

1. $\sin 0^\circ \times \tan 0^\circ - \cos 0^\circ$ 의 값을 A , $\sin 90^\circ \times \cos 90^\circ + \tan 0^\circ$ 의 값을 B 라 할 때, B - A 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$A = 0 \times 0 - 1 = -1$, $B = 1 \times 0 + 0 = 0$ 이므로 $B - A = 0 - (-1) = 1$

2. 다음 삼각비의 값 중 가장 작은 값은?

① $\sin 25^\circ$

② $\cos 0^\circ$

③ $\cos 10^\circ$

④ $\tan 45^\circ$

⑤ $\tan 60^\circ$

해설

① $\sin 25^\circ$ 와 ③ $\cos 10^\circ$

$0^\circ \leq x < 45^\circ$ 일 때, $\sin x < \cos x$

따라서 $\sin 25^\circ < \cos 10^\circ < 1$

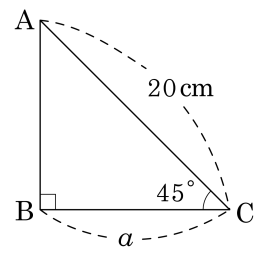
② $\cos 0^\circ = 1$

④ $\tan 45^\circ = 1$

⑤ $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

따라서 가장 작은 값은 ① $\sin 25^\circ$

3. 다음 표를 이용해서 a 의 길이를 구하여라.



〈삼각비의 표〉

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
43°	0.6820	0.7314	0.9325
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355
47°	0.7314	0.6821	1.0724

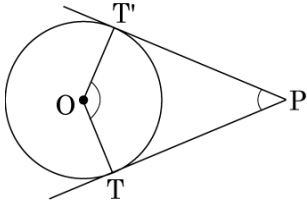
▶ 답 :

▷ 정답 : 14.142

해설

$\angle A = 45^\circ$ 이고, $\sin 45^\circ = \frac{a}{20}$ 이므로 $a = 20 \times \sin 45^\circ = 14.142$

4. 다음 그림과 같이 원 밖의 한 점 P에서 원 O에 접선 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$ 을 그었을 때, $\angle TOT' + \angle TPT'$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

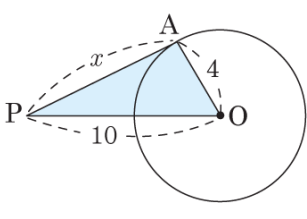
▷ 정답 : 180°

해설

접선의 성질에 의해 $\angle PT'O = \angle PTO = 90^\circ$
사각형 $PT'OT$ 의 내각의 합은 360° 이다.
 $\therefore \angle T'OT + \angle T'PT = 180^\circ$

5. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?(단, $\overline{PA}$ 는 원 O의 접선)

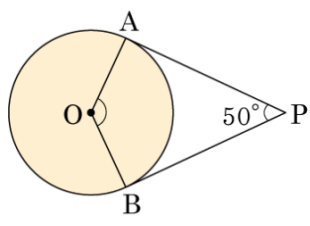
- ① $5\sqrt{3}$
 ② $3\sqrt{13}$
- ③ $4\sqrt{21}$
 ④ $4\sqrt{23}$
- ⑤ $9\sqrt{3}$



해설

$\angle A = 90^\circ$ 이므로
 $10^2 = x^2 + 4^2, \quad x = 2\sqrt{21}$
 따라서 $\triangle PAO = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{21} \times 4 = 4\sqrt{21}$ 이다.

6. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\angle APB = 50^\circ$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기는?

