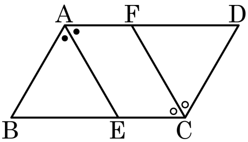
1. 다음 그림의 평행사변형ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와의 교점을 E, F 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DF}$

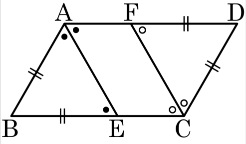
② $\angle BEA = \angle DFC$

③ $\overline{AF} = \overline{CE}$

④ $\overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\angle AEC = \angle BAD$

해설



$\angle BAD = 2\angle BEA$

$\angle BEA = \angle EAF$(엇각)

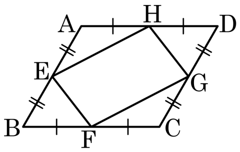
$= \angle BAE$

$\angle AEC = 180° - \angle BEA = 180° - \angle BAE$

따라서 $\angle AEC = \angle BAD$ 인 것은 $\angle BAE = 60°$ 일 때만 성립한다.

그런데 $\angle BAE$는 알 수 없으므로 $\angle AEC \neq \angle BAD$

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 차례로 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 어떤 사각형인지 구하여라.



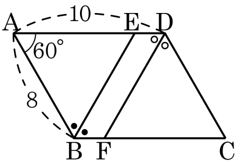
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이다.
SAS 합동 조건에 따라 $\triangle AEH \equiv \triangle FCG$, $\triangle EBF \equiv \triangle HGD$ 이므로
$\overline{EH} = \overline{FG}$, $\overline{EF} = \overline{HG}$ 이다.
두 쌍의 대응변의 길이가 같으므로 사각형 HEFG 는 평행사변형이다.

3. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 와 $\angle D$ 의 이등분선일 때, □BEDF 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\angle EBF = \angle BEA$($\because$ 엇각)

따라서 $\triangle ABE$ 는 $\overline{AB} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이고 세 각의 크기가 모두 $60°$ 이므로 정삼각형이다.

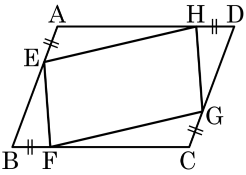
따라서 $\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 10 - 8 = 2$ 이다.

$\overline{BE} = \overline{AB} = 8$ 이므로

□BEDF는 평행사변형이다.

$\therefore$ □BEDF 의 둘레의 길이는 $2 \times (8 + 2) = 20$ 이다.

4. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH}$ 일 때, □EFGH 는 평행사변형이 된다. 그 이유를 고르면?



① $\overline{EH} = \overline{FG}$

② $\overline{EH} // \overline{FG}$, $\overline{EF} // \overline{HG}$

③ $\overline{EH} // \overline{FG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$

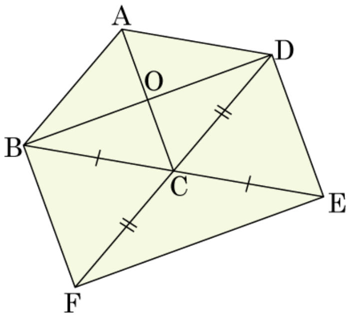
④ $\overline{EF} = \overline{HG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$

⑤ $\angle EFG = \angle GHE$

해설

$\triangle AEH \equiv \triangle CGF$(SAS합동)
$\triangle BFE \equiv \triangle DHG$(SAS합동)
$\therefore \overline{EF} = \overline{HG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$

5. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC , DC 를 점 C 쪽으로 연장하여 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 가 되게 점 E, F 를 잡을 때, 그림에서 평행사변형을 모두 찾고, 각각 어떠한 조건으로 평행사변형이 되는지 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : □ABFC (한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.)

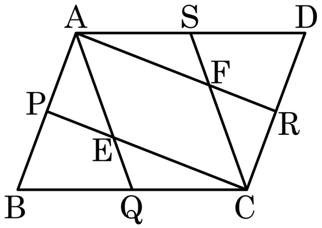
▷ 정답 : □ACED (한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.)

▷ 정답 : □BFED (두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.)

해설

$\overline{AB} // \overline{CF}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{CF}$ 이므로 □ABFC 는 평행사변형이다.
$\overline{AD} // \overline{CE}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{CE}$ 이므로 □ACED 는 평행사변형이다.
$\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 이므로 □BFED 는 평행사변형이 된다.

6. 평행사변형 ABCD 에서 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 그림에서 생기는 평행사변형은 □ABCD 를 포함해서 몇 개인지를 구하여라.

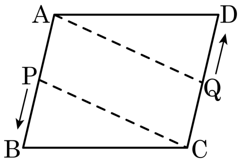


① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

□ABCD, □AQCS, □APCR, □AECF

7. $\overline{AB} = 100\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 초속 4cm 의 속도로 A 에서 출발하여 B 쪽으로, 점 Q 는 매초 7cm 의 속도로 $\overline{CD}$ 위를 C 에서 출발하여 D 쪽으로 움직이고 있다. P 가 출발한 지 9 초 후에 Q 가 출발할 때, 처음으로 $\overline{AQ} // \overline{PC}$ 가 되는 것은 P 가 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라.



