

1. 이차방정식 $3(x-1)^2 - 2x = x^2 + 2$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b, c 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = -5$

해설

$3(x-1)^2 - 2x = x^2 + 2$ 에서
 $3(x^2 - 2x + 1) - 2x = x^2 + 2$
 $\therefore 2x^2 - 8x + 1 = 0$
따라서 $a = 2, b = -8, c = 1$ 이므로
 $a + b + c = 2 + (-8) + 1 = -5$

2. 다음 이차방정식 중에서 [] 안의 수가 해가 되는 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① $(x-3)^2 = 4x$ [1]

② $(x+2)(x-3) = 14$ [-1]

③ $x^2 + 2x - 3 = 0$ [3]

④ $x^2 = -4x + 12$ [-2]

⑤ $2x(x-3) = 0$ [0]

해설

[] 안의 수를 각 식의 x 에 대입하여 성립하는 것을 찾는다.

① $(x-3)^2 = 4x$ 에 $x = 1$ 을 대입하면 $4 = 4$ 가 되어 성립한다.

⑤ $2x(x-3) = 0$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $0 = 0$ 이 되어 성립한다.

3. x 가 자연수일 때, 이차방정식 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 해를 구하면?

① $x = 1$

② $x = 1$ 또는 $x = -3$

③ $x = 3$

④ $x = 1$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = -1$ 또는 $x = 3$

해설

$$x^2 + 2x - 3 = 0, (x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -3$$

4. 이차방정식 $2(x-2)(x+3) = (x+5)^2 - 4$ 의 두 근의 합을 구하면?

- ① -8 ② -5 ③ 0 ④ 3 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} 2(x-2)(x+3) &= (x+5)^2 - 4 \\ 2(x^2 + x - 6) &= x^2 + 10x + 25 - 4 \\ x^2 - 8x - 33 &= 0, (x-11)(x+3) = 0 \\ x &= 11 \text{ 또는 } x = -3 \\ \therefore (\text{구하는 값}) &= 11 + (-3) = 8 \end{aligned}$$

5. 다음 두 이차방정식의 공통인 근을 구하여라.

$$x^2 - 8x + 15 = 0, 2x^2 - 9x + 9 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = 3$$

$$2x^2 - 9x + 9 = 0$$

$$(2x - 3)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 공통인 해는 $x = 3$ 이다.

6. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 12x + 40 = k$ 가 중근을 가질 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

중근을 가지려면 $x^2 - 12x + 40 - k = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로 $40 - k = 36$ 이다.

$\therefore k = 4$

7. 이차방정식 $(x-5)^2 - 6 = 0$ 을 풀면?

① $x = 5$ 또는 $x = -1$

② $x = 5 \pm \sqrt{6}$

③ $x = -5 \pm \sqrt{6}$

④ $x = 5 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = 1$

해설

$$\begin{aligned}(x-5)^2 &= 6 \\ x-5 &= \pm \sqrt{6} \\ \therefore x &= 5 \pm \sqrt{6}\end{aligned}$$

8. 이차방정식 $3x^2 + 6x - 5 = 0$ 을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p + 3q$ 의 값은?

① 10

② 9

③ 8

④ 7

⑤ 6

해설

양변을 3 으로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + 2x = \frac{5}{3}, \text{ 양변에 } \left(2 \times \frac{1}{2}\right)^2 = 1 \text{ 을 더하면}$$

$$x^2 + 2x + 1 = \frac{5}{3} + 1$$

$$(x + 1)^2 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore p = 1, q = \frac{8}{3}$$

$$\therefore p + 3q = 1 + 3 \times \frac{8}{3} = 9$$

9. 이차방정식 $3x^2 - 8x + 2 = 0$ 의 해를 완전제곱식을 이용하여 풀려고 한다. $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 고쳐서 이차방정식의 해를 구하면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$ ② $x = \frac{3 \pm \sqrt{10}}{4}$ ③ $x = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{3}$
 ④ $x = \frac{-4 \pm \sqrt{10}}{3}$ ⑤ $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변을 3 으로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 - \frac{8}{3}x = -\frac{2}{3}$$

양변에 $\left(-\frac{8}{3} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{16}{9}$ 을 더하면

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} = -\frac{2}{3} + \frac{16}{9}$$

$$\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{10}{9}$$

$$x - \frac{4}{3} = \pm \sqrt{\frac{10}{9}}$$

$$\therefore x = \frac{4}{3} \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$$

10. 이차방정식 $\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$ 을 풀면?

- ① $-2 \pm 2\sqrt{10}$
- ② $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$
- ③ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{5}$
- ④ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{7}$
- ⑤ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{9}$

해설

$$\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$$

각 항에 10 을 곱하고 정리하면

$$2x^2 - 8x + 8 = 5x^2 - 4x - 4$$
$$3x^2 + 4x - 12 = 0$$
$$\therefore x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-12)}}{2 \times 3} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$$

11. 다음 이차방정식 $2x^2 - 4x + k = 0$ 에 대하여 다음 설명 중 알맞은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 인 증근을 갖는다.

㉡ $k = 0$ 이면 두 근의 곱은 0 이다.

㉢ $k = -6$ 이면 두 근의 합은 2 이다.

㉤ $k < 2$ 이면 근이 없다.

