

1. $\left\{ \frac{n^2 - 1}{n(n+1)} \right\}$ 의 제 100항은?

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{9}{10}$ ③ $\frac{99}{100}$ ④ $\frac{99}{101}$ ⑤ $\frac{101}{100}$

해설

$$\left\{ \frac{n^2 - 1}{n(n+1)} \right\} = \frac{n-1}{n}$$

$$\therefore \text{제 100항은 } \frac{99}{100}$$

2. 수열 $-1, 3, -5, 7, -9, \dots$ 의 7번째 항은?

- ① -13 ② -10 ③ 11 ④ -11 ⑤ 13

해설

주어진 수열은 각 항의 절댓값이 홀수이고, 부호가 교대로 변하는 꼴이다. 따라서 6번째 항은 11 , 7번째 항은 -13 이다.

3. 등차수열 a_n 의 일반항이 $a_n = -6n + 7$ 일 때, 첫째 항 a 와 공차 d 는?

① $a = -1, d = 5$ ② $a = -1, d = 6$ ③ $a = 1, d = -5$

④ $a = 1, d = -6$ ⑤ $a = 2, d = 7$

해설

$$a_n = -6n + 7 \text{ 이므로}$$

$$a_1 = -6 \cdot 1 + 7 = 1,$$

$$a_2 = -6 \cdot 2 + 7 = -5 \text{ 이므로}$$

$$d = a_2 - a_1 = -6$$

4. 등차수열 a_n 의 일반항이 $a_n = -2n - 2$ 일 때, 첫째 항 a 와 공차 d 는?

① $a = -1, d = 2$

② $a = -1, d = -2$

③ $a = -2, d = -2$

④ $a = -4, d = -2$

⑤ $a = -4, d = 2$

해설

$$\begin{aligned} a_n &= -2n - 2 \text{이므로} \\ a_1 &= -2 \cdot 1 - 2 = -4, \\ a_2 &= -2 \cdot 2 - 2 = -6 \text{이므로} \\ d &= a_2 - a_1 = -2 \end{aligned}$$

5. 다음 등차수열의 제 20 항을 구하여라.

131, 137, 143, 149, 155, 161, ...

▶ 답 :

▷ 정답 : 245

해설

주어진 등차수열의 제 1 항을 a , 공차를 d 라고 하자.

$$a = 131, d = 137 - 131 = 6 \text{ 이므로}$$

$$a_n = 131 + (n - 1) \cdot 6 = 6n + 125$$

$$\therefore a_{20} = 6 \cdot 20 + 125 = 245$$

6. 다음 수열이 등차수열을 이루도록 (가)~(다)에 들어갈 알맞은 수를 순서대로 나열한 것은?

보기

-4, (가), 10, (나), (다)

- ① 1, 12, 14 ② 3, 17, 24 ③ 3, 17, 20
④ 7, 17, 24 ⑤ 7, 13, 16

해설

-4와 10의 등차중항은 $\frac{-4+10}{2} = 3$, 이 수열의 공차는 7이다.
따라서 (가), (나), (다)에 들어갈 수는 3, 17, 24이다.

7. 세 수 -17 , x , 1 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

x 는 -17 과 1 의 등차중항이므로
 $2x = -17 + 1 = -16 \quad \therefore x = -8$

8. 두 수 3, 7의 조화중항을 x , 두 수 4, 6의 조화중항을 y 라고 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$x = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7}{3 + 7} = \frac{42}{10}, y = \frac{2 \cdot 4 \cdot 6}{4 + 6} = \frac{48}{10}$$

$$x + y = \frac{42}{10} + \frac{48}{10} = \frac{90}{10} = 9$$

9. 첫째항이 -4 , 공차가 3 인 등차수열의 첫째항부터 제 17 항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 340

해설

$$S_{17} = \frac{17 \{ 2 \cdot (-4) + (17-1) \cdot 3 \}}{2} = \frac{680}{2} = 340$$

10. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합 $S_{10} = 100$ 이고, 첫째항부터 제 20항까지의 합 $S_{20} = 200$ 일 때, $a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

S_{10} 은 첫째항부터 제10까지의 합이고, S_{20} 은 첫째항부터 제20항까지의 합이므로

$$\begin{aligned} a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20} &= S_{20} - S_{10} \\ &= 200 - 100 = 100 \end{aligned}$$

11. 다음 중 등비수열인 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 1, 4, 9, 16, 25, ...
- ㉡ 3, 9, 27, 81, 243, ...
- ㉢ 9, 99, 999, 9999, 99999, ...
- ㉣ 2, 3, 4, 9, 8, 27
- ㉤ $\frac{4}{9}, \frac{2}{3}, 1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

해설

㉡은 공비가 3인 등비수열이다.
㉤은 공비가 $\frac{3}{2}$ 인 등비수열이다.

12. 첫째항이 $\frac{1}{4}$, 끝항이 $\frac{1}{16}$, 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열의 항의 개수는?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$a_n = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{16}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{4} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$n-1=2$$

$$n=3$$

13. 첫째항이 1, 공비가 -3인 항수가 5인 등비수열의 합은?

- ① 61 ② 122 ③ 244 ④ 361 ⑤ 722

해설

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \text{ 에서}$$

$$S_5 = \frac{1 \cdot \{1 - (-3)^5\}}{1 - (-3)} = 61$$

14. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n - 1$ 일 때, a_{20} 의 값은?