▶ 답 : ____ 초

▷ 정답 : 21 초

해설

Q 가 출발한지 t 초 후의

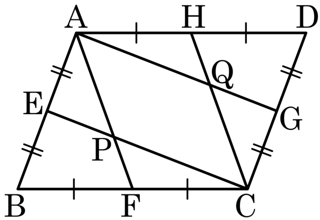
P 가 움직인 거리 : $\overline{AP} = 4(9+t)$

Q 가 움직인 거리 : $\overline{CQ} = 7t$

$\overline{AP} = \overline{CQ}$ 에서 $4(9+t) = 7t$ 이므로 $t = 12$

$\therefore 12 + 9 = 21$ (초) 후이다.

8. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 잡아 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$, $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, □ABCD를 제외한 평행사변형은 □AECG , □AFCH , □APCQ 이다. 각각의 평행사변형이 되는 조건을 순서대로 나열한 것은?



㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다. ㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다. ㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다. ㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. ㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

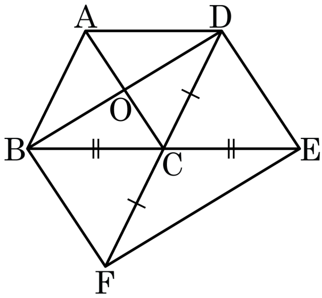
① ㉠, ㉡, ㉢　　② ㉤, ㉢, ㉠　　③ ㉤, ㉤, ㉠

④ ㉠, ㉢, ㉢　　⑤ ㉡, ㉤, ㉢

해설

□AECG는 $\overline{AE} // \overline{GC}$ 이고 $\overline{AE} = \overline{GC}$ 이다. (㉤)
□AFCH는 $\overline{AH} // \overline{FC}$ 이고 $\overline{AH} = \overline{FC}$ 이다. (㉤)
□APCQ는 $\overline{AP} // \overline{QC}$ 이고 $\overline{PC} // \overline{AQ}$ 이다. (㉠)

9. 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, DC 의 연장선 위에 $\overline{BC}=\overline{CE}$, $\overline{DC}=\overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □ABCD를 제외한 사각형이 평행사변형이 되는 조건은 보기에서 모두 몇 개인가?



보기

㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

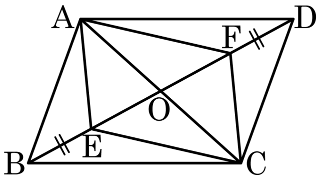
㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

평행사변형이 되는 조건은 □ABFC, □ACED가 평행사변형이되는 조건 ㉤과 □BFED가 평행사변형이 되는 조건 ㉣로 2개이다.

10. 다음은 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라 하고 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$가 되도록 두 점 E, F를 잡을 때, □AECF는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 평행사변형이 되는 어떤 조건을 이용한 것인가?



가정) □ABCD는 평행사변형 $\overline{BE} = \overline{DF}$
결론) □AECF는 평행사변형
증명) □ABCD는 평행사변형이므로
$\overline{OA} = \overline{OC} \cdots$ ㉠
$\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로
$\overline{OE} = \overline{OF} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

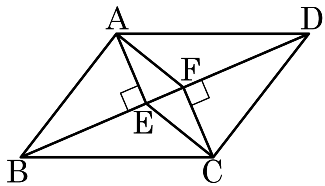
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

□ABCD는 평행사변형이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$이고, $\overline{BE} = \overline{DF}$이므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$이다.
따라서 □AECF는 평행사변형이다.

11. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 할 때, □AECF가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. △AED ≡ △CFB의 합동 조건은?



[가정] □ABCD는 평행사변형, $\angle AED = \angle CFB = 90°$

[결론] □AECF는 평행사변형

[증명] $\angle AED = \angle CFB$ (엇각)

$\overline{AE} /\!/ \overline{CF} \cdots$ ㉠

△AED와 △CFB에서

$\angle AED = \angle CFB = 90°$,

$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle ADE = \angle CBF$

따라서 △AED ≡ △CFB이다.

$\overline{AE} = \overline{CF} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

① SSS 합동　　② SAS 합동　　③ ASA 합동

④ RHA 합동　　⑤ RHS 합동

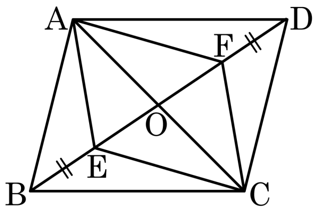
해설

△AED와 △CFB에서

$\angle AED = \angle CFB = 90°$, $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle ADE = \angle CBF$이므로

RHA 합동이다.

12. 다음은 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라 하고 대각선 BD 위에 $\overline{BE}=\overline{DF}$가 되도록 두 점 E, F를 잡을 때, □AECF는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



가정) □ABCD는 평행사변형, $\overline{BE}=\overline{DF}$

결론) □AECF는 평행사변형

증명) □ABCD는 평행사변형이므로

$\overline{OA}=\overline{OC}\cdots$ ㉠

$\overline{BE}=\overline{DF}$ 이므로

$\overline{OE}=\boxed{}\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

① $\overline{CO}$ ② $\overline{AF}$ ③ $\overline{OF}$ ④ $\overline{BE}$ ⑤ $\overline{CE}$

해설

□ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}$이고, $\overline{BE}=\overline{DF}$이므로 $\overline{OE}=\overline{OF}$이다.

따라서 □AECF는 평행사변형이다.