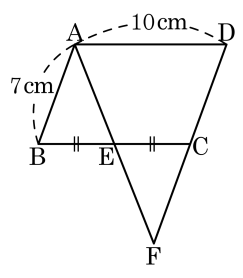
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 6 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AD}} = 8\mathrm{cm}$ 이므로 직사각형 ABCD 의 넓이는 $6 \times 8 = 48(\mathrm{cm}^2)$ 이다.
직사각형의 각 변의 중점을 연결하면 마름모가 되고, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 48 = 24(\mathrm{cm}^2)$ 이다.
따라서 △EFO 의 넓이는 $\frac{1}{4} \times 24 = 6(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

8. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



① 7 cm　② 9 cm　③ 14 cm　④ 16 cm　⑤ 18 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = 7\,\text{cm}$, $\overline{BE} = \overline{CE} = 5\,\text{cm}$

$\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각)

$\angle ABE = \angle FCE$ (엇각)

$\triangle ABE \equiv \triangle FCE$, $\overline{AB} = \overline{FC} = 7\,\text{cm}$

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{FC} = 14(\text{cm})$

9. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O 는 대각선의 교점이다.)

① $\angle A = 110^\circ$, $\angle B = 70^\circ$, $\angle C = 110^\circ$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\overline{CD} = \overline{DA} = 6\,\text{cm}$

③ $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\text{cm}$

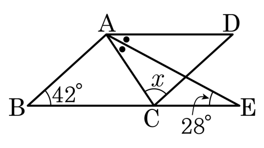
④ $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$

⑤ $\overline{OA} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OC} = 3\,\text{cm}$, $\overline{OD} = 3\,\text{cm}$

해설

① 두 쌍의 대각의 크기가 같아 평행사변형이다.

10. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AC}$ 를 긋고 $\angle DAC$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 의 연장선과 만나는 점을 E 라 한다. 이 때, $\angle B = 42°$, $\angle E = 28°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



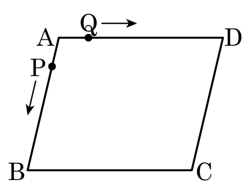
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 82 °

해설

$\angle B = \angle D = 42°$
$\angle AEC = \angle EAD = 28°$ (엇각)
따라서 $\angle CAD = 28° \times 2 = 56°$
$\triangle ACD$ 에서 $\angle x = \angle ACD = 180° - (56° + 42°) = 82°$

11. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{AD} = 12\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 의 변 위를 점 P 는 매초 0.2cm 의 속도로 점 A 에서 B 를 지나 C 까지 움직이고, 점 Q 는 매초 0.3cm 의 속도로 점 A 에서 D 를 지나 C 까지 움직인다. 점 P , Q 가 점 A 를 동시에 출발하고부터 △ABP 와 △CDQ 가 합동이 되는 것은 몇 초 후인지 구하여라.



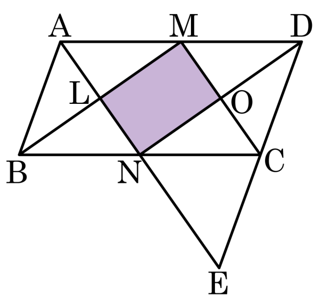
▶ 답 : ________ 초 후

▷ 정답 : 32 초 후

해설

△ABP 와 △CDQ 가 합동일 때 점 P 는 $\overline{BC}$ 위에, 점 Q 는 $\overline{AD}$ 위에 있고, $\overline{BP} = \overline{DQ}$ 일 때이다.
점 A 에서 출발한 점 P, Q 가 만든 삼각형이 합동이 될 때까지 걸린 시간을 x 라 할 때
$0.2x - 4 = 12 - 0.3x$ 이다.
$\therefore x = 32$(초 후)

12. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 AD, BC 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, 선분 AN 의 연장선과 변 DC 의 연장선이 만나는 점을 E 라 하였다. 삼각형 ADE 의 넓이가 24 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\angle ANB = \angle ENC$ (맞꼭지각)

$\overline{BN} = \overline{CN}$, $\angle ABN = \angle ECN$ (선분 AB 와 CE 가 평행)

$\therefore\ \triangle ABN \equiv \triangle ECN$ (ASA 합동)

$$\begin{aligned}\triangle ADE &= \square ADCN + \triangle ECN \\ &= \square ADCN + \triangle ABN \\ &= \square ABCD \\ &= 24\end{aligned}$$

선분 MN 을 그으면 $\overline{MN} \parallel \overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로,

$$\begin{aligned}\square LMON &= \triangle LMN + \triangle OMN \\ &= \frac{1}{4}\square AMND + \frac{1}{4}\square DCNM \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\square ABCD + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\square ABCD \\ &= \frac{1}{4}\square ABCD \\ &= \frac{1}{4} \times 24 \\ &= 6\end{aligned}$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 6 이다.