1. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{81} = \pm 9$

② 음수의 제곱근은 두 개이다.

③ 제곱근 0.49 는 ± 0.7 이다.

④ 6.4 의 제곱근은 0.8 이다.

⑤ 0 의 제곱근은 한 개이다.

해설

① $\sqrt{81} = 9$
② 음수의 제곱근은 없다.
③ 제곱근 $0.49 = \sqrt{0.49} = 0.7$
④ 6.4 의 제곱근 $= \pm\sqrt{6.4}$

2. 다음 보기에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고른 것은?

보기

(ㄱ) 49 의 제곱근은 ± 7 이다.

(ㄴ) $\sqrt{144}$ 의 제곱근은 ± 12 이다.

(ㄷ) 200 의 제곱근은 ± 20 이다.

(ㄹ) -4 의 제곱근은 없다.

(ㅁ) $-\sqrt{25}$ 는 -5 와 같다.

① (ㄱ),(ㄴ) ② (ㄴ),(ㄷ),(ㅁ) ③ (ㄴ),(ㄷ)

④ (ㄴ),(ㄹ),(ㅁ) ⑤ (ㄴ),(ㄷ),(ㄹ)

해설

(ㄴ) ($\sqrt{144}$ 의 제곱근)= (12 의 제곱근)= $\pm\sqrt{12}$

(ㄷ) (200 의 제곱근)= $\pm 10\sqrt{2}$

3. $3.\dot{9}$ 의 음의 제곱근을 a 라고 할 때, a 의 값을 구하면?

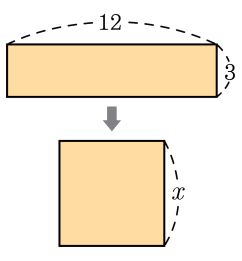
① -12　② -6　③ -4

④ -2　⑤ $-\sqrt{3.9}$

해설

$3.\dot{9} = \dfrac{39-3}{9} = 4$, 4 의 음의 제곱근은 -2

4. 다음 그림과 같이 가로가 12 이고 세로가 3 인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 그리려고 한다. 이 정사각형의 한 변 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 6$

해설

직사각형의 넓이를 구해보면 $12 \times 3 = 36$ 이 된다. 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 만들려면 $x^2 = 36$ 을 만족하여야 한다. 즉, 36 의 제곱근을 구하면 되는 것이다. 36 의 제곱근은 ± 6 이다. 그러므로 정사각형 한 변 x 의 길이는 6 이 된다.

5. 다음 중 제곱근을 나타낼 때, 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{36}$ ② 169 ③ $3.\dot{9}$ ④ $\frac{98}{2}$ ⑤ 0.4

해설

①($\sqrt{36}$ 의 제곱근)= 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$

② $169 = 13^2$ 이므로 169 의 제곱근은 ± 13

③ $3.\dot{9} = \frac{36}{9} = 4$ 이므로 $3.\dot{9}$ 의 제곱근은 ± 2

④ $\frac{98}{2} = 49$ 이므로 $\frac{98}{2}$ 의 제곱근은 ± 7

⑤ 0.4 의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.4}$

6. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(\sqrt{a})^2 = a$　② $(-\sqrt{a})^2 = a$　③ $-\sqrt{a^2} = -a$

④ $-\sqrt{(-a)^2} = a$　⑤ $\sqrt{(-a)^2} = a$

해설

④ $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -|a| = -a$

7. $A = \sqrt{81} + \sqrt{(-7)^2} \div \sqrt{\frac{49}{16}} - \left(-\sqrt{6}\right)^2$ 일 때, A^2 의 값은?

① 1 ② $\frac{6}{7}$ ③ 7 ④ $\frac{36}{49}$ ⑤ 49

해설

$A = 9 + 7 \div \frac{7}{4} - 6 = 9 + 4 - 6 = 7$

$\therefore A^2 = 49$

8. $a > 0$ 일 때, 다음 계산에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.

㉠ $-\sqrt{121a^2} - \sqrt{(-7a)^2} = -4a$
㉡ $\sqrt{25a^2} + \sqrt{(-6a)^2} = -a$
㉢ $-\sqrt{(-4a)^2} \times \dfrac{\sqrt{25a^2}}{a^2} = -20a$
㉣ $9\sqrt{a^2} + \sqrt{(-6a)^2} - \sqrt{a^2} = 14a$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $-\sqrt{121a^2} - \sqrt{(-7a)^2} = -11a - 7a = -18a$

㉡ $\sqrt{25a^2} + \sqrt{(-6a)^2} = 5a + 6a = 11a$

㉢ $-\sqrt{(-4a)^2} \times \dfrac{\sqrt{25a^2}}{a^2} = -4a \times \dfrac{5a}{a^2} = -20$

9. $\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값 중 가장 큰 두 자리 자연수는?

