

1. $A = \{\phi, x, \{x, y\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\phi \subset A$

② $\{\phi\} \subset A$

③ $\{x, y\} \subset A$

④ $\{x, y\} \in A$

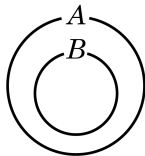
⑤ $x \in A$

해설

③ $\{x, y\}$ 는 A 의 원소이다.

$\therefore \{x, y\} \in A$

2. 집합 B 가 $\{1, 3, 7\}$ 일 때, 다음 중 아래 벤 다이어그램을 만족하는 집합 A 가 될 수 있는 것은?

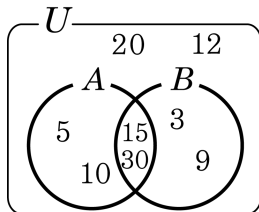


- ① $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{의 약수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 소수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 홀수}\}$

해설

- ① $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$
- ② $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- ③ $\{1, 7\}$
- ④ $\{2, 3, 5, 7\}$
- ⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

3. 다음 벤 다이어그램에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



① $n(U) = 8$

② $n(A - B) = 2$

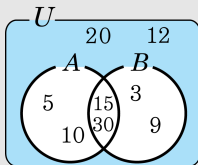
③ $n(B - A) = 2$

④ $n((A \cup B)^c) = 3$

⑤ $n(A^c) = 4$

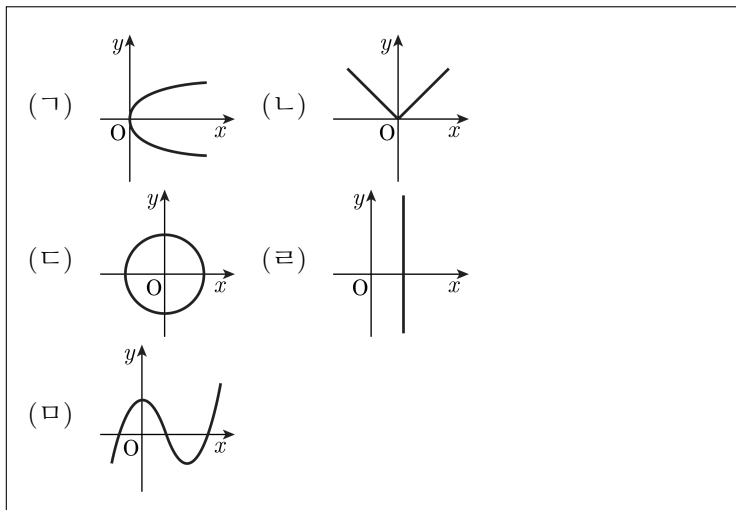
해설

④ $(A \cup B)^c$ 을 색칠하면 다음 부분과 같다.



$\therefore n((A \cup B)^c) = 2$

4. 다음의 곡선 중 $f: x \rightarrow y$ 인 함수의 그래프가 되는 것을 모두 고르면?



① (ㄴ), (ㄷ)

② (ㄴ), (ㄹ)

③ (ㄴ), (ㅁ)

④ (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)

⑤ (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ), (ㅁ)

해설

(ㄱ) $x > 0$ 인 x 에 대하여 y 가 두 개씩 대응하므로 함수의 그래프가 아니다.

(ㄴ) 모든 x 에 대하여 y 가 하나씩 대응하므로 함수의 그래프가 된다.

(ㄷ) 정의역 안에 있는 x 에 대하여 y 가 하나 또는 두 개씩 대응하므로 함수가 아니다.

(ㄹ) 어떤 x 에 대해서는 무수히 많은 y 가 대응하므로 함수가 아니다.

(ㅁ) 모든 x 에 대하여 y 가 하나씩 대응하므로 함수가 된다.

5. 다음 중 $2x = 3y$ 일 때, $\frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면? (단, $xy \neq 0$)

① $\frac{2}{7}$

② $\frac{3}{7}$

③ $\frac{12}{17}$

④ 7

⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{3}{2}y \Rightarrow \frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2} \\ &= \frac{2 \cdot \frac{9}{4}y^2 + \frac{3}{2}y^2 - 3y^2}{\frac{9}{4}y^2 + 2y^2} = \frac{12}{17} \end{aligned}$$

해설

$$x = 3k, y = 2k \quad (k \neq 0)$$

$$\begin{aligned} &\frac{2x^2 + xy - 3y^2}{x^2 + 2y^2} \\ &= \frac{2(3k)^2 + 3k \times 2k - 3(2k)^2}{(3k)^2 + 2(2k)^2} \\ &= \frac{12k^2}{17k^2} = \frac{12}{17} \end{aligned}$$

6. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 이 성립할 때, $x + y$ 의 최댓값은?