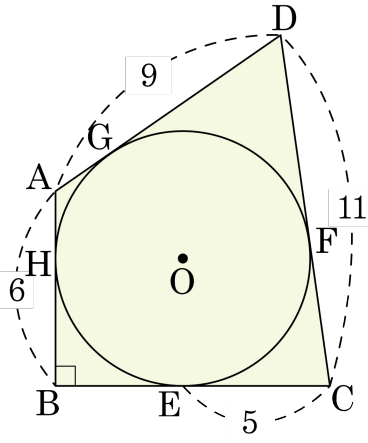


- ① 90° ② 100° ③ 120° ④ 130° ⑤ 150°

해설

$$\angle AOB = 360^\circ - 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

7. 다음 그림과 같이 원 O 에 외접하는 사각형 ABCD 의 각 변과 원 O 의 접점을 각각 E, F, G, H 라 하자. $\angle B = 90^\circ$ 이고 $AB = 6, CD = 11, AD = 9$ 일 때, 원 O 의 반지름은?



- ① 2 ② 2.3 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

외접사각형의 성질에 의해 $6 + 11 = 9 + \overline{BC} \therefore \overline{BC} = 8$
 따라서, $\overline{BE} = 3$ 이다.
 이 때, 원의 중심에서 두 접점 E, H 에 선을 그으면 원의 반지름과 접선은 수직으로 만나므로
 사각형 BEOH 는 정사각형이 된다.
 그러므로 원의 반지름은 3 이다.

8. $\sin(2x - 10^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 일 때, x 의 값은? (단, $0^\circ \leq x \leq 45^\circ$)

① 15°

② 20°

③ 25°

④ 30°

⑤ 35°

해설

$$\sin(2x - 10^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} (0^\circ \leq x \leq 45^\circ) \text{ 에서}$$

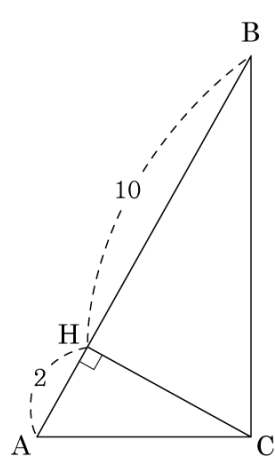
$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 이므로 } 2x - 10^\circ = 60^\circ$$

$$2x = 70^\circ$$

$$\therefore x = 35^\circ$$

9. 다음 그림에서 $\frac{3 \tan B}{2 \tan A}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{7}{10}$
 ④ $\frac{9}{10}$ ⑤ 1



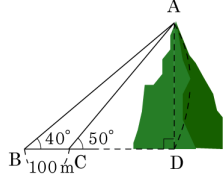
해설

$$\tan B = \frac{\overline{CH}}{10}, \tan A = \frac{\overline{CH}}{2}$$

$$\tan B \div \tan A = \frac{\overline{CH}}{10} \div \frac{\overline{CH}}{2} = \frac{\overline{CH}}{10} \times \frac{2}{\overline{CH}} = \frac{1}{5}$$

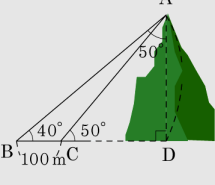
$$\therefore \frac{3 \tan B}{2 \tan A} = \frac{3}{10}$$

10. 산의 높이를 알아보기 위해 다음 그림과 같이 측량하였다. 다음 중 산의 높이 h 를 구하기 위한 올바른 식은?



- ① $h \sin 40^\circ - h \cos 50^\circ = 100$
- ② $h \cos 40^\circ - h \cos 50^\circ = 100$
- ③ $h \tan 50^\circ - h \tan 40^\circ = 100$
- ④ $h \tan 50^\circ - h \sin 40^\circ = 100$
- ⑤ $\frac{h}{\sin 50^\circ} - \frac{h}{\sin 40^\circ} = 100$

해설

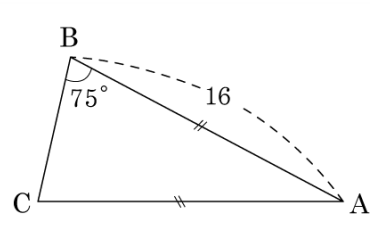


$\overline{BD} = h \tan 50^\circ, \quad \overline{CD} = h \tan 40^\circ$
 $\overline{BC} = \overline{BD} - \overline{CD} = h \tan 50^\circ - h \tan 40^\circ = 100$

11. 다음 그림은 이등변삼각형이다.
 $\angle C = 75^\circ$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이
 로 알맞은 것은?

