1. 다음 표는 A, B, C, D, E 인 5 명의 학생의 음악 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
변량(점)	72	75	77	76	80

① 5 ② 5.4 ③ 6.2 ④ 6.6 ⑤ 6.8

해설

주어진 자료의 평균은

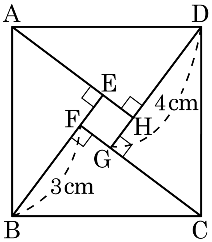
$$\frac{72+75+77+76+80}{5}=\frac{380}{5}=76(\text{점})$$

이므로 각 자료의 편차는 $-4,\ -1,\ 1, 0,\ 4$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(-4)^2+(-1)^2+1^2+0^2+4^2}{5}=\frac{34}{5}=6.8$$

2. 다음 그림에서 $\overline{BF} = 3\,\text{cm}$, $\overline{DG} = 4\,\text{cm}$ 이고, 삼각형 4 개는 모두 합동인 삼각형이다. (가) 와 (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것은?



□EFGH 의 모양은 (가) 이고, $\overline{BC}$ 의 길이는 (나) 이다.

① (가) : 직사각형, (나) : 5 cm

② (가) : 직사각형, (나) : 6 cm

③ (가) : 정사각형, (나) : 5 cm

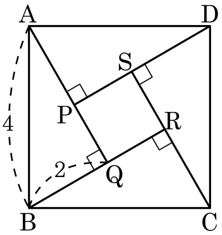
④ (가) : 정사각형, (나) : 8 cm

⑤ (가) : 정사각형, (나) : 9 cm

해설

□EFGH 의 모양은 정사각형이고, $\overline{BC}$ 의 길이는 5 cm 이다.

3. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 네 개의 직각삼각형이 합동일 때, 정사각형 PQRS 의 한 변의 길이는?



① $2(\sqrt{2}-1)$ ② $2(\sqrt{3}-1)$ ③ $3(\sqrt{2}-1)$

④ $3(\sqrt{3}-1)$ ⑤ 3

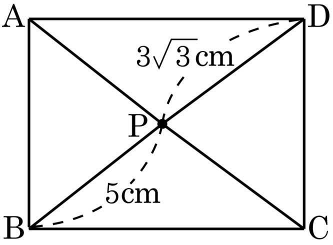
해설

$\overline{AP}=\overline{BQ}=2,\ \overline{AQ}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$

$\overline{PQ}=\overline{AQ}-\overline{AP}=2\sqrt{3}-2$

$\therefore$ □PQRS 의 한 변의 길이는 $2(\sqrt{3}-1)$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{PB} = 5\text{cm}$, $\overline{PD} = 3\sqrt{3}\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2$ 의 값은?

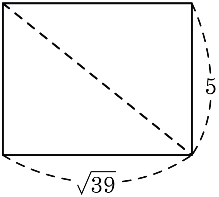


① 34 ② 42 ③ 49 ④ 50 ⑤ 52

해설

$\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2 = (3\sqrt{3})^2 + 5^2 = 52$ 이다.

5. 다음 그림에서 직사각형의 대각선의 길이는?

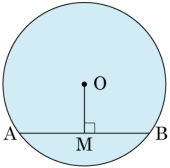


① $2\sqrt{15}$ ② $3\sqrt{7}$ ③ 8 ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ 9

해설

피타고라스 정리에 따라
$\sqrt{5^2 + \sqrt{39}^2} = 8$ 이다.

6. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{OM} \perp \overline{AB}$ 이고, $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{OM} = 3\text{cm}$ 일 때, 이 원의 반지름의 길이는?