① 5 ② 70 ③ 81 ④ 89 ⑤ 99

해설

$11+x$ 가 제곱수가 되어야 한다.
$\sqrt{11+x}$ 가 자연수가 되게 하는 가장 큰 두 자리 x 값은
$\sqrt{11+x} = \sqrt{81}$ $\therefore x = 70$
$\sqrt{11+x} = \sqrt{100}$ $\therefore x = 89$
$\sqrt{11+x} = \sqrt{121}$ $\therefore x = 110$
110은 세자리 수 이므로 $x = 89$ 이다.

10. $\sqrt{24+x}=7$ 을 만족하는 x 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

① 16　② 25　③ 32　④ 36　⑤ 38

해설

$(\sqrt{24+x})^2=7^2$

$24+x=49$

$\therefore x=25$

11. $\sqrt{28-x}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값이 아닌 것을 고르면?

① 3 ② 5 ③ 12 ④ 19 ⑤ 27

해설

28 보다 작은 제곱수는 $1, 4, 9, 16, 25$

② $\sqrt{28-5} = \sqrt{23}$

23 은 제곱수가 아니므로 $x = 5$

12. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하여라.

$$\frac{1}{3},\ \sqrt{\frac{1}{3}},\ -\sqrt{12},\ -2,\ \sqrt{0.6}$$

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{3}$

해설

$\sqrt{0.6},\ \sqrt{\frac{1}{3}},\ \frac{1}{3},\ -2,\ -\sqrt{12}$ 의 순서이므로 세 번째에 오는 수는 $\frac{1}{3}$ 이다.

13. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 네 번째에 오는 수는?

$$4,\ \sqrt{\frac{1}{2}},\ -\sqrt{12},\ -2,\ \sqrt{3}$$

① 4　② $\sqrt{\frac{1}{2}}$　③ $-\sqrt{12}$

④ -2　⑤ $\sqrt{3}$

해설

$4,\ \sqrt{3},\ \sqrt{\frac{1}{2}},\ -2,\ -\sqrt{12}$ 의 순서이므로 네 번째에 오는 수는 -2 이다.

14. $\sqrt{(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})^2}-\sqrt{(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})^2}$을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$2\sqrt{5}=\sqrt{20}>\sqrt{18}=3\sqrt{2}$이므로

$$\begin{aligned}&\sqrt{(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})^2}-\sqrt{(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})^2}\\&=2\sqrt{5}-3\sqrt{2}+(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})\\&=0\end{aligned}$$

15. $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$\sqrt{3}-1>0$ 이므로 $\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}=\sqrt{3}-1$

$\sqrt{3}-2<0$ 이므로

$\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}=-(\sqrt{3}-2)=-\sqrt{3}+2$

$\therefore \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}$

$=\sqrt{3}-1-\sqrt{3}+2=1$

16. 다음 $3 < x < 5$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sqrt{2} < x$　② $\sqrt{3} < x$　③ $x < 2\sqrt{2}$

④ $x < 4\sqrt{2}$　⑤ $x < 5\sqrt{3}$

해설

$2\sqrt{2} < 3 < x$ 이므로 ③은 옳지 않다.

17. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다. 이 때, $N(1) + N(2) + \cdots + N(9) + N(10)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

$\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$ 이므로
$N(1), N(2), N(3) = 1$
$N(4), N(5), \cdots, N(8) = 2$
$N(9), N(10) = 3$
$\therefore N(1) + N(2) + \cdots + N(9) + N(10)$
$= 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$

18. 다음 식을 만족하는 x의 값 중에서 유리수가 아닌 것을 고르면?

① $\dfrac{\sqrt{x}}{3} = \dfrac{1}{6}$　② $\sqrt{2x} = 4$　③ $\dfrac{x^2}{6} = \dfrac{1}{3}$

④ $2x + 1 = 1$　⑤ $2x - 1 = 0.\dot{7}$

해설

③ $\dfrac{x^2}{6} = \dfrac{1}{3}$ 이면 $x^2 = 2$

$\therefore x = \pm\sqrt{2}$ 이다.

19. 다음 중 각 식을 만족하는 x 의 값이 무리수인 것을 모두 고르면?

㉠ $x^2 = 9$	㉡ $x^2 = 121$	㉢ $x^2 = \frac{16}{25}$
㉣ $x^2 = \frac{8}{49}$	㉤ $x^2 = 7$	

① ㉠,㉡ ② ㉡,㉢ ③ ㉢,㉣ ④ ㉢,㉤ ⑤ ㉣,㉤

해설

㉠ $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$

㉡ $x^2 = 121 \Rightarrow x = \pm 11$

㉢ $x^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow x = \pm \frac{4}{5}$

㉣ $x^2 = \frac{8}{49} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{8}}{7}$

㉤ $x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm \sqrt{7}$

20. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 는 자연수가 아니다.
㉡ $3\sqrt{4}$ 는 무리수이다.
㉢ $\sqrt{0.01}$ 는 정수가 아닌 유리수이다.
㉣ $\sqrt{9}\times\frac{\sqrt{4}}{4}$ 는 자연수이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 는 무리수이다.