- ① 60 ② 60.5
 ③ 62 ④ 62.5

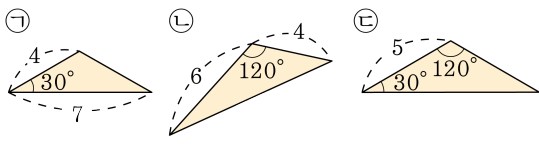
⑤ 64



해설

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 16 \times 16 \times \sin(180^\circ - 75^\circ \times 2) \\ &= \frac{1}{2} \times 16 \times 16 \times \frac{1}{2} = 64\end{aligned}$$

12. 다음 삼각형 중에서 넓이가 큰 순서대로 나열한 것은? (단, $\sqrt{3} = 1.732$ 로 계산한다.)

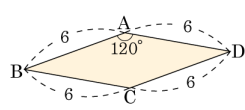


- ① ㉠,㉡,㉢ ② ㉢,㉡,㉠ ③ ㉠,㉢,㉡
④ ㉡,㉢,㉠ ⑤ ㉢,㉠,㉡

해설

㉠ $S = \frac{1}{2} \times 4 \times 7 \times \frac{1}{2} = 7$
㉡ $S = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} = 10.392$
㉢ $S = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10.825$

13. 다음 사각형의 넓이는?



- ① $12\sqrt{3}$ ② $14\sqrt{3}$ ③ $16\sqrt{3}$ ④ $18\sqrt{3}$ ⑤ $20\sqrt{3}$

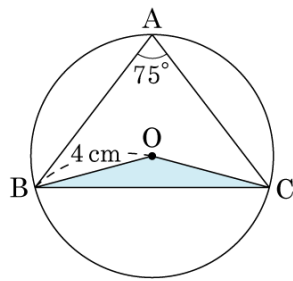
해설

$$\begin{aligned}\text{넓이} &: 6 \times 6 \times \sin 120^\circ \\ &= 6 \times 6 \times \sin 60^\circ \\ &= 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 18\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\therefore 18\sqrt{3}$$

14. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4cm 인 원 O 에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAC = 75^\circ$ 일 때, $\triangle OBC$ 의 넓이를 구하여라.

- ① 2cm^2 ② 3cm^2 ③ 4cm^2
 ④ 5cm^2 ⑤ 6cm^2



해설

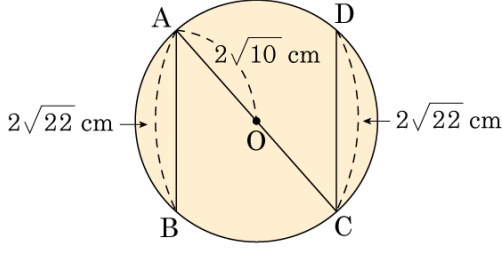
$$\angle BOC = 75^\circ \times 2 = 150^\circ$$

따라서 $\triangle OBC$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin(180^\circ - 150^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 4 (\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

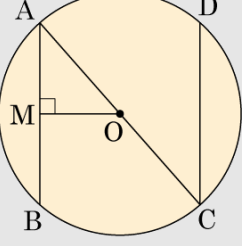
15. 반지름의 길이가 $2\sqrt{10}\text{cm}$ 인 원 O 에서 평행인 두 현 AB 와 CD 의 길이가 모두 $2\sqrt{22}\text{cm}$ 이다. 이 때, 두 현 사이의 거리는?