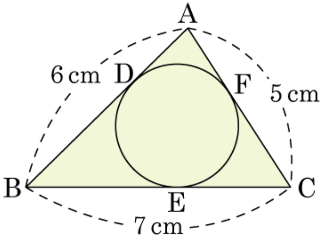


① $2\sqrt{7}\text{cm}$ ② $5\sqrt{2}\text{cm}$ ③ 10cm
④ 5cm ⑤ $\sqrt{7}\text{cm}$

해설

$\overline{AB} = 8\text{cm}$이면 $\overline{AM} = 4\text{cm}$이고
$\triangle AMO$는 직각삼각형이므로
$\overline{OA} = r$라 하면 $r = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5(\text{cm})$

7. 다음 그림에서 원은 내접원이고 점 D, E, F 는 각 선분의 접점이다. $\overline{AB}=6\text{cm}$, $\overline{BC}=7\text{cm}$, $\overline{AC}=5\text{cm}$ 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이는?



① 1.5cm ② 2cm

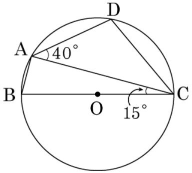
③ 2.5cm ④ 3cm

⑤ 3.5cm

해설

$\overline{AF}=x=\overline{AD}$ 로 놓으면, $\overline{BD}=6-x=\overline{BE}$,
$\overline{FC}=5-x=\overline{EC}$,
$\overline{BC}=(6-x)+(5-x)=7,\ x=2$

8. 다음 그림에서 $\angle DAC = 40°$, $\angle ACB = 15°$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하면?



① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

$\angle BAC = 90°$ 이므로 $\angle ABC = 90° - 15° = 75°$

□ABCD 가 원에 내접하므로

$\angle ABC + \angle ADC = 180°$

$\therefore \angle ADC = 180° - 75° = 105°$

9. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
$55^{\text{이상}} \sim 65^{\text{미만}}$	3
$65^{\text{이상}} \sim 75^{\text{미만}}$	a
$75^{\text{이상}} \sim 85^{\text{미만}}$	1
$85^{\text{이상}} \sim 95^{\text{미만}}$	1
합계	8

① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3 + 1 + 1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$$= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

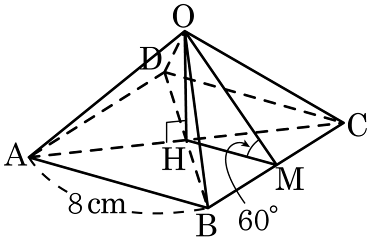
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100$$

이다.

10. 다음 그림의 정사각뿔에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{OH}\perp\overline{AC}$, $\angle OMH = 60°$ 일 때, 정사각뿔의 부피를 구하면?



① $\dfrac{32\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}^3$ ② $\dfrac{64\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}^3$ ③ $\dfrac{128\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}^3$
④ $\dfrac{256\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}^3$ ⑤ $\dfrac{512\sqrt{3}}{3}\mathrm{cm}^3$

해설

$\overline{HM} = 4\mathrm{cm}$

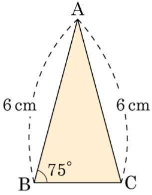
$\overline{HM} : \overline{OH} : \overline{OM} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로

$\overline{OM} = 2\overline{HM} = 8(\mathrm{cm})$

$\overline{OH} = 4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (부피) $= \dfrac{1}{3} \times 64 \times 4\sqrt{3} = \dfrac{256\sqrt{3}}{3}(\mathrm{cm}^3)$

11. 다음 그림과 같이 $\angle B = 75°$, $\overline{AB} = \overline{AC} = 6\text{cm}$ 인 $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $6\,\text{cm}^2$　② $6\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　③ $9\,\text{cm}^2$

④ $9\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　⑤ $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

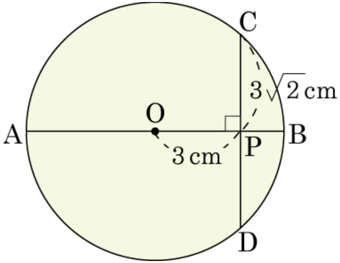
해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C = 75°$

따라서 $\angle A = 180° - (75° + 75°) = 30°$ 이고,

$\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 30° = 9(\text{cm}^2)$ 이다.

