

1. 수열 1, -2, 3, -4, 5, ... 의 11번째 항은?

- ① -13    ② -10    ③ 11    ④ -11    ⑤ 13

해설

주어진 수열은 각 항의 절댓값이 자연수이고, 부호가 교대로 변하는 꼴이다. 따라서 11번째 항은 11이다.

2. 다음 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항  $a_n$ 은?

-1, 2, -3, 4, ...

- ①  $(-1)^{n+1} \times n$       ②  $n - (-1)^n$       ③  $(-1)^n + n$   
④  $(-1)^n \times n$       ⑤  $\frac{1}{2} \{1 - (-1)^n\}$

해설

$$\begin{aligned} a_1 &= -1 \cdot 1 \\ a_2 &= (-1)^2 \cdot 2 \\ a_3 &= (-1)^3 \cdot 3 \\ a_4 &= (-1)^4 \cdot 4 \text{ 이므로} \\ a_n &= (-1)^n \cdot n \end{aligned}$$

3. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_5 + a_6 = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}}$ ,  $a_6 + a_7 = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ 일 때,  $a_6$ 의 값은?

- ①  $-\sqrt{3}$     ②  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$     ③ 0    ④  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     ⑤  $\sqrt{3}$

해설

$\sqrt{4 \pm 2\sqrt{3}} = \sqrt{3} \pm 1$  (복호·동순),  $a_5 + a_7 = 2a_6$  이므로  
 $(a_5 + a_6) + (a_6 + a_7) = (\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1)$ 에서

$$4a_6 = 2\sqrt{3} \quad \therefore a_6 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

4. 등차수열 11,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $\dots$ ,  $a_{100}$ , 213에서 공차는?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$b_1 = 11, b_2 = a_1, b_3 = a_2, \dots, b_{101} = a_{100},$$

$$b_{102} = 213$$

$$b_{102} = 213 = 11 + (102 - 1) \cdot d$$

$$101d = 202$$

$$d = 2$$

5. 세 수  $-7 + 2x$ ,  $5 + x$ ,  $5 - 4x$ 가 이 순서로 등차수열을 이룰 때,  $x$ 의 값은?

- ①  $-4$     ②  $-3$     ③  $-2$     ④  $-1$     ⑤  $1$

해설

$-7 + 2x$ ,  $5 + x$ ,  $5 - 4x$ 가 등차수열을 이루면  $5 + x$ 가 등차중항

이므로

$$2(5 + x) = -7 + 2x + 5 - 4x$$

$$4x = -12$$

$$\therefore x = -3$$

6. 첫째항이  $-43$ , 공차가  $7$ 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

① 제 8항

② 제 9항

③ 제 10항

④ 제 11항

⑤ 제 12항

해설

주어진 수열의 일반항을  $a_n$ 이라 하면

$$a_n = -43 + (n-1) \times 7 = 7n - 50$$

이때,  $a_n > 0$ 을 만족시키는  $n$ 은

$$7n - 50 > 0, 7n > 50$$

$$\therefore n > \frac{50}{7} = 7.14\dots$$

따라서 자연수  $n$ 의 최솟값은  $8$ 이므로 처음으로 양수가 되는 항은 제8항이다.

7. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항에서 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이  $S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ 일 때,  $a_{15}$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 240

해설

$n \geq 2$ 일 때,  $a_n = S_n - S_{n-1}$ 이므로

$$a_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} - \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$$

$$= \frac{n(n+1)\{n+2-(n-1)\}}{3}$$

$$= \frac{n(n+1) \cdot 3}{3}$$

$$= n(n+1)$$

$$\therefore a_{15} = 15 \times 16 = 240$$

8. 수열  $1, -10, 10^2, -10^4, \dots$  은 첫째항이  $a$ , 공비가  $r$ 인 등비수열이다. 이 때,  $a+r$ 의 값은?

①  $-10$     ②  $-9$     ③  $-8$     ④  $-7$     ⑤  $-6$

해설

$$a = 1, r = -10$$

$$\therefore a + r = -9$$

9. 각 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_1 : a_3 = 4 : 9$ 이고,  $a_2 = 4$ 일 때,  $a_5$ 의 값은?