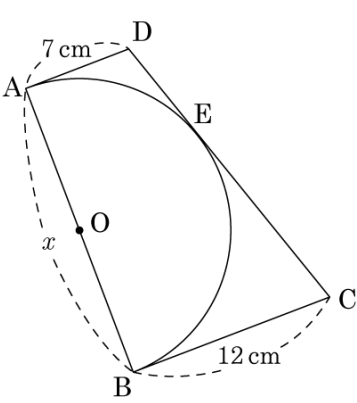
- ① $\frac{3\sqrt{2}}{2}\text{cm}$ ② $3\sqrt{2}\text{cm}$ ③ $6\sqrt{2}\text{cm}$
 ④ 6cm ⑤ $2\sqrt{11}\text{cm}$

해설

$\overline{AM} = \sqrt{22}\text{cm}, \overline{MO} = x \text{ cm}$ 이면 두 현 사이의 거리는 $2x\text{cm}$ 이다. $\triangle AMO$ 에서 $x = \sqrt{(2\sqrt{10})^2 - (\sqrt{22})^2} = \sqrt{40 - 22} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$
 $\therefore$ (두 현 사이의 거리) $= 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$



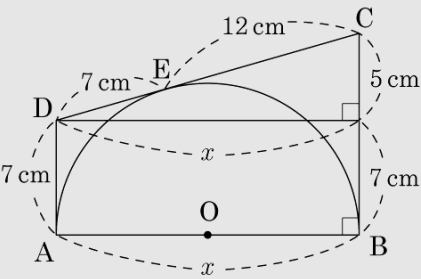
16. 반원 O 와 접하는 선분 AD, CD, BC 가 다음과 같을 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



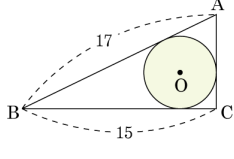
- ① $2\sqrt{21}$ (cm) ② $3\sqrt{21}$ (cm) ③ $4\sqrt{21}$ (cm)
 ④ $5\sqrt{21}$ (cm) ⑤ $6\sqrt{21}$ (cm)

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{19^2 - 5^2} \\ &= \sqrt{336} = 4\sqrt{21} \\ &= 4\sqrt{21} \text{ (cm)} \end{aligned}$$



17. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 내접원 O의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9π

해설

$\overline{AC} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$ 이므로

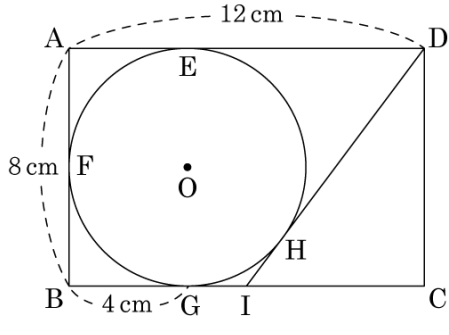
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 15 \times 8 = 60$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내접원 O의 반지름의 길이를 r 이라 하면 $\triangle ABC =$

$\triangle BOC + \triangle AOC + \triangle AOB$ 이므로 $60 = \frac{1}{2} \times 15 \times r + \frac{1}{2} \times 8 \times r +$

$\frac{1}{2} \times 17 \times r$, $r = 3$ 이다. 따라서 원 O의 넓이는 $\pi \times 3^2 = 9\pi$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변의 접하는 원 O 가 있다. $\overline{DI}$ 가 원의 접선이고 네 점 E, F, G, H 가 접점일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

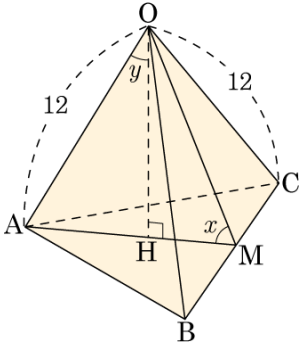


- ① $\overline{AE}$ 의 길이는 4 cm 이다.
 ② $\overline{DH}$ 의 길이는 8 cm 이다.
 ③ $\overline{GI} = 2$ cm 이다.
 ④ $\overline{CI} = 4$ cm 이다.
 ⑤ $\triangle CDI$ 의 넓이는 24 cm^2 이다.

