

1. $A = \{\phi, x, \{x, y\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\phi \subset A$

② $\{\phi\} \subset A$

③ $\{x, y\} \subset A$

④ $\{x, y\} \in A$

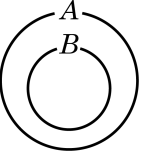
⑤ $x \in A$

해설

③ $\{x, y\}$ 는 A 의 원소이다.

$\therefore \{x, y\} \in A$

2. 집합 B 가 $\{1, 3, 7\}$ 일 때, 다음 중 아래 벤 다이어그램을 만족하는 집합 A 가 될 수 있는 것은?

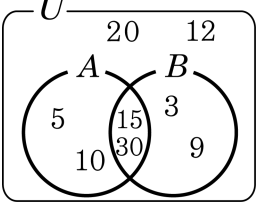


- ① $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{의 약수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 소수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 홀수}\}$

해설

- ① $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$
- ② $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- ③ $\{1, 7\}$
- ④ $\{2, 3, 5, 7\}$
- ⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

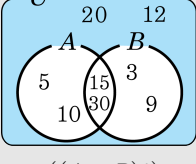
3. 다음 벤 다이어그램에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



- ① $n(U) = 8$
- ② $n(A - B) = 2$
- ③ $n(B - A) = 2$
- ④ $n((A \cup B)^c) = 3$
- ⑤ $n(A^c) = 4$

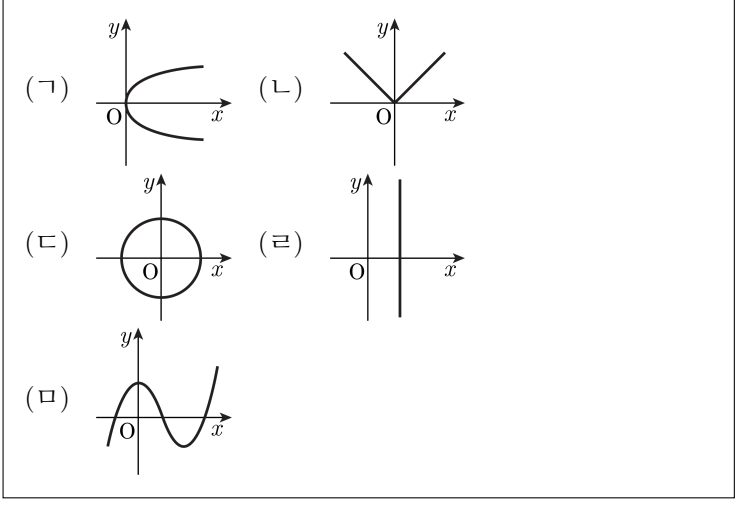
해설

④ $(A \cup B)^c$ 을 색칠하면 다음 부분과 같다.



$\therefore n((A \cup B)^c) = 2$

4. 다음의 곡선 중 $f : x \rightarrow y$ 인 함수의 그래프가 되는 것을 모두 고르면?



- ① (㉡), (㉢)
- ② (㉡), (㉣)
- ③ (㉡), (㉤)
- ④ (㉡), (㉣), (㉤)
- ⑤ (㉠), (㉡), (㉢), (㉣), (㉤)

해설

- (㉠) $x > 0$ 인 x 에 대하여 y 가 두 개씩 대응하므로 함수의 그래프가 아니다.
- (㉡) 모든 x 에 대하여 y 가 하나씩 대응하므로 함수의 그래프가 된다.
- (㉢) 정의역 안에 있는 x 에 대하여 y 가 하나 또는 두 개씩 대응하므로 함수가 아니다.
- (㉣) 어떤 x 에 대해서는 무수히 많은 y 가 대응하므로 함수가 아니다.
- (㉤) 모든 x 에 대하여 y 가 하나씩 대응하므로 함수가 된다.

5. 다음 중 $2x = 3y$ 일 때, $\frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면? (단, $xy \neq 0$)

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{12}{17}$ ④ 7 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} x = \frac{3}{2}y &\Rightarrow \frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2} \\ &= \frac{2 \cdot \frac{9}{4}y^2 + \frac{3}{2}y^2 - 3y^2}{\frac{9}{4}y^2 + 2y^2} = \frac{12}{17} \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} x &= 3k, y = 2k \ (k \neq 0) \\ \frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2} &= \frac{2(3k)^2 + 3k \times 2k - 3(2k)^2}{(3k)^2 + 2(2k)^2} \\ &= \frac{12k^2}{17k^2} = \frac{12}{17} \end{aligned}$$

6. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 이 성립할 때, $x + y$ 의 최댓값은?