- ①  $\frac{11}{2}$     ② 7    ③  $\frac{19}{2}$     ④ 12    ⑤  $\frac{27}{2}$

해설

공비를  $r$ 이라고 하면

$$a_1 : a_3 = a_1 : a_1 r^2 = 1 : r^2 \text{ 이므로}$$

$$1 : r^2 = 4 : 9 \text{ 에서}$$

$$r^2 = \frac{9}{4} \quad \therefore r = \frac{3}{2}$$

$$a_2 = a_1 r = 4 \text{ 에서 } \frac{3}{2} a_1 = 4 \quad \therefore a_1 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore a_5 = a_1 r^4 = \frac{8}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{27}{2}$$

10. 수열  $\omega, \omega^3, \omega^5, \omega^7, \dots$ 의 첫째항부터 제 36항까지의 합을 구하여라.  
( $\omega^3 = 1$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

첫째항이  $\omega$ , 공비가  $\omega^2$ , 항수가 36인 등비수열의 합이므로

$$S = \frac{\omega \{(\omega^2)^{36} - 1\}}{\omega^2 - 1} = \frac{\omega(\omega^{72} - 1)}{\omega^2 - 1}$$

이때,  $\omega^3 = 1$ 이므로

$$\omega^{72} = (\omega^3)^{24} = 1^{24} = 1$$

$$\therefore S = \frac{\omega(\omega^{72} - 1)}{\omega^2 - 1} = \frac{\omega(1 - 1)}{\omega^2 - 1} = 0$$

11. 집합 {2, 4, 6, 8, 10, 12}에서 선택한 세 개의 원소  $a_1, a_2, a_3$ 이  $2a_2 = a_1 + a_3$ 을 만족시키는 경우의 수는? (단,  $a_1 < a_2 < a_3$ 이다.)

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

해설

$2a_2 = a_1 + a_3 \Rightarrow$  등차수열

① 공차가 2인 경우 (4가지)

2, 4, 6   4, 6, 8   6, 8, 10   8, 10, 12

② 공차가 4인 경우 (2가지)

2, 6, 10   4, 8, 12

12. 오각형의 다섯 개의 내각을 각각  $v, w, x, y, z$  라 하면  $v < w < x < y < z$  이고 순서대로 등차수열을 이룬다고 한다. 이때,  $x$ 의 값은?

- ①  $92^\circ$     ②  $108^\circ$     ③  $112^\circ$     ④  $121^\circ$     ⑤  $138^\circ$

해설

오각형의 내부는 세 개의 삼각형으로 나누어지므로  
그 내각의 총합은  $v + w + x + y + z = 540^\circ$ 이다.  
또한 각 내각을 등차수열의 각 항으로 표현하면  
 $d$ 를 공차로 생각하여  $x - 2d, x - d, x, x + d, x + 2d$ 와 같이  
표현할 수 있다. 이것을 위 식에 대입하면  
 $(x - 2d) + (x - d) + x + (x + d) + (x + 2d) = 540^\circ$ 이므로  $x = 108^\circ$   
이다.

13. 공차가 2인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 두 등차수열  $\{2a_n\}$ ,  $\{3a_n + 2\}$ 의 공차의 합은?

① 10      ② 12      ③ 14      ④ 16      ⑤ 18

해설

수열  $\{a_n\}$ 의 공차가 2이므로

$$a_{n+1} - a_n = 2$$

수열  $\{2a_n\}$ 의 공차를  $d_1$ 이라 하면

$$d_1 = 2a_{n+1} - 2a_n = 2(a_{n+1} - a_n) = 2 \times 2 = 4$$

수열  $\{3a_n + 2\}$ 의 공차를  $d_2$ 이라 하면

$$d_2 = (3a_{n+1} + 2) - (3a_n + 2) = 3(a_{n+1} - a_n) = 3 \times 2 = 6$$

$$\therefore d_1 + d_2 = 4 + 6 = 10$$

14. 2와  $\frac{2}{3}$  사이에 두 수  $a, b$ 를 넣어서 만든 4개의 수  $2, a, b, \frac{2}{3}$ 가 이

순서로 조화수열을 이룰 때,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 의 값은?