해설

- ③ $\overline{GI} = x$ 라 할 때, $\overline{CI}$ 의 길이는 $\overline{CI} = (8 - x) \text{ cm}$, $\overline{DI} = (8 + x) \text{ cm}$ 이므로
 피타고라스의 정리에 의해
 $(8 + x)^2 = 8^2 + (8 - x)^2$
 $\therefore x = 2 \text{ cm}$
 ④ $\overline{CI} = 8 - x = 6$
 ⑤ $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 (\text{cm}^2)$

19. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 12인 정사면체의 한 꼭짓점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M이라 하자. $\angle OMH = x$, $\angle AOH = y$ 라 할 때, $\sin x \times \tan y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

$$\overline{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \overline{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}$$

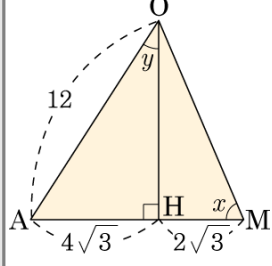
$$\overline{AH} = \overline{AM} \times \frac{2}{3} = 6\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{3}$$

$$\overline{HM} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{OM} = \overline{AM} = 6\sqrt{3}$$

$$\overline{OH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sin x \times \tan y &= \frac{\overline{OH}}{\overline{OM}} \times \frac{\overline{AH}}{\overline{OH}} \\ &= \frac{4\sqrt{6}}{6\sqrt{3}} \times \frac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{6}} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$



20. $\tan A = 3$ 일 때, $\frac{\sin A \cos A + \sin A}{\cos^2 A + \cos A}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ $\sqrt{3}$

해설

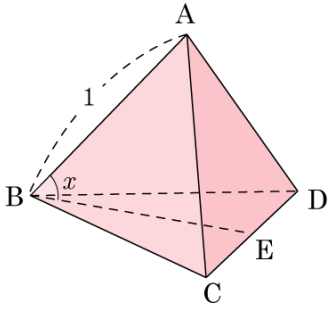
$\tan A = 3$ 이면 $\frac{\sin A}{\cos A} = 3$ 이다.

따라서 $\sin A = 3 \cos A$ 이다.

따라서

$$\frac{\sin A \cos A + \sin A}{\cos^2 A + \cos A} = \frac{3 \cos^2 A + 3 \cos A}{\cos^2 A + \cos A} = 3 \text{ 이다.}$$

21. 다음 그림과 같이 밑면이 $\triangle BCD$ 이고, 한 모서리의 길이가 1 인 정사면체 $A-BCD$ 가 있다. $\overline{CD}$ 의 중점을 E , $\angle ABE = x$ 라 할 때, $\cos x$ 의 값을 구하면?



- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

해설

$\triangle BCD$ 는 정삼각형이므로

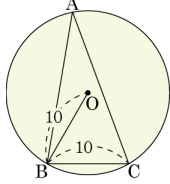
$$\overline{BE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 이고,}$$

점 A 에서 $\overline{BE}$ 로 내린 수선의 발을 점 H 라고 하면, 삼각형 BCD 의 무게중심이므로

$$\overline{BH} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{따라서 } \cos x = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{1} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 이다.}$$

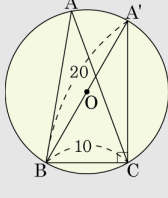
22. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10 인 원 O 에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\cos A \times \frac{1}{\tan A} + \sin A$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

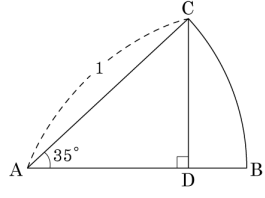


$$\angle A = \angle A'$$

$$\overline{A'C} = \sqrt{20^2 - 10^2} = 10\sqrt{3}$$

$$\cos A \times \frac{1}{\tan A} + \sin A = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} + \frac{1}{2} = 2$$

23. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 이고, 중심각의 크기가 35° 인 부채꼴 ABC 가 있다. 점 C 에서 AB 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, 다음 중 $\overline{BD}$ 의 길이는?