- ① ㉢, ㉤

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉤

해설

㉠ $k = 2$ 일 때 $2x^2 - 4x + 2 = 0$
 $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$ (증근)

㉡ $k = 0$ 일 때 $2x^2 - 4x = 0$
 $x^2 - 2x = x(x - 2) = 0 \therefore x = 0, 2$ 이므로 두 근의 곱은 0

㉢ $k = -6$ 일 때 $2x^2 - 4x - 6 = 0$
 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3, -1$ 이므로 두 근의 합은 2

㉤ $D/4 = 4 - 2k$ 에서 $4 - 2k > 0$
 $k < 2$ 일 때 서로 다른 두 근을 가진다.
 $\therefore$ 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

12. 다음 이차방정식의 두 근의 합은?

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

① $\frac{3}{2}$

② $\frac{5}{2}$

③ $-\frac{5}{2}$

④ $-\frac{7}{2}$

⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$

이를 이용하면 (두 근의 합) $= -\frac{(-5)}{2} = \frac{5}{2}$ 이다.

13. 이차방정식 $(x+3)^2 = x+8$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$(x+3)^2 = x+8, x^2 + 5x + 1 = 0$$

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = 1$

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta - 2\alpha\beta \\ &= (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \\ &= 25 - 4 = 21\end{aligned}$$

14. 이차방정식 $-x^2 + 2x + 8 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 근일 때, a 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$-x^2 + 2x + 8 = 0$ 에서 두 근의 합은 2 이다.

$x = 2$ 가 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 근이므로

$$2^2 - 2 \times 2 + a = 0$$

$$\therefore a = 0$$

15. 두 근의 차가 5 인 이차방정식 $x^2 - 3x + 2m - 8 = 0$ 이 있을 때, m^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 근을 $\alpha, \alpha - 5$ 이라 하면

$$\alpha + \alpha - 5 = 3, \alpha = 4$$

$$\alpha(\alpha - 5) = 2m - 8$$

$$-4 = 2m - 8$$

$$m = 2$$

$$\therefore m^2 = 4$$

16. 이차방정식 $ax^2 + bx + 3 = 0$ 의 한 근이 k 일 때, $ak^2 + bk + 5$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 식에 x 대신에 k 를 대입하면

$$ak^2 + bk + 3 = 0$$

$$\therefore ak^2 + bk + 5 = 2$$

17. 이차방정식 $(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2(a+1) = 0$ 의 한 근이 2 일 때,
다른 한 근을 구하여라. (단, $a \neq 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2(a+1) = 0$ 의 한 근이 2 이므로
 $(a-1) \times 4 - (a^2+1) \times 2 + 2(a+1) = 0$,
 $4a - 4 - 2a^2 - 2 + 2a + 2 = 0$,
 $a^2 - 3a + 2 = 0$, $(a-2)(a-1) = 0$,
 $a \neq 1$ 이므로 $a = 2$,
 $x^2 - 5x + 6 = 0$, $(x-2)(x-3) = 0$,
 $x = 2$ 또는 $x = 3$,
따라서 다른 한 근은 3 이다.

18. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근의 합이 $3x^2 - 5x + a = 0$ 의 근일 때, 다른 한 근은?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$x^2 - x - 6 = 0, (x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

두 근의 합은 1이다.

$$3x^2 - 5x + a = 0 \text{에 } x = 1 \text{을 대입하면}$$

$$3 - 5 + a = 0 \quad \therefore a = 2$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0, (x - 1)(3x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

19. 다음 이차방정식 중 중근을 갖지 않는 것을 모두 고르면?

① $x^2 - 1 = 0$

② $x^2 = 12x - 36$

③ $2(x+4)^2 = 8$

④ $x^2 = 6(x - \frac{3}{2})$

⑤ $1 - \frac{1}{3}x^2 = 2(x+2)$

해설

① $x^2 - 1 = 0$ 에서 $(x-1)(x+1) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = -1$

③ $2(x+4)^2 = 8$ 에서 $x^2 + 8x + 12 = 0$, $(x+2)(x+6) = 0$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = -6$

20. 이차방정식 $3x^2 + 4x - 2 = 0$ 의 두 근 중 작은 근을 A 라 할 때, $3A + \sqrt{10}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}x &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} \\&= \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{6} \\&= \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{3}\end{aligned}$$

따라서 작은 근 $A = \frac{-2 - \sqrt{10}}{3}$ 이므로

$$3A + \sqrt{10} = 3 \times \frac{-2 - \sqrt{10}}{3} + \sqrt{10} = -2 \text{ 이다.}$$

25. x^2 의 계수가 3인 이차방정식이 있다. x 의 계수를 바꾸었더니 두 근이 1과 2가 되었고, 상수항을 바꾸었더니 두 근이 4와 $-\frac{1}{3}$ 이 되었다. 처음 주어진 이차방정식의 두 근 중 큰 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$3(x-1)(x-2)=0 \text{에서 } 3x^2-9x+6=0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$3(x-4)(x+\frac{1}{3})=0 \text{에서 } 3x^2-11x-4=0 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠에서 x 의 계수를 바꾸었고 ㉡에서 상수항을 바꾸었으므로 원래의 이차방정식은

$$3x^2-11x+6=(x-3)(3x-2)=0$$

$$\therefore x=3 \text{ 또는 } x=\frac{2}{3}$$

따라서 큰 근은 $x=3$ 이다.