① $\sqrt{7}$

② 3

③ $\sqrt{13}$

④ 5

⑤ 12

해설

코시-슈바르츠부등식에 의해서

$$(2^2 + 3^2) \left\{ \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \left(\frac{y}{3} \right)^2 \right\} \geq (x + y)^2$$

$13 \geq (x + y)^2$ 이므로

$$-\sqrt{13} \leq x + y \leq \sqrt{13}$$

$\therefore x + y$ 의 최댓값은 $\sqrt{13}$

7. 두 함수 f, g 가 $f(x) = 2x - 3$, $g(2x - 1) = -6x + 5$ 를 만족할 때, $(f \circ g)(5)$ 의 값은? (단, $f \circ g$ 는 g 와 f 의 합성함수이다.)

① 18 ② 12 ③ -15 ④ -24 ⑤ -29

해설

$$(f \circ g)(5) = f(g(5))$$

$2x - 1 = 5$ 에서 $x = 3$ 이므로

$$g(5) = -6 \cdot 3 + 5 = -13$$

$$\therefore (f \circ g)(5) = f(-13) = 2 \cdot (-13) - 3 = -29$$

8. 함수 $f(x) = 2x + 6$, $g(x) = ax - 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{5}{6}$

③ 1

④ 2

⑤ 6

해설

$$(f \circ g)(x) = 2g(x) + 6 = 2(ax - 1) + 6 \\ = 2ax + 4 \cdots \textcircled{A}$$

$$(g \circ f)(x) = af(x) - 1 = a(2x + 6) - 1 \\ = 2ax + 6a - 1 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } 2ax + 4 = 2ax + 6a - 1$$

$$4 = 6a - 1$$

$$\therefore a = \frac{5}{6}$$

9. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - |b|$ 를 간단히 하면?

① $-2a$

② $-a$

③ $a - 2b$

④ a

⑤ 0

해설

$a \geq 0, b < 0$

$|a-b| - |b| = (a-b) + b = a$

10. 함수 $y = \frac{1-2x}{x-2}$ 의 그래프는 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 시킨 것이다. 여기서 $k+a+b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$y = \frac{-2x+1}{x-2} = \frac{-2(x-2)-3}{x-2} = \frac{-3}{x-2} - 2$$

따라서 주어진 함수의 그래프는 $y = \frac{-3}{x}$ 의

그래프를 x 축의 방향으로 2만큼,

y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동 시킨 것이므로

$$k = -3, a = 2, b = -2$$

$$\therefore k+a+b = -3+2-2 = -3$$

11. 원소의 개수가 3 인 집합 A 가 다음 조건을 만족한다.

(가) $5 \in A$
(나) $x \in A$ 이면 $\frac{1}{1-x} \in A$

이 때 집합 A 의 모든 원소의 곱은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$5 \in A \text{ 이므로 } \frac{1}{1-5} = -\frac{1}{4} \in A$$
$$\text{또 } \frac{1}{1-\left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{1}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{5} \in A$$
$$\frac{1}{1-\frac{4}{5}} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5 \in A$$
$$A = \left\{-\frac{1}{4}, \frac{4}{5}, 5\right\} \text{ 에서 } A \text{ 의 모든 원소의 곱은 } -\frac{1}{4} \times \frac{4}{5} \times 5 = -1 \text{ 이다.}$$

12. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $A = \{x|x \text{는 짝수}\}$ 이면 A 는 유한집합이다.
- ② $B = \{0, 1, 2\}$ 이면 $2 \in B$ 이다.
- ③ $C = \{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$ 이면 $n(C) = 1$ 이다.
- ④ $D = \{x|x \text{는 } 6 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 이면 $D = \emptyset$ 이다.
- ⑤ $n(\{0, 1, 4\}) - n(\{1, 2\}) = 1$ 이다.

해설

- ① $A = \{x|x \text{는 짝수}\}$ 이면 A 는 무한집합이다.
- ③ $C = \{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$ 이면 $n(C) = 0$ 이다.
- ④ $D = \{x|x \text{는 } 6 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 이면 $D = \{2, 4\}$ 이다.