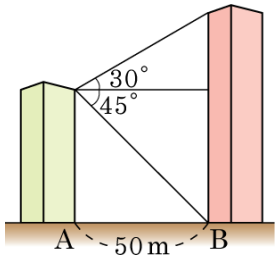


- ① $1 - \tan 35^\circ$
- ② $1 + \sin 35^\circ$
- ③ $1 - \cos 35^\circ$
- ④ $1 - \sin 35^\circ$
- ⑤ $1 + \cos 35^\circ$

해설

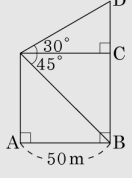
$$\overline{BD} = \overline{AB} - \overline{AD}$$
$$\overline{AB} = 1, \overline{AD} = 1 \times \cos 35^\circ$$
$$\therefore \overline{BD} = 1 - \cos 35^\circ$$

24. 다음 그림과 같이 간격이 50m 인 두 건물 A 건물 옥상에서 B 건물을 올려다 본 각도는 30° 이고, 내려다 본 각도는 45° 일 때, B 건물의 높이는?



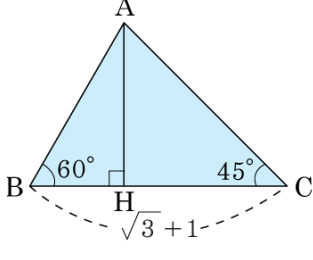
- ① $50(\sin 30^\circ + \sin 45^\circ)$ m ② $50(\tan 30^\circ + \tan 45^\circ)$ m
 ③ $50(\cos 30^\circ + \cos 45^\circ)$ m ④ $50(\sin 30^\circ + \tan 45^\circ)$ m
 ⑤ $50(\cos 30^\circ + \tan 45^\circ)$ m

해설



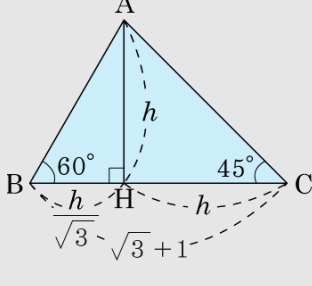
$$\begin{aligned} \overline{DC} &= 50 \tan 30^\circ, \overline{BC} = 50 \tan 45^\circ \\ \text{따라서 } \overline{DB} &= \overline{DC} + \overline{CB} \\ &= 50 \tan 30^\circ + 50 \tan 45^\circ \\ &= 50(\tan 30^\circ + \tan 45^\circ) \text{ m 이다.} \end{aligned}$$

25. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABH = 60^\circ$, $\angle ACH = 45^\circ$, $\overline{BC} = \sqrt{3} + 1$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 x 라 하면 x^2 을 구하면?



- ① 2.2 ② 3 ③ 3.5 ④ 4 ⑤ 4.5

해설



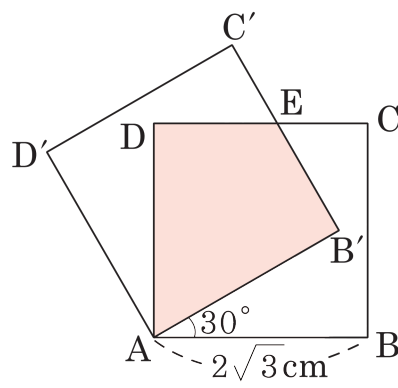
$$\overline{AH} = h \text{ 라 하면 } \frac{h}{\sqrt{3}} + h = \sqrt{3} + 1$$