- ①  $\frac{7}{4}$       ② 2      ③  $\frac{9}{4}$       ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

해설

2,  $a, b, \frac{2}{3}$ 가 조화수열을 이루므로  $\frac{1}{2}, \frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{3}{2}$ 이 등차수열을 이룬다.

$$\text{따라서 } \frac{1}{a} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{b}$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$$

15. 다음 조건을 만족하는 등차수열  $\{a_n\}$ 의 개수는? (단,  $n \geq 3$ )

- ㉠  $a_1 = 1$   
 ㉡ 공차는 정수이다.  
 ㉢  $a_1 + a_2 + a_3 \cdots + a_n = 118$

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 무수히 많다.

해설

$$S_n = \frac{n\{2 + (n-1)d\}}{2} = 118$$

$$n\{2 + (n-1)d\} = 236$$

$236 = 4 \times 59$  이고  $n \geq 3$  이므로

(i)  $n = 4$  일때  
 $2 + (n-1)d = 59$   
 $2 + 3d = 59, d = 19$

(ii)  $n = 59$  일때  
 $2 + (n-1)d = 4$   
 $2 + 58d = 4$   
 $d$ 는 정수이므로 성립하지 않는다.  
 $\therefore \{a_n\}$ 은 한 개

16. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이  $S_n = -n^2 + 2n$ 일 때,  $a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20}$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -280

해설

$$\begin{aligned} & a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20} \\ &= (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{20}) - (a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10}) \\ &= (-20^2 + 2 \times 20) - (-10^2 + 2 \times 10) \\ &= -360 - (-80) = -280 \end{aligned}$$

17. 100 이상 200 이하의 자연수 중에서 3 또는 5의 배수인 것들의 총합을  $S$  라 할 때,  $\frac{S}{150}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

$$\begin{aligned} S &= (3\text{의 배수의 총합}) + (5\text{의 배수의 총합}) - (15\text{의 배수의 총합}) \\ &= (102 + 105 + 108 + \cdots + 198) + (100 + 105 + 110 + \cdots + 200) - (105 + 120 + 135 + \cdots + 195) \\ &= \frac{33(102 + 198)}{2} + \frac{21(100 + 200)}{2} \\ &\quad - \frac{7(105 + 195)}{2} \\ &= 47 \cdot 150 \\ \therefore \frac{1}{150} S &= 47 \end{aligned}$$

18. 첫째항이 45이고, 공차가 -4인 등차수열은 첫째항부터 제 몇 항까지의 합이 처음 음수가 되는가?

① 23      ② 24      ③ 25      ④ 26      ⑤ 27

해설

첫째항이 45이고, 공차가 -4인 등차수열의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합은

$$\frac{n\{2 \cdot 45 + (n-1) \cdot (-4)\}}{2} = n(47-2n)$$

$$n(47-2n) < 0 \text{에서 } n < 0 \text{ 또는 } n > \frac{47}{2}$$

$$n > 0 \text{이므로 } n > \frac{47}{2} = 23.5$$

따라서 주어진 수열은 첫째항부터 제 24항까지의 합이 처음으로 음수가 된다.

19. 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 15인 원을 5개의 부채꼴로 나누었더니 부채꼴의 넓이가 작은 것부터 차례로 등차수열을 이루었다. 가장 큰 부채꼴의 넓이가 가장 작은 부채꼴의 넓이의 2배일 때, 가장 큰 부채꼴의 넓이는  $k\pi$ 이다. 이때  $k$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 60

**해설**

각 부채꼴의 넓이를

$a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$ 라 하면

$$2(a - 2d) = a + 2d$$

$$2a - 4d = a + 2d$$

$$a = 6d$$

$$\therefore 4d, 5d, 6d, 7d, 8d$$

$$\text{그런데 } \frac{5(4d + 8d)}{2} = 15^2\pi$$

$$6d = 45\pi$$

$$d = \frac{15}{2}\pi$$

$$\therefore 8d = 8 \cdot \frac{15}{2}\pi = 60\pi$$

$$\therefore k = 60$$

20. 등비수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_1 = x - 3$ ,  $a_2 = x$ ,  $a_3 = x + 6$ 이 성립할 때,  $a_5$ 의 값은?