12. 다음 그림에서 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이다. $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 교점 P 에 대하여 $\overline{OP} = 3\text{cm}$, $\overline{CP} = 3\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $27\pi\text{cm}^2$　② $36\pi\text{cm}^2$　③ $45\pi\text{cm}^2$

④ $54\pi\text{cm}^2$　⑤ $64\pi\text{cm}^2$

해설

반지름의 길이를 x라 하면

$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$ 이므로

$(x+3) \times (x-3) = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$

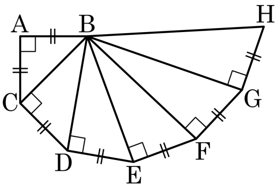
$x^2 - 9 = 18$

$\therefore x = 3\sqrt{3}$

따라서 원 O 의 넓이는

$3\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} \times \pi = 27\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\triangle BGH$ 의 넓이가 $3\sqrt{6}\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



① $2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ cm

② $\sqrt{2}(2+\sqrt{2})$ cm

③ $2\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$ cm

④ $2(\sqrt{3}+1)$ cm

⑤ $\sqrt{3}(1+\sqrt{3})$ cm

해설

$\overline{GH}=a$라고 하면

$\overline{BG}=\sqrt{a^2+a^2+a^2+a^2+a^2+a^2}=a\sqrt{6}$일 때,

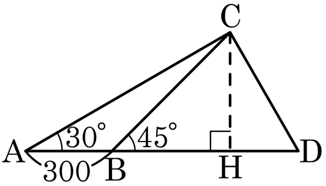
$\triangle BGH$의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times a\sqrt{6}\times a=3\sqrt{6}, a^2=6, a=\sqrt{6}$이다.

$\overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{6})^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$이다.

따라서 $\triangle ABC$의 둘레는 $\sqrt{6}+\sqrt{6}+2\sqrt{3}=2\sqrt{6}+2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

14. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 300$, $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 45°$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이는?



① $300(1+\sqrt{2})$　② $300(1-\sqrt{2})$　③ $150(\sqrt{3}+1)$

④ $150(\sqrt{3}-1)$　⑤ $150(\sqrt{2}+1)$

해설

$\overline{CH} = x$ 라 하면, $\overline{BH} = x$

$\triangle ACH$ 에서, $\overline{CH} : \overline{AH} = 1 : \sqrt{3}$

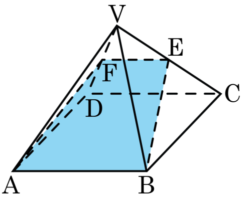
$x : (300+x) = 1 : \sqrt{3}$

$300 + x = \sqrt{3}x$

$(\sqrt{3}-1)x = 300$

$x = 150(\sqrt{3}+1)$

15. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 모두 8 cm 인 정사각뿔에서 $\overline{VC}$, $\overline{VD}$ 의 중점을 각각 E, F 라고 할 때, □ABEF 의 넓이를 구하면?

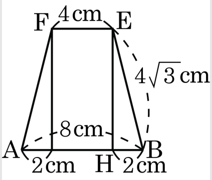


① $11\sqrt{10}\,cm^2$
② $12\sqrt{3}\,cm^2$
③ $12\sqrt{6}\,cm^2$
④ $12\sqrt{11}\,cm^2$
⑤ $24\sqrt{3}\,cm^2$

해설

$\overline{AF}=\overline{BE}$, $\overline{EF}//\overline{AB}$ 이므로 □ABEF 는 등변사다리꼴이다.

$\overline{AB}=8\,cm$, $\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4\,cm$ ($\because$ 중점 연결 정리)



$\overline{BE}$, $\overline{AF}$ 는 한 변의 길이가 8 cm 인 정삼각형의 높이이므로 $\overline{BE}=\overline{AF}=4\sqrt{3}\,cm$

사다리꼴의 높이 $\overline{EH}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-2^2}=2\sqrt{11}(cm)$ 이다.