13. 두 집합 $A = \{(x, y) \mid xy > 0\}$, $B = \{(x, y) \mid |x + y| < |x| + |y|\}$ 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $A \subset B$
- ② $B \subset A$
- ③ $A = B$
- ④ $A \cap B = \emptyset$
- ⑤ $A \neq B$

해설

$A : xy > 0, B : |x + y| < |x| + |y|$ 에서
양변이 모두 양수이므로 제곱하여 정리하면
 $x^2 + 2xy + y^2 < x^2 + 2|xy| + y^2, xy < |xy|$
 $\therefore xy < 0$ 이므로 $A \cap B = \emptyset$

14. 부등식 $a^2 + b^2 > 2(a + b - 1)$ 이 성립하지 않도록 하는 실수 a, b 에 대하여, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

준식을 정리하면

$$a^2 - 2a + 1 + b^2 - 2b + 1 > 0, (a - 1)^2 + (b - 1)^2 > 0$$

따라서 $a = 1, b = 1$ 일 때만 이 부등식이 성립하지 않는다.

$$\therefore a + b = 2$$

15. 직선 $y = m|x - 1| + 2$ 와 x 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 10 일 때, m 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$
- ② $\frac{2}{5}$
- ③ $-\frac{1}{5}$
- ④ $-\frac{2}{5}$
- ⑤ 1

해설

$y = m|x - 1| + 2$
i) $x \geq 1$ 일 때 $y = mx - m + 2 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
ii) $x < 1$ 일 때 $y = m - mx + 2 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 m 에 관계없이 정점 (1, 2)을 지난다.

x 절편은 $\textcircled{\text{㉠}}$ 에서 $x = \frac{m-2}{m}$

$\textcircled{\text{㉡}}$ 에서 $x = \frac{m+2}{m}$

그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이는

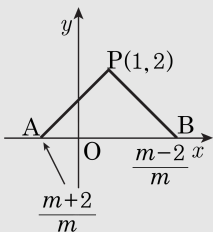
$$\frac{m-2}{m} - \frac{m+2}{m} = \frac{-4}{m}$$

$\therefore \triangle PAB$ 의 면적이 10 이므로

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left(-\frac{4}{m}\right) = 10$$

$$10m = -4$$

$$\therefore m = -\frac{2}{5}$$



해설

삼각형의 넓이가 10 일 때 높이가 2이므로

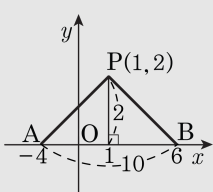
$$\overline{AB} = 10$$

즉 그래프의 x 절편이 -4, 6이다.

$y = m|x - 1| + 2$ 에 (6, 0)을 대입하면

$$0 = m|6 - 1| + 2, 5m = -2$$

$$\therefore m = -\frac{2}{5}$$



16. x 의 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 에 대해 $A = \{x \mid f(x) - g(x) = 0\}$, $B = \{x \mid f(x) = 0, g(x) = 0\}$, $C = \{x \mid \{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 0\}$ 일 때, 다음 중 세 집합 A , B , C 사이의 포함 관계로 옳은 것을 고르면?

- ① $A \subset B \subset C$ ② $A \subset C \subset B$ ③ $B \subset A \subset C$
 ④ $B \subset C \subset A$ ⑤ $C \subset B \subset A$

해설

$$\begin{aligned} A &= \{x \mid f(x) - g(x) = 0\} = \{x \mid f(x) = g(x)\} \\ B &= \{x \mid f(x) = 0, g(x) = 0\} \\ &= \{x \mid f(x) = g(x) = 0\} \\ \therefore B &\subset A \quad \cdots \ominus \\ C &= \{x \mid \{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 0\} \\ &= \{x \mid f(x) = g(x) \text{ 또는 } f(x) = -g(x)\} \\ \therefore A &\subset C \quad \cdots \omin� \\ \omin�, \omin� &\text{에서 } B \subset A \subset C \end{aligned}$$

17. 두 집합 $A = \{1, a^2, 8\}$, $B = \{2, a + 2, 3a\}$ 에서 $A - B = \{1, 8\}$ 일 때 a 의 값은? (단, a 는 자연수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A = \{1, a^2, 8\}$, $B = \{2, a + 2, 3a\}$, $A - B = \{1, 8\}$ 이므로 $a^2 = 2$ 또는 $a^2 = a + 2$ 또는 $a^2 = 3a$ 이다.
 a 는 자연수이므로 $a^2 = 3a$ 에서 $a = 3$ 과 $a^2 = a + 2$ 에서 $a = 2$ 이다.