- ① 16      ② 24      ③ 32      ④ 48      ⑤ 52

해설

$x$ 는  $x - 3$ 과  $x + 6$ 의 등비중항이므로

$$x^2 = (x - 3)(x + 6) = x^2 + 3x - 18$$

$$3x = 18 \therefore x = 6$$

즉,  $a_1 = 3$ ,  $a_2 = 6$ ,  $a_3 = 12$ 이므로 수열  $\{a_n\}$ 은 공비가 2인

등비수열이다.

$$\therefore a_5 = 3 \cdot 2^4 = 3 \cdot 16 = 48$$

21. 세 양수  $a, b, c$ 는 이 순서대로 등비수열을 이루고, 다음 두 조건을 만족한다.

$$\textcircled{1} a + b + c = \frac{7}{2} \qquad \textcircled{2} abc = 1$$

이때  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

- ①  $\frac{13}{4}$     ②  $\frac{15}{4}$     ③  $\frac{17}{4}$     ④  $\frac{19}{4}$     ⑤  $\frac{21}{4}$

**해설**

공비를  $r$ 라 하면  $a + b + c = a + ar + ar^2 = \frac{7}{2}$ 에서

$$a(1 + r + r^2) = \frac{7}{2} \dots \textcircled{1}$$

또,  $abc = a \cdot ar \cdot ar^2 = 1$ 에서  $a^3 r^3 = (ar)^3 = 1$ 이고

$a, r$ 는 실수이므로  $ar = 1 \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서

$$\frac{1 + r + r^2}{r} = \frac{7}{2}, \quad 2r^2 + 2r + 2 = 7r, \quad 2r^2 - 5r + 2 = 0$$

$$(r - 2)(2r - 1) = 0 \quad \therefore r = 2 \text{ 또는 } r = \frac{1}{2}$$

$\textcircled{1}$ 에서  $a = \frac{1}{2}$  또는  $a = 2$

따라서 세 수는 2, 1,  $\frac{1}{2}$ 이다.

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 2^2 + 1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{21}{4}$$

22. 2와 162사이에 세 양수  $a, b, c$ 를 넣어  $2, a, b, c, 162$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루게 할 때,  $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 78

해설

$$\begin{aligned} b^2 &= 2 \times 162 \\ b &= 18 \quad (\because b > 0) \\ 2, a, 18, c, 162 &\text{가 등비수열을 이루므로} \\ a^2 &= 2 \times 18 \\ a &= 6 \quad (\because a > 0) \\ c^2 &= 18 \times 162 \\ c &= 54 \\ \therefore a + b + c &= 6 + 18 + 54 = 78 \end{aligned}$$

23. 수열  $\{\log_2 a_n\}$  이 첫째항이 2, 공차가 3인 등차수열을 이룰 때, 수열  $\{a_n\}$ 은 등비수열을 이룬다. 이때,  $\frac{a_{10}}{a_9}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}\log_2 a_n &= 2 + (n-1) \cdot 3 \\ &= 3n - 1\end{aligned}$$

$$a_n = 2^{3n-1}$$

$\frac{a_{10}}{a_9}$ 는 공비이므로 8

24. 공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_1 + a_2 = 96$ ,  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 120$  일 때, 첫째항부터 제 7항까지의 합은?

- ① 127      ② 136      ③ 148      ④ 156      ⑤ 164

해설

등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항을  $a$ , 공비를  $r$ 이라 하면

$$a_1 + a_2 = 96 \text{ 에서 } a + ar = 96 \cdots \textcircled{1}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 120 \text{ 에서 } 96 + a_3 + a_4 = 120$$

즉,  $a_3 + a_4 = 24$  이므로

$$a_3 + a_4 = ar^2 + ar^3 = r^2(a + ar) = 96r^2 = 24$$

$$r^2 = \frac{1}{4} \quad \therefore r = \frac{1}{2} (\because r > 0)$$

이것을  $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\frac{3}{2}a = 96 \quad \therefore a = 64$$

따라서 첫째항부터 제 7항까지의 합은

$$\frac{64 \left\{ 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^7 \right\}}{1 - \frac{1}{2}} = 128 \left\{ 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^7 \right\} = 128 - 1 = 127$$

25. 첫째항이 3이고 공비가 2인 등비수열이 있다. 첫째항부터 몇 항까지의 합이 처음으로 100보다 크게 되는가?

① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

해설

$$a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$$

$$S_n = \frac{3(2^n - 1)}{2 - 1} > 100 \text{인}$$

자연수  $n$ 의 최솟값을 구하면 된다.

$$2^n - 1 > \frac{100}{3}$$

$$2^n > \frac{103}{3} \approx 34. \times \times \times$$

$$2^5 = 32, 2^6 = 64 \text{이므로}$$

$$n = 6$$

26. 두 수열  $\{a_n\}$  과  $\{b_n\}$  의 첫째항부터 제  $n$  항까지의 합을 각각  $S_n, T_n$  이라 하면

$S_n = n^2 + kn$ ,  $\log_3(T_n - 1) = n$  이 성립한다. 두 수열의 제3항이 서로 같을 때,  $k$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$S_n = n^2 + kn$  이므로

$$a_3 = S_3 - S_2$$

$$(3^2 + 3k) - (2^2 + 2k) = k + 5$$

$\log_3(T_n - 1) = n$  에서  $T_n = 3^n + 1$  이므로

$$b_3 = T_3 - T_2 = 3^3 + 1 - (3^2 + 1)$$

$$= 28 - 10 = 18$$

이때,  $a_3 = b_3$  이므로  $k + 5 = 18 \quad \therefore k = 13$

27. 매출액이 매년 일정한 비율로 증가하는 기업이 있다. 지난 10년간 매출액의 증가율이 69%일 때, 처음 5년간 매출액의 증가율은?

- ① 13%    ② 15%    ③ 20%    ④ 24%    ⑤ 30%

해설

매년 매출액의 증가비율을  $a$ 라 하자

$$(1+a)^{10} = 1.69 \text{ 일 때}$$

$$(1+a)^5 = \sqrt{1.69} = \sqrt{1.3^2} \\ = 1.3 \text{ 이므로}$$

1.3배로 증가하였다.  
따라서 증가율은 30%

28. 100 만원을 월이율 2%, 1 개월마다의 복리로 빌릴 때, 1 년 후에는 얼마를 갚아야 하는가?(단,  $1.02^{12} = 1.2682$ )

- ① 1258200 원      ② 1268200 원      ③ 1278200 원  
④ 1288200 원      ⑤ 1298200 원

해설

$$\begin{aligned} S &= 1000000(1 + 0.02)^{12} = 10^6 \times 1.02^{12} \\ &= 10^6 \times 1.2682 = 1268200(\text{원}) \end{aligned}$$

29. 다현이가 1000만원을 연이율 4%의 복리로 10년간 은행에 맡겼을 때 원리합계를 구하여라. (단.  $1.04^{10} = 1.48$ 로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1480만원

해설

1년후 원리합계는  $1000\text{만} \times (1.04)^1$   
(10년후 원리합계)  
 $= 1000\text{만} \times 1.04^{10}$   
 $= 1000\text{만} \times 1.48$   
 $= 1480\text{만}(\text{원})$

30. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이  $\log_3(S_n + 1) = n$ 을 만족할 때,  $a_3$ 의 값은?

- ① 6      ② 10      ③ 14      ④ 18      ⑤ 22

해설

$$\begin{aligned}3^n &= S_n + 1 \\S_n &= 3^n - 1 \\S_{n-1} &= 3^{n-1} - 1 \\a_n &= (3^n - 1) - (3^{n-1} - 1) \quad (n \geq 2) \\&= 3^n - 1 - 3^{n-1} + 1 \\&= 3^n - 3^{n-1} = 2 \cdot 3^{n-1} \\a_3 &= 2 \cdot 3^2 = 18\end{aligned}$$

31. 수열 3, 33, 333, 3333, ...의 일반항  $a_n$ 을 구하여라.

- ①  $a_n = \frac{1}{3}(10^n - 1)$                       ②  $a_n = \frac{2}{3}(10^n - 1)$   
③  $a_n = \frac{1}{3}(10^n - 2)$                       ④  $a_n = \frac{1}{3}(10^n - 2)$   
⑤  $a_n = \frac{2}{3}(10^n - 2)$

**해설**

수열 9, 99, 999, 9999, ...에서  
 $9 = 10^1 - 1$ ,  $99 = 10^2 - 1$ ,  $999 = 10^3 - 1$ ,  $9999 = 10^4 - 1, \dots$   
따라서 이 수열의 일반항은  $10^n - 1$ 이다.  
수열 3, 33, 333, 3333, ...의 각 항은  
 $3 = 9 \times \frac{1}{3}$ ,  $33 = 99 \times \frac{1}{3}$ ,  $333 = 999 \times \frac{1}{3}$ , ... 이므로  
주어진 수열의 일반항은  $a_n = \frac{1}{3}(10^n - 1)$ 이다.