$\therefore$ □ABEF $=(8+4)\times 2\sqrt{11}\times\frac{1}{2}=12\sqrt{11}(cm^2)$

16. $0° < A < 60°$ 일 때, $\sqrt{\left(\frac{1}{2} - \cos A\right)^2} - \sqrt{(\cos A + \sin 30°)^2}$ 의 값을 구하면?

① $2\sin A$　② $\frac{1}{2}\sin A$　③ 1

④ 0　⑤ -1

해설

$0° < A < 60°$ 의 범위에서 $\cos A$ 의 범위는 $\frac{1}{2} < \cos A < 1$ 이므로

$\frac{1}{2} - \cos A < 0$ 이다.

$$\sqrt{\left(\frac{1}{2} - \cos A\right)^2} - \sqrt{(\cos A + \sin 30°)^2}$$

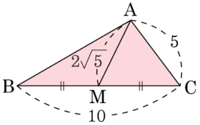
$$= -\left(\frac{1}{2} - \cos A\right) - (\cos A + \sin 30°)$$

$$= -\frac{1}{2} + \cos A - \cos A - \sin 30°$$

$$= -\frac{1}{2} - \sin 30°$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1 \left(\because \sin 30° = \frac{1}{2}\right)$$

17. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 변 BC 의 중점을 M , $\overline{BC} = 10$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{AM} = 2\sqrt{5}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 10　② 15　③ 20　④ 23　⑤ 25

해설

$\overline{AC} = \overline{MC} = 5$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형이다.
꼭짓점 C 에서 변 AM 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\overline{CH} = \sqrt{5^2 - (\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{5}$

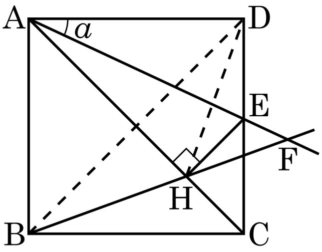
$\triangle AMC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \sin C$ 이고,

$\sin C = \frac{4}{5}$ 이다.

따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} \times \sin C$ 이다.

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 10 \times \frac{4}{5} = 20$$

18. 정사각형 ABCD 의 변 CD 위의 점 E 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 H , 두 선분 AE 와 BH 의 연장선이 만나는 점을 F 라고 하고 $\angle DAE = a$ 라고 할 때, $\angle EHF$ 의 크기를 구하여라.



① $5a°$　② $4a°$　③ $3a°$　④ $2a°$　⑤ $a°$

해설

$\angle AHE = \angle ADE = 90°$ 이므로 네 점 A, H, E, D 는 한 원 위에 있다. 따라서 호 5.0pt$\overset{\frown}{DE}$ 에 대한 원주각은 모두 같으므로, $\angle DAE = \angle DHE = a$ 이다.

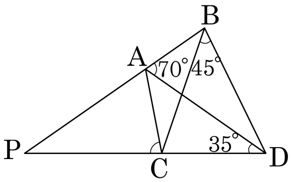
$\overline{BD} // \overline{HE}$ 이므로

$\angle BDC = \angle HEC = 45°$, $\angle DHE = \angle HDB$

또한, $\overline{HD} = \overline{HB}$ 이므로 $\angle HBD = \angle HDB = a$

$\therefore\ \angle EHF = \angle HDB = a$

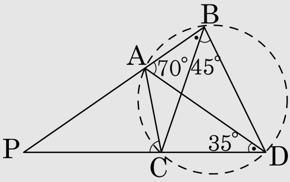
19. 다음 그림에서 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$ 가 성립할 때, $\angle PCA$ 의 크기는?



① $60°$ ② $65°$ ③ $70°$ ④ $75°$ ⑤ $80°$

해설

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$ 가 성립하므로 네 점 A, B, C, D 는 한 원 위에 있다.