① $\sqrt{7}$

② 3

③ $\sqrt{13}$

④ 5

⑤ 12

해설

코시-슈바르츠부등식에 의해서

$$(2^2 + 3^2) \left\{ \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \left(\frac{y}{3} \right)^2 \right\} \geq (x + y)^2$$

$$13 \geq (x + y)^2 \text{ 이므로}$$

$$-\sqrt{13} \leq x + y \leq \sqrt{13}$$

$$\therefore x + y \text{의 최댓값은 } \sqrt{13}$$

7. 두 함수 f, g 가 $f(x) = 2x - 3$, $g(2x - 1) = -6x + 5$ 를 만족할 때, $(f \circ g)(5)$ 의 값은? (단, $f \circ g$ 는 g 와 f 의 합성함수이다.)

① 18

② 12

③ -15

④ -24

⑤ -29

해설

$$(f \circ g)(5) = f(g(5))$$

$2x - 1 = 5$ 에서 $x = 3$ 이므로

$$g(5) = -6 \cdot 3 + 5 = -13$$

$$\therefore (f \circ g)(5) = f(-13) = 2 \cdot (-13) - 3 = -29$$

8. 함수 $f(x) = 2x + 6$, $g(x) = ax - 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 일 때, a 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{5}{6}$

③ 1

④ 2

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= 2g(x) + 6 = 2(ax - 1) + 6 \\ &= 2ax + 4 \cdots \textcircled{\text{㉠}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= af(x) - 1 = a(2x + 6) - 1 \\ &= 2ax + 6a - 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}\end{aligned}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } 2ax + 4 = 2ax + 6a - 1$$

$$4 = 6a - 1$$

$$\therefore a = \frac{5}{6}$$

9. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2} - |b|$ 를 간단히 하면?

① $-2a$

② $-a$

③ $a - 2b$

④ a

⑤ 0

해설

$$a \geq 0, b < 0$$

$$|a - b| - |b| = (a - b) + b = a$$

10. 함수 $y = \frac{1-2x}{x-2}$ 의 그래프는 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 시킨 것이다. 여기서 $k+a+b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$$y = \frac{-2x+1}{x-2} = \frac{-2(x-2)-3}{x-2} = \frac{-3}{x-2} - 2$$

따라서 주어진 함수의 그래프는 $y = \frac{-3}{x}$ 의

그래프를 x 축의 방향으로 2만큼,

y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동 시킨 것이므로

$$k = -3, a = 2, b = -2$$

$$\therefore k + a + b = -3 + 2 - 2 = -3$$

11. 원소의 개수가 3 인 집합 A 가 다음 조건을 만족한다.

$$(가) 5 \in A$$

$$(나) x \in A \text{ 이면 } \frac{1}{1-x} \in A$$

이 때 집합 A 의 모든 원소의 곱은?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$$5 \in A \text{ 이므로 } \frac{1}{1-5} = -\frac{1}{4} \in A$$

$$\text{또 } \frac{1}{1-\left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{1}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{5} \in A$$

$$\frac{1}{1-\frac{4}{5}} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5 \in A$$

$A = \left\{-\frac{1}{4}, \frac{4}{5}, 5\right\}$ 에서 A 의 모든 원소의 곱은 $-\frac{1}{4} \times \frac{4}{5} \times 5 = -1$ 이다.

12. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A = \{x|x\text{는 짝수}\}$ 이면 A 는 유한집합이다.

② $B = \{0, 1, 2\}$ 이면 $2 \in B$ 이다.

③ $C = \{x|x\text{는 } 2 < x < 4\text{인 짝수}\}$ 이면 $n(C) = 1$ 이다.

④ $D = \{x|x\text{는 6보다 작은 2의 배수}\}$ 이면 $D = \emptyset$ 이다.

⑤ $n(\{0, 1, 4\}) - n(\{1, 2\}) = 1$ 이다.

해설

① $A = \{x|x\text{는 짝수}\}$ 이면 A 는 무한집합이다.

③ $C = \{x|x\text{는 } 2 < x < 4\text{인 짝수}\}$ 이면 $n(C) = 0$ 이다.