㉡ $3\sqrt{4}$ 는 6이므로 자연수이므로 무리수가 아니다.

㉢ $\sqrt{0.01}=0.1$ 이므로 정수가 아닌 유리수이다.

㉣ $\sqrt{9}\times\frac{\sqrt{4}}{4}=3\times\frac{2}{4}=\frac{3}{2}$ 이므로 자연수가 아니다.

21. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① 두 유리수 $\frac{1}{5}$ 과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

② 두 무리수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

③ $\sqrt{5}$ 에 가장 가까운 유리수는 2 이다.

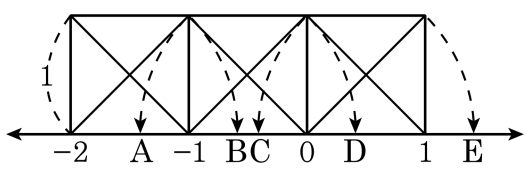
④ 서로 다른 두 유리수의 합은 반드시 유리수이지만, 서로 다른 두 무리수의 합 또한 반드시 무리수이다.

⑤ 실수와 수직선 위의 점 사이에는 일대일 대응이 이루어진다.

해설

③ $\sqrt{4}$와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재 한다.
④ 두 무리수를 더해 유리수가 될 수도 있다.
예) $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$

22. 다음 그림과 같이 수직선 위에 세 정사각형이 있을 때, $1-\sqrt{2}$ 에 대응하는 점을 구하여라.



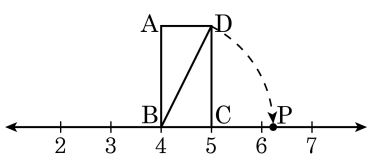
▶ 답:

▷ 정답: C

해설

1 을 기준으로 $\sqrt{2}$ 만큼 왼쪽으로 간 점이므로 점 C 이다.

23. 다음 그림과 같은 수직선 위에 가로의 길이가 1 , 세로의 길이가 2 인 직사각형 ABCD 를 그렸다. 수직선 위의 점 P 에 대응하는 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $4+\sqrt{5}$

해설

$1^2+2^2=\left(\sqrt{5}\right)^2$

직사각형 대각선의 길이는 $\sqrt{5}$ 이므로 점 P 에 대응하는 값은 $4+\sqrt{5}$ 이다.

24. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 두 자연수 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

㉡ $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

㉢ 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.

㉣ -2와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4개의 정수가 있다.

㉤ 1과 2사이에는 2개의 무리수가 있다.

㉥ $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$사이에는 1개의 자연수가 있다.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

해설

㉠. ○ 두 자연수 2 와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
㉡. ○ $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
㉢. × 수직선은 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.(유리수에 대응하는 점을 메울 수 없다.)
㉣. × -2 와 $\sqrt{2}$ 사이에는 4 개의 정수가 있다.(-1, 0, 1 3개가 있다.)
㉤. × 1 과 2 사이에는 2 개의 무리수가 있다.(무수히 많은 무리수가 있다.)
㉥. × $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 1 개의 자연수가 있다.($\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{7}$ 사이에는 자연수가 없다.)

25. -5 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 무수히 많은 실수가 있다.

② 무수히 많은 무리수가 있다.

③ 무수히 많은 유리수가 있다

④ 자연수가 2 개 있다.

⑤ 정수가 6 개 있다.

해설

$\sqrt{5} \fallingdotseq 2.23..$ 이므로
-5 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2$ 의 7 개의 정수가 있다.

26. $a = 6 - \sqrt{5}$, $b = 1 + 2\sqrt{5}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a + b < 0$　② $a - b > 0$　③ $a - 4 < 0$

④ $b - 4 < 0$　⑤ $2a + b > 15$

해설

① $a + b = 6 - \sqrt{5} + 1 + 2\sqrt{5} = 7 + \sqrt{5} > 0$

② $a - b = 6 - \sqrt{5} - 1 - 2\sqrt{5} = 5 - 3\sqrt{5} < 0$

④ $b - 4 = 1 + 2\sqrt{5} - 4 = 2\sqrt{5} - 3 > 0$

⑤ $2a + b = 12 - 2\sqrt{5} + 1 + 2\sqrt{5} = 13 < \sqrt{15}$

27. 다음에 주어진 수를 크기가 작은 것부터 차례로 나열할 때, 세 번째에 해당하는 것은?