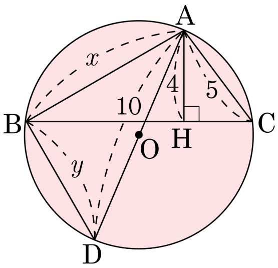


$\angle ABC = \angle ADC = 35°$ 이므로 $\angle ABD = 80°$

내접사각형에서 $\angle ACP = \angle ABD = 80°$

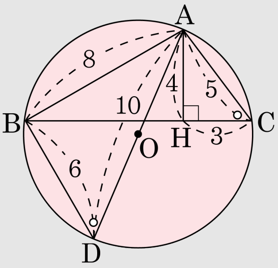
$\therefore \ \angle PCA = 80°$

20. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심을 O , 원 O 의 지름을 $\overline{AD}$, 꼭짓점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $x+y$ 의 값은? (단, $x=\overline{AB}, y=\overline{BD}$)



① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설



$\angle B=90°$, $\angle ADB=\angle ACB$ (5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 원주각)
따라서, $\triangle ABD \backsim \triangle AHC$ 이고
닮음비는 $\overline{AD}:\overline{AC}=2:1$
$\triangle ACH$ 에서 $\overline{CH}=3$
$\therefore\ x=8,\ y=6,\ x+y=14$

21. 세 수 $a,\ b,\ c$ 의 평균이 2 , 분산이 4 일 때, 변량 $a+3,\ b+3,\ c+3$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① 2, 5　　② 3, 5　　③ 4, 4　　④ 5, 4　　⑤ 6, 5

해설

세 수 $a,\ b,\ c$ 의 평균이 2 이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=2$$

$\therefore a+b+c=6 \ \cdots\cdots$ ㉠

또한, $a,\ b,\ c$ 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2}{3}=4$$

$$(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2=12$$

$$a^2-4a+4+b^2-4b+4+c^2-4c+4=12$$

$$a^2+b^2+c^2-4(a+b+c)+12=12$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$a^2+b^2+c^2-4\times 6+12=12$$

$\therefore a^2+b^2+c^2=24$

한편, $a+3,\ b+3,\ c+3$ 의 평균은

$$\frac{(a+3)+(b+3)+(c+3)}{3}=\frac{(a+b+c)+9}{3}$$

$$=\frac{6+9}{3}=5$$

따라서 분산은

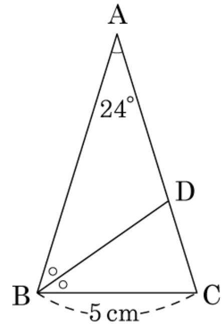
$$\frac{(a+3-5)^2+(b+3-5)^2+(c+3-5)^2}{3}$$

$$=\frac{(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2}{3}$$

$$=\frac{a^2+b^2+c^2-4(a+b+c)+4\times 3}{3}$$

$$=\frac{24-4\times 6+12}{3}=\frac{12}{3}=4$$

22. 다음 그림은 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle A=24°$, $\overline{BC}=5\,cm$ 인 이등변삼각형 ABC 이다. $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\cos 78°$ 의 값은?



① $\dfrac{\sqrt{5}-1}{5}$ ② $\dfrac{\sqrt{5}-2}{5}$ ③ $\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$
④ $\dfrac{\sqrt{5}-2}{4}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{5}-3}{4}$