④ $D = \{x|x\text{는 6보다 작은 2의 배수}\}$ 이면 $D = \{2, 4\}$ 이다.

13. 두 집합 $A = \{(x, y) \mid xy > 0\}$, $B = \{(x, y) \mid |x + y| < |x| + |y|\}$ 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?

① $A \subset B$

② $B \subset A$

③ $A = B$

④ $A \cap B = \emptyset$

⑤ $A \neq B$

해설

$A : xy > 0$, $B : |x + y| < |x| + |y|$ 에서
양변이 모두 양수이므로 제곱하여 정리하면
 $x^2 + 2xy + y^2 < x^2 + 2|xy| + y^2$, $xy < |xy|$
 $\therefore xy < 0$ 이므로 $A \cap B = \emptyset$

14. 부등식 $a^2 + b^2 > 2(a + b - 1)$ 이 성립하지 않도록 하는 실수 a, b 에 대하여, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

준식을 정리하면

$$a^2 - 2a + 1 + b^2 - 2b + 1 > 0, (a - 1)^2 + (b - 1)^2 > 0$$

따라서 $a = 1, b = 1$ 일 때만 이 부등식이 성립하지 않는다.

$$\therefore a + b = 2$$

15. 직선 $y = m|x - 1| + 2$ 와 x 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 10 일 때, m 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $-\frac{1}{5}$

④ $-\frac{2}{5}$

⑤ 1

해설

$$y = m|x - 1| + 2$$

i) $x \geq 1$ 일 때 $y = mx - m + 2 \cdots \textcircled{㉠}$

ii) $x < 1$ 일 때 $y = m - mx + 2 \cdots \textcircled{㉡}$

m 에 관계없이 정점 $(1, 2)$ 을 지난다.

x 절편은 $\textcircled{㉠}$ 에서 $x = \frac{m-2}{m}$

$\textcircled{㉡}$ 에서 $x = \frac{m+2}{m}$

그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이는

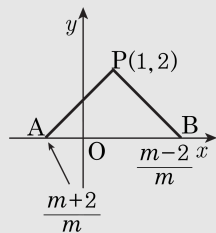
$$\frac{m-2}{m} - \frac{m+2}{m} = -\frac{4}{m}$$

$\therefore \triangle PAB$ 의 면적이 10이므로

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left(-\frac{4}{m}\right) = 10$$

$$10m = -4$$

$$\therefore m = -\frac{2}{5}$$



해설

삼각형의 넓이가 10일 때 높이가 2이므로

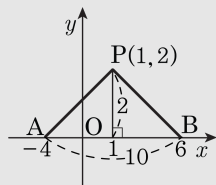
$$\overline{AB} = 10$$

즉 그래프의 x 절편이 -4, 6이다.

$y = m|x - 1| + 2$ 에 $(6, 0)$ 을 대입하면

$$0 = m|6 - 1| + 2, 5m = -2$$

$$\therefore m = -\frac{2}{5}$$



16. x 의 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 에 대해 $A = \{x \mid f(x) - g(x) = 0\}$, $B = \{x \mid f(x) = 0, g(x) = 0\}$, $C = \{x \mid \{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 0\}$ 일 때, 다음 중 세 집합 A , B , C 사이의 포함 관계로 옳은 것을 고르면?

① $A \subset B \subset C$

② $A \subset C \subset B$

③ $B \subset A \subset C$

④ $B \subset C \subset A$

⑤ $C \subset B \subset A$

해설

$$A = \{x \mid f(x) - g(x) = 0\} = \{x \mid f(x) = g(x)\}$$

$$B = \{x \mid f(x) = 0, g(x) = 0\}$$

$$= \{x \mid f(x) = g(x) = 0\}$$

$$\therefore B \subset A \quad \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$C = \{x \mid \{f(x)\}^2 - \{g(x)\}^2 = 0\}$$

$$= \{x \mid f(x) = g(x) \text{ 또는 } f(x) = -g(x)\}$$

$$\therefore A \subset C \quad \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } B \subset A \subset C$$

17. 두 집합 $A = \{1, a^2, 8\}$, $B = \{2, a + 2, 3a\}$ 에서 $A - B = \{1, 8\}$ 일 때 a 의 값은? (단, a 는 자연수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$A = \{1, a^2, 8\}$, $B = \{2, a + 2, 3a\}$, $A - B = \{1, 8\}$ 이므로 $a^2 = 2$ 또는 $a^2 = a + 2$ 또는 $a^2 = 3a$ 이다.

a 는 자연수이므로 $a^2 = 3a$ 에서 $a = 3$ 과 $a^2 = a + 2$ 에서 $a = 2$ 이다.