$$\text{양변에 } \sqrt{3} \text{ 을 곱하면,}$$

$$(1 + \sqrt{3})h = (\sqrt{3} + 1) \times \sqrt{3}$$

$$\therefore h = \overline{AH} = \sqrt{3}, \overline{AH}^2 = 3 \text{ 이다.}$$

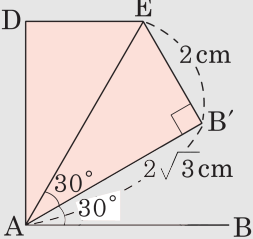
26. 다음 그림과 같이 한변의 길이가 $2\sqrt{3}\text{cm}$ 인 정사각형 ABCD 를 점 A 를 중심으로 30° 만큼 회전시켜 $\square AB'C'D'$ 을 만들었다. 두 정사각형 이 겹쳐지는 부분의 넓이를 구하면?



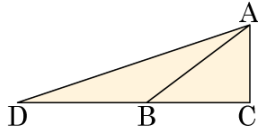
- ① $2\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $3\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ $3\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ④ $4\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $4\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$$\square DAB'E = 2\triangle AB'E = 2 \times 2\sqrt{3} \times 2 \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{3} (\text{cm}^2)$$



27. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA} = 5 : 4 : 3$ 인 직각삼각형이고 $\overline{AB} = \overline{BD}$ 일 때, $\tan(\angle ADB)$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

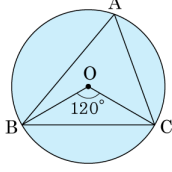
$\overline{AB} = 5a, \overline{BC} = 4a, \overline{CA} = 3a$ 라 하면

$\overline{CD} = \overline{AB} + \overline{BC} = 9a$

따라서 $\tan(\angle ADB) = \frac{\overline{AC}}{\overline{CD}} = \frac{3a}{9a} = \frac{1}{3}$ 이다.

28. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 외접원 O 에서 $\angle BOC = 120^\circ$, $\angle OBC = \theta$ 이면,

$\cos \theta \times \cos A + \sin \theta \times \sin A$ 의 값은?



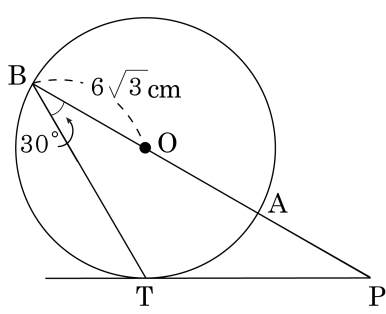
- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{2} - 1$ ⑤ $\sqrt{3} + 1$

해설

$\angle BOC = 120^\circ$ 이므로 $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle OBC = \theta = 30^\circ$ ($\because \widehat{BC}$ 의 원주각)

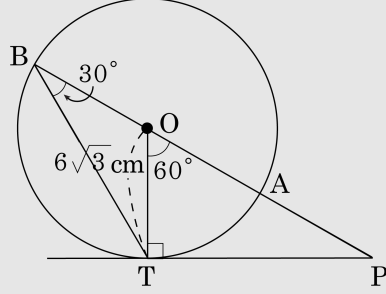
(준식)= $\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.

29. 다음 그림에서 직선 PT는 반지름의 길이가 $6\sqrt{3}\text{ cm}$ 인 원 O의 접선이고 $\angle PBT = 30^\circ$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?
- ① $3\sqrt{3}\text{ cm}$
 - ② 6 cm
 - ③ $6\sqrt{3}\text{ cm}$
 - ④ 12 cm
 - ⑤ $12\sqrt{3}\text{ cm}$



해설

다음 그림에서 $\angle AOT = 60^\circ$, $\angle OTP = 90^\circ$ 이므로



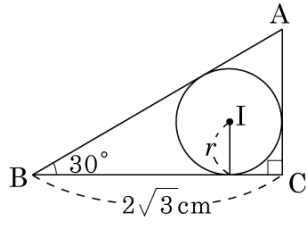
$\triangle OTP$ 에서

$$\cos 60^\circ = \frac{OT}{OP} = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$\therefore \overline{OP} = 12\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{PA} = \overline{PO} - \overline{AO} = 12\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

30. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B = 30^\circ$ 이고, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}\text{cm}$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{3} - 1$ cm

해설

$$\overline{AC} = \overline{BC} \tan 30^\circ = 2\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 2 \text{ (cm)}$$

또, $\cos 30^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ 이므로

$$\overline{AB} = \frac{\overline{BC}}{\cos 30^\circ} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 4 \text{ (cm)}$$

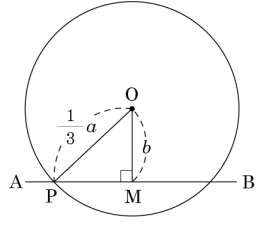
$\triangle ABC$ 의 넓이를 이용하면

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AC} = \triangle IBC + \triangle ICA + \triangle IAB$$

$$2\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times r + \frac{1}{2} \times 2 \times r + \frac{1}{2} \times 4 \times r$$

$$(3 + \sqrt{3})r = 2\sqrt{3} \quad \therefore r = \sqrt{3} - 1 \text{ (cm)}$$

31. 다음 그림과 같이 길이가 a 인 선분 AB의 중점 M에서의 수선과 원의 중심 O가 만난다. $\overline{OM} = b$ 이고 반지름의 길이가 $\frac{1}{3}a$ 인 원과 $\overline{AB}$ 가 만나는 한 점을 P라 한다. 선분 AP의 길이를 x 라 하고 선분 BP의 길이를 y 라 하면 $y = x + 2$, $xy = 35$ 의 식이 성립한다고 할 때, $a + b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$$\overline{OM} = b, \overline{OP} = \frac{1}{3}a \text{ 이므로}$$

피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{PM} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}a\right)^2 - b^2}$$

$$\overline{BP} = y$$

$$= \frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - b^2}$$

$$= \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}$$

$$\overline{AP} = x$$

$$= \frac{a}{2} - \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - b^2}$$

$$= \frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}$$

이때 $y = x + 2$, $xy = 35$ 이므로

$$y - x = \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} - \left(\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right)$$

$$= 2 \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} = 2$$

$$\therefore a^2 - 9b^2 = 9 \dots \textcircled{1}$$

$$xy = \left(\frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right) \left(\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}\right)$$

$$= \frac{a^2}{4} - \frac{a^2 - 9b^2}{9}$$

$$= 35 \dots \textcircled{2}$$

①을 ②에 대입하면 $a^2 = 144$

$\therefore a = 12 (\because a > 0)$

이를 ①에 대입하면 $b^2 = 15$

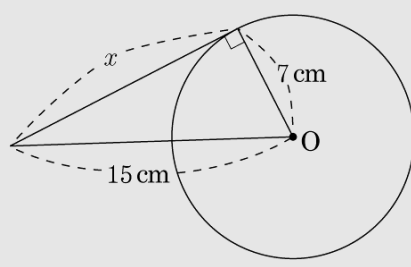
$$\therefore a + b^2 = 12 + 15 = 27$$

32. 반지름의 길이가 7cm인 원의 중심으로부터 15cm 떨어진 점에서 그 원에 그은 접선의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $4\sqrt{11}$ cm

해설



$$x = \sqrt{15^2 - 7^2} = \sqrt{176} = 4\sqrt{11}(\text{cm})$$

33. 반지름의 길이가 8 인 반원에 내접하는 정사각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 128

해설

다음 그림과 같을 때,
 $\triangle OAB$ 는
 $\angle OAB = \angle AOB = 45^\circ$ 인 직각이등변
삼각형이다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{OB} = x$ 라 하면, 피타고
라스 정리에 의해서
 $x^2 + x^2 = 8^2$
 $\therefore x = 4\sqrt{2}$
정사각형의 한 변의 길이는 $4\sqrt{2} \times 2 = 8\sqrt{2}$ 이므로
정사각형의 넓이는 $8\sqrt{2} \times 8\sqrt{2} = 128$ 이다.