해설

$\angle ABC = \angle ACB = \angle BDC = \dfrac{180°-24°}{2}=78°$,

$\overline{BC}=\overline{BD}=\overline{AD}=5\ (cm)$

$\overline{CD}=x\ (cm)$ 라 하면 $\overline{AC}=\overline{AB}=5+x\ (cm)$

$\triangle ABC \backsim \triangle BCD$ ($\because$ AA 닮음) 이므로

$\overline{BC}:\overline{AC}=\overline{CD}:\overline{BD} \Rightarrow 5:5+x=x:5$

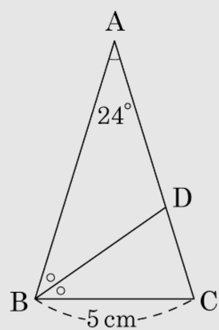
$x^2+5x=25$

$x^2+5x-25=0$

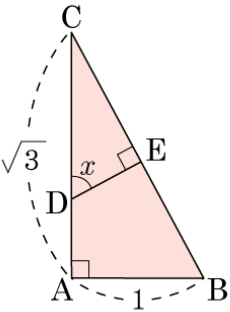
$\therefore\ x=\dfrac{-5+\sqrt{125}}{2}=\dfrac{-5+5\sqrt{5}}{2}$ ($\because\ x>0$)

$\overline{AC}=\overline{AB}=5+\left(\dfrac{-5+5\sqrt{5}}{2}\right)=\dfrac{5+5\sqrt{5}}{2}$

$\therefore\ \cos 78° = \dfrac{\frac{5}{2}}{\frac{5+5\sqrt{5}}{2}}=\dfrac{5}{5+5\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$



23. 다음 그림에서 $\sin x$ 의 값은?



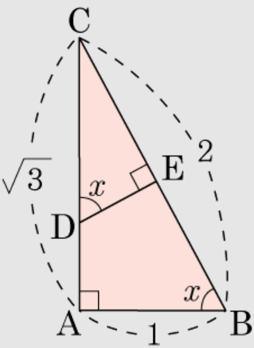
① $\sqrt{2}$　② $\frac{\sqrt{2}}{2}$　③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　④ $\sqrt{3}$　⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

해설

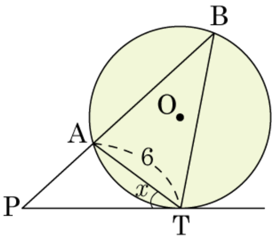
$\triangle CDE \backsim \triangle CBA$(AA 닮음) 이므로 $\angle x = \angle B$, $\sin x = \sin B$

$\overline{BC} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$

$\therefore \sin x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$



24. 다음 그림과 같이 원 O 에서 $\overrightarrow{PT}$ 는 접선이고, $\overline{AT} = 6$, $\tan x = \frac{3}{4}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



① 3 ② 4 ③ 5

④ 6 ⑤ 7

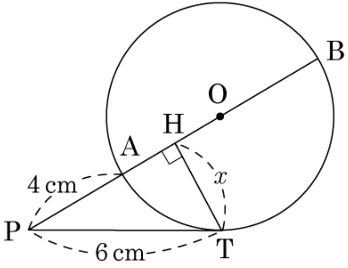
해설

$\tan x = \frac{3}{4}$ 이므로 $\sin x = \frac{3}{5}$ 이다.

원 O 의 반지름을 r 이라 하면, $x = \angle ABT$ 이므로

$\sin x = \frac{6}{2r} = \frac{3}{5}$ 이므로 원의 반지름은 5 이다.

25. 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선이고, $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이다. $\overline{PA} = 4\text{cm}$, $\overline{PT} = 6\text{cm}$ 일 때, 점 T 에서 $\overline{AB}$ 에 이르는 거리를 구하면?



① $\dfrac{30}{13}$ cm
② $\dfrac{29}{13}$ cm
③ $\dfrac{28}{13}$ cm
④ $\dfrac{27}{13}$ cm
⑤ 2 cm

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$

$6^2 = 4(4 + 2r)$

따라서, 원의 반지름은 $\dfrac{5}{2}$(cm)

또, 보조선 $\overline{OT}$ 를 그으면, $\triangle OPT \backsim \triangle TPH$ (AA 닮음)

$\overline{OP} : \overline{PT} = \overline{OT} : \overline{TH}$ 이므로 $4 + \dfrac{5}{2} : 6 = \dfrac{5}{2} : x$

$\therefore\ x = \dfrac{30}{13}$(cm)