18. 네 명의 테니스 선수 정하, 준화, 경진, 선희가 토너먼트 경기를 하였다. 경기를 관람한 세 사람 A, B, C 에게 경기 결과를 물어 보았더니 다음과 같이 대답하였다.

A : 선희가 1 등, 경진이가 3 등을 했습니다.

B : 준화가 2 등, 선희가 3 등을 했습니다.

C : 정하가 1 등, 준화가 4 등을 했습니다.

이들 모두 두 선수의 순위를 대답했지만 그 두 선수의 순위 중 하나는 옳고 하나는 틀리다고 한다. 실제 선수들의 순위를 바르게 나열한 것은?

- ① 1등:경진, 2등:준화, 3등:정하, 4등:선희
- ② 1등:선희, 2등:준화, 3등:경진, 4등:준화
- ③ 1등:정하, 2등:준화, 3등:경진, 4등:선희
- ④ 1등:정하, 2등:경진, 3등:준화, 4등:선희
- ⑤ 1등:정하, 2등:준화, 3등:선희, 4등:경진

해설

만일, 선희가 1등한 것이 참이면 준화가 2등이고 정하가 1등이니 모순이다.

그러면, 경진이가 3등인 것이 참인데, 그렇게 되면 B의 대답에서 선희가 3등이라는 것이 거짓이므로 준화가 2등이고 준화가 4등인 것이 거짓이므로 정하가 1등이다.

따라서 1등은 정하, 2등은 준화, 3등은 경진, 4등은 선희가 된다.

19. 농도가 다른 두 종류의 소금물 A, B가 있다. 30g의 소금물 A와 20g의 소금물 B를 섞으면 6%의 소금물이 되고, 20g의 소금물 A와 30g의 소금물 B를 섞으면 8%의 소금물이 된다고 한다. 이때, 이 두 종류의 소금물 A, B를 같은 양으로 섞으면 몇 %의 소금물이 되겠는가?

① 6.5 %

② 7 %

③ 7.5 %

④ 8 %

⑤ 8.5 %

해설

소금물 A, B의 농도를 각각 $x\%$, $y\%$ 라 하면

$$\frac{x}{100} \cdot 30 + \frac{y}{100} \cdot 20 = \frac{6}{100} \cdot 50 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{x}{100} \cdot 20 + \frac{y}{100} \cdot 30 = \frac{8}{100} \cdot 50 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠ + ㉡을 하여 정리하면

$$x + y = 14$$

한편, 두 종류의 소금물 A, B를 똑같이 a g씩 섞는다면, 구하는 농도는

$$\frac{\frac{x}{100} \times a + \frac{y}{100} \times a}{2a} \times 100$$

$$= \frac{a \times \frac{x+y}{100}}{2a} \times 100$$

$$= \frac{x+y}{2} = \frac{14}{2} = 7(\%)$$

20. 양수 a 의 소수 부분을 b 라 할 때, $a^2 + b^2 = 8$ 을 만족하는 a 의 값을 구하면?

① $1 + \sqrt{3}$

② $2 + \sqrt{3}$

③ $2 - \sqrt{3}$

④ $1 - \sqrt{3}$

⑤ $3 + 2\sqrt{3}$

해설

(i) a 가 정수일 때,

$$b = 0, a^2 = 8 \Rightarrow a = 2\sqrt{2} \text{ (모순)}$$

(ii) $a > 0$, 정수가 아닐 때 $b \neq 0$

a 의 정수부분을 k 라 하면

$$a = k + b \quad (0 < b < 1) \text{ 이라 하면}$$

$$a^2 + b^2 = 8 \text{ 에서 } b^2 = 8 - a^2$$

$$0 < 8 - a^2 < 1, \sqrt{7} < a < \sqrt{8}$$

$$\therefore k = 2 \quad \therefore b = a - 2$$

$$a^2 + (a - 2)^2 = 2a^2 - 4a + 4 = 8$$

$$a^2 - 2a - 2 = 0, a = 1 \pm \sqrt{3}$$

$$\therefore a = 1 + \sqrt{3} (\because a > 0)$$