① $\sqrt{5}+\sqrt{2}$ ② $-\sqrt{5}$ ③ -2

④ $\sqrt{5}+1$ ⑤ $-2-\sqrt{5}$

해설

양수는 음수보다 크므로 양수는 양수끼리, 음수는 음수끼리 비교한다.

i) $-\sqrt{5}-(-2)=-\sqrt{5}+\sqrt{4}<0$

$\therefore\ -\sqrt{5}<-2$

ii) $-\sqrt{5}-(-2-\sqrt{5})=2>0$

$\therefore\ -\sqrt{5}>-2-\sqrt{5}$

iii) $\sqrt{5}+\sqrt{2}-(\sqrt{5}+1)=\sqrt{2}-1>0$

$\therefore\ \sqrt{5}+\sqrt{2}>\sqrt{5}+1$

따라서 주어진 수의 순서는

$-2-\sqrt{5}<-\sqrt{5}<-2<\sqrt{5}+1<\sqrt{5}+\sqrt{2}$

28. 아래 수직선 위의 점 A, B, C, D, E 와 보기의 수가 잘못 연결된 것을 모두 고르면?

보기

$-\sqrt{9}, 1-\sqrt{2}, \sqrt{7}, \frac{2}{3}, -\sqrt{3}+5$

① A : $-\sqrt{9}$ ② B : $-\sqrt{3}+5$ ③ C : $\frac{2}{3}$

④ D : $\sqrt{7}$ ⑤ E : $1-\sqrt{2}$

해설

$-\sqrt{9} = -3$

$-2 < -2\sqrt{2} < -1$ 이므로 $-1 < 1-\sqrt{2} < 0$

$\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ 이므로 $2 < \sqrt{7} < 3$

$-2 < -\sqrt{3} < -1$ 이므로 $3 < -\sqrt{3}+5 < 4$

29. 다음은 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{13}-6$ 에 대응하는 점은 B 이다.

② 점 A 와 C 사이의 양의 정수는 세 개이다.

③ $-\sqrt{7}+5$ 는 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.

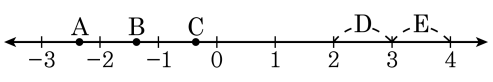
④ $\sqrt{5}+1$ 이 속하는 구간은 E 이다.

⑤ $\sqrt{2}-1$ 은 $1-\sqrt{2}$ 보다 왼쪽에 위치한다.

해설

① $\sqrt{13}-6$ 에 대응하는 점은 A 이다.
② 점 A 와 C 사이의 양의 정수는 없다.
③ 무리수는 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 없다.
⑤ $\sqrt{2}-1$ 은 $1-\sqrt{2}$ 보다 오른쪽에 위치한다.

30. 다음은 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $2\sqrt{3}$은 대응하는 점은 E구간 안에 있다.

② D 구간에는 유한 개의 유리수가 존재한다.

③ $\sqrt{3}+1$은 $3-\sqrt{3}$보다 오른쪽에 위치한다.

④ 점 B와 점 D 사이의 정수는 모두 3개이다.

⑤ $2\sqrt{5}+2$는 점 D에 대응한다.

해설

② D 구간에는 무한개의 유리수가 존재한다.

31. 실수 a, b 에 대하여 $a < 0$, $0 < b < 1$ 이다. $\sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$ 을 간단히 하였을 때 a, b 의 계수와 상수항의 합은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$a < 0, 0 < b < 1$ 이므로

$a - b < 0,\ 1 - b > 0$

$\therefore \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{(a-b)^2} + \sqrt{(1-b)^2}$

$= |-2a| - |a-b| + |1-b|$

$= -2a + a - b + 1 - b$

$= -a - 2b + 1$

따라서 구하는 값은 $-1 - 2 + 1 = -2$ 이다.

32. $\sqrt{19+x}$ 와 $\sqrt{120x}$ 가 모두 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$\sqrt{19+x}$ 가 자연수가 되려면 $19+x = 25, 36, 49, \cdots$ $\therefore x = 6, 17, 30 \cdots$ ㉠

$\sqrt{120x} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times x}$ 가 자연수가 되려면 $\therefore x = 2 \times 3 \times 5, 2^3 \times 3 \times 5, \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 가장 작은 자연수 x는 30 이다.

33. 두 수 2 와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

① 18 개 ② 19 개 ③ 20 개 ④ 21 개 ⑤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로
제곱하면 $4 < n < 25$ ····· ㉠
㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5,\ 6,\ \cdots\cdots,\ 24$ 의 20개, 그런데 이 중에서 $9,\ 16$ 은 $\sqrt{9} = 3,\ \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2개를 제외한 18개만이 무리수이다.