① 38 ② 39 ③ 41 ④ 42 ⑤ 43

해설

$$\begin{aligned} a_{20} &= S_{20} - S_{19} \\ S_{20} &= 20^2 + 40 - 1 = 439, \\ S_{19} &= 19^2 + 38 - 1 = 398 \\ \therefore a_{20} &= 439 - 398 = 41 \end{aligned}$$

15. 등차수열 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

등차수열 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차를 d 로 놓으면

305는 제 102항이므로

$$305 = 2 + (102 - 1)d$$

$$\therefore d = \frac{303}{101} = 3$$

16. $a, -6, b, -12$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

b 는 -6 과 -12 의 등차중항이므로

$$b = \frac{-6 + (-12)}{2} = -9$$

따라서 이 수열은 공차가 -3 인 등차수열이다.

$$a + (-3) = -6 \text{에서 } a = -3$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{-9}{-3} = 3$$

17. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n - 1$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned} a_{10} &= S_{10} - S_9 \\ S_{10} &= 10^2 + 20 - 1 = 119, \\ S_9 &= 9^2 + 18 - 1 = 98 \\ \therefore a_{10} &= 119 - 98 = 21 \end{aligned}$$

18. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 \cdot a_3 \cdot a_8 = 64$ 일 때, a_4 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

$$\begin{aligned} a_n &= a \cdot r^{n-1} \\ a_1 \cdot a_3 \cdot a_8 &= a \times ar^2 \times ar^7 = a^3 r^9 \\ a^3 r^9 &= (ar^3)^3 = 64 = 4^3 \\ \therefore ar^3 &= 4 \\ \therefore a_4 &= 4 \end{aligned}$$

19. 제2항이 6, 제5항이 162인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{10} 의 값은? (단, 공비는 실수)

① 3^9

② $2 \cdot 3^9$

③ 3^{10}

④ $2 \cdot 3^{10}$

⑤ 3^{11}

해설

등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공비를 r 라 하면

$$a_2 = ar = 6 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$a_5 = ar^4 = 162 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하여 풀면

$$a = 2, r = 3$$

따라서 등비수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 2, 공비가 3이므로 일반항 a_n

은

$$a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

$$\therefore a_{10} = 2 \cdot 3^9$$

20. 2와 18의 등비중항을 x , 2와 18의 등차중항을 y 라 할 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

- ① 122 ② 128 ③ 136 ④ 146 ⑤ 152

해설

x 는 2와 18의 등비중항이므로
 $x^2 = 2 \times 18 = 36$
 y 는 2와 18의 등차중항이므로
 $2y = 2 + 18 = 20$
 $\therefore y = 10$
 $\therefore x^2 + y^2 = 36 + 100 = 136$

21. 두 수 1과 64사이에 다섯 개의 수 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 를 넣어서 만든 수열이 등비수열을 이룰 때, a_3 의 값은?(단, $a_3 > 0$)

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

해설

주어진 수열이 등비수열을 이루므로

1, a_3 , 64도 등비수열을 이룬다.

$$(a_3)^2 = 1 \cdot 64 \quad \therefore a_3 = 8$$

22. 양수 a, b 에 대하여 세 수 $\log 2, \log a, \log 8$ 이 이 순서로 등차수열을 이루고, 세 수 $a, b, 16$ 이 이 순서로 등비수열을 이룰 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$2 \log a = \log 2 + \log 8$$

$$a^2 = 16, \quad \therefore a = 4$$

$$b^2 = a \times 16 = 64, \quad \therefore b = 8$$

$$a + b = 4 + 8 = 12$$

23. 수열 $1 + x + x^2 + x^3 + \dots + \dots + x^{2n-1}$ 의 합은? (단, $x \neq 1$)

① $2n$

② $\frac{x^{2n}}{x-1}$

③ $\frac{x^{2n}-1}{x-1}$

④ $\frac{x^{2n}-1}{x}$

⑤ $\frac{x^{2n}+1}{x-1}$

해설

첫째항이 1, 공비가 x , 항수가 $2n$ 인 등비수열의 합이므로

$$S = \frac{1 \cdot (x^{2n} - 1)}{x - 1} = \frac{x^{2n} - 1}{x - 1}$$

24. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = 2^n + (-1)^n$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9$ 의 값은?

① $2^{10} - 3$

② $2^{10} - 1$

③ 2^{10}

④ $2^{10} + 1$

⑤ $2^{10} + 3$

해설

$$a_n = 2^n + (-1)^n \text{에서}$$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_9$$

$$= (2^1 - 1) + (2^2 + 1) + \dots + (2^9 - 1)$$

$$= (2^1 + 2^2 + \dots + 2^9) - 1$$

$$= \frac{2(2^9 - 1)}{2 - 1} - 1 = 2^{10} - 3$$

25. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n + 2$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$S_{10} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10}, S_9 = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$$

이므로

$$\begin{aligned} a_{10} &= S_{10} - S_9 \\ &= (10^2 - 3 \cdot 10 + 2) - (9^2 - 3 \cdot 9 + 2) \\ &= (10^2 - 9^2) - 3(10 - 9) \\ &= 16 \end{aligned}$$