18. 네 명의 테니스 선수 정하, 준화, 경진, 선희가 토너먼트 경기를 하였다. 경기를 관람한 세 사람 A , B , C 에게 경기 결과를 물어 보았더니 다음과 같이 대답하였다.

A : 선희가 1 등, 경진이가 3 등을 했습니다.
 B : 준화가 2 등, 선희가 3 등을 했습니다.
 C : 정하가 1 등, 준화가 4 등을 했습니다.

이들 모두 두 선수의 순위를 대답했지만 그 두 선수의 순위 중 하나는 옳고 하나는 틀리다고 한다. 실제 선수들의 순위를 바르게 나열한 것은?

- ① 1등 : 경진, 2등 : 준화, 3등 : 정하, 4등 : 선희
- ② 1등 : 선희, 2등 : 준화, 3등 : 경진, 4등 : 준화
- ③ 1등 : 정하, 2등 : 준화, 3등 : 경진, 4등 : 선희
- ④ 1등 : 정하, 2등 : 경진, 3등 : 준화, 4등 : 선희
- ⑤ 1등 : 정하, 2등 : 준화, 3등 : 선희, 4등 : 경진

해설

만일, 선희가 1등한 것이 참이면 준화가 2등이고 정하가 1등이니 모순이다.
그러면, 경진이가 3등인 것이 참인데, 그렇게 되면 B 의 대답에서 선희가 3등이라는 것이 거짓이므로 준화가 2등이고 준화가 4등인 것이 거짓이므로 정하가 1등이다.
따라서 1등은 정하, 2등은 준화, 3등은 경진, 4등은 선희가 된다.

19. 농도가 다른 두 종류의 소금물 A, B가 있다. 30g의 소금물 A와 20g의 소금물 B를 섞으면 6%의 소금물이 되고, 20g의 소금물 A와 30g의 소금물 B를 섞으면 8%의 소금물이 된다고 한다. 이때, 이 두 종류의 소금물 A, B를 같은 양으로 섞으면 몇 %의 소금물이 되겠는가?
- ① 6.5% ② 7% ③ 7.5% ④ 8% ⑤ 8.5%

해설

소금물 A, B의 농도를 각각 $x\%$, $y\%$ 라 하면

$$\frac{x}{100} \cdot 30 + \frac{y}{100} \cdot 20 = \frac{6}{100} \cdot 50 \cdots \textcircled{㉠}$$
$$\frac{x}{100} \cdot 20 + \frac{y}{100} \cdot 30 = \frac{8}{100} \cdot 50 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을 하여 정리하면

$$x + y = 14$$

한편, 두 종류의 소금물 A, B를 똑같이 a g씩 섞는다면, 구하는 농도는

$$\frac{\frac{x}{100} \times a + \frac{y}{100} \times a}{2a} \times 100$$
$$= \frac{a \times \frac{x+y}{100}}{2a} \times 100$$
$$= \frac{x+y}{2} = \frac{14}{2} = 7(\%)$$

20. 양수 a 의 소수 부분을 b 라 할 때, $a^2 + b^2 = 8$ 을 만족하는 a 의 값을 구하면?

㉠ $1 + \sqrt{3}$

㉡ $2 + \sqrt{3}$

㉢ $2 - \sqrt{3}$

㉣ $1 - \sqrt{3}$

㉤ $3 + 2\sqrt{3}$

해설

(i) a 가 정수일 때,

$$b = 0, a^2 = 8 \Rightarrow a = 2\sqrt{2} \text{ (모순)}$$

(ii) $a > 0$, 정수가 아닐 때 $b \neq 0$

a 의 정수부분을 k 라 하면

$a = k + b$ ($0 < b < 1$)이라 하면

$$a^2 + b^2 = 8 \text{ 에서 } b^2 = 8 - a^2$$

$$0 < 8 - a^2 < 1, \sqrt{7} < a < \sqrt{8}$$

$$\therefore k = 2 \quad \therefore b = a - 2$$

$$a^2 + (a - 2)^2 = 2a^2 - 4a + 4 = 8$$

$$a^2 - 2a - 2 = 0, a = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$\therefore a = 1 + \sqrt{3} (\because a > 0)$$