

1. 수열 $-1, 3, -5, 7, -9, \dots$ 의 7번째 항은?

- ① -13 ② -10 ③ 11 ④ -11 ⑤ 13

해설

주어진 수열은 각 항의 절댓값이 홀수이고, 부호가 교대로 변하는 꼴이다. 따라서 6번째 항은 11 , 7번째 항은 -13 이다.

2. 등차수열 a_n 의 일반항이 $a_n = 3n + 6$ 일 때, 첫째 항 a 와 공차 d 는?

① $a = 3, d = -3$ ② $a = 3, d = 3$ ③ $a = 6, d = 3$

④ $a = 9, d = 3$ ⑤ $a = 9, d = -3$

해설

$$\begin{aligned} a_n &= 3n + 6 \text{ 이므로} \\ a_1 &= 3 \cdot 1 + 6 = 9, \\ a_2 &= 3 \cdot 2 + 6 = 12 \text{ 이므로} \\ d &= a_2 - a_1 = 3 \end{aligned}$$

3. 첫째항이 1, 공차가 3인 등차수열의 일반항 a_n 을 구하면?

- ① $3n - 2$ ② $3n - 1$ ③ $3n$
④ $3n + 1$ ⑤ $3n + 3$

해설

$$a_n = 1 + (n - 1) \cdot 3 = 3n - 2$$

4. 다음 등차수열의 제 20항을 구하여라.

131, 137, 143, 149, 155, 161, ...

▶ 답 :

▷ 정답 : 245

해설

주어진 등차수열의 제 1항을 a , 공차를 d 라고 하자.

$$a = 131, d = 137 - 131 = 6 \text{ 이므로}$$

$$a_n = 131 + (n - 1) \cdot 6 = 6n + 125$$

$$\therefore a_{20} = 6 \cdot 20 + 125 = 245$$

5. 다음 수열이 등차수열을 이루도록 (가)~(다)에 들어갈 알맞은 수를 순서대로 나열한 것은?

보기

5, (가), 17, (나), (다)

- ① 10, 22, 27 ② 10, 23, 29 ③ 11, 23, 27
④ 11, 23, 29 ⑤ 12, 24, 29

해설

5와 17의 등차중항은 $\frac{5+17}{2} = 11$, 이 수열의 공차는 6이다.
따라서 (가), (나), (다)에 들어갈 수는 11, 23, 29이다.

6. 세 수 -17 , x , 1 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

x 는 -17 과 1 의 등차중항이므로
 $2x = -17 + 1 = -16 \quad \therefore x = -8$

7. 다음 등비수열의 일반항 a_n 은?

2, 4, 8, 16, …

① $(-2)^n$

② 2^{n-1}

③ 2^{n+1}

④ 2^n

⑤ $(-2)^{n-1}$

해설

주어진 수열은 첫째항이 2이고 공비가 2이므로 $a_n = 2^n$

8. 등비수열 $-3, 6, -12, 24, -48, \dots$ 에서 384는 제 몇 항인가?

- ① 제 6항 ② 제 7항 ③ 제 8항
④ 제 9항 ⑤ 제 10항

해설

주어진 등비수열의 일반항을 a_n 이라 하면 첫째항이 -3 이고, 공비가 -2 이므로

$$a_n = (-3) \cdot (-2)^{n-1}$$

$$(-3) \cdot (-2)^{n-1} = 384 \text{ 에서 } (-2)^{n-1} = -128 = (-2)^7$$

$$n-1 = 7 \quad \therefore n = 8$$

9. 첫째항이 1, 공비가 2, 끝항이 512인 등비수열의 합은?

- ① 511 ② 512 ③ 1023 ④ 1024 ⑤ 2047

해설

$$512 = 1 \cdot 2^{n-1} \text{에서 } n = 10$$

$$\therefore a = 1, r = 2, n = 10$$

$$\therefore S_{10} = \frac{1 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1} = 1023$$

10. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 1$, $a_{11} = 32$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (a_{k+1} - a_k)$ 의 값은?

- ① 25 ② 27 ③ 29 ④ 31 ⑤ 33

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{10} (a_{k+1} - a_k) \\ &= (a_2 - a_1) + (a_3 - a_2) + (a_4 - a_3) + \cdots + (a_{11} - a_{10}) \\ &= a_{11} - a_1 = 32 - 1 = 31 \end{aligned}$$

11. 다음 ()안에 알맞은 것은?

$$\frac{3}{2}i, \frac{5}{4}i, (\quad), \frac{9}{8}i, \frac{11}{10}i, \dots$$

- ① $\frac{5}{4}i$ ② i ③ $\frac{7}{6}i$ ④ $\frac{8}{6}i$ ⑤ $\frac{6}{7}i$

해설

나열된 복소수의 분모의 수열을 a_n 이라 하면 $a_n = 2n$
분자의 수열을 b_n 이라 하면 $b_n = (2n + 1)i$ 이다.

따라서 구하는 세 번째의 복소수는 $\frac{7}{6}i$ 이다.

12. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_4 : a_9 = 2 : 5$ 일 때, a_{15} 의 값은?

- ① 40 ② 43 ③ 46 ④ 49 ⑤ 52

해설

첫째항을 a 라 하면 $a_n = a + (n-1) \cdot 3$ 이므로

$$a_4 = a + 9, a_9 = a + 24$$

이때, $(a+9) : (a+24) = 2 : 5$ 에서

$$5(a+9) = 2(a+24)$$

$$\therefore a = 1$$

$$\therefore a_{15} = 1 + (15-1) \cdot 3 = 43$$

13. 등차수열 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

등차수열 $2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 305$ 에서 공차를 d 로 놓으면
305는 제 102항이므로

$$305 = 2 + (102 - 1)d$$

$$\therefore d = \frac{303}{101} = 3$$

14. 수열 $-3, a, b, c, 13$ 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$a - (-3) = d$$

$$b - a = d$$

$$c - b = d$$

$$13 - c = d$$

좌변은 좌변끼리, 우변은 우변끼리

$$\text{더하면 } 13 - (-3) = 4d \therefore d = 4$$

$$\therefore a = -3 + 4 = 1$$

$$b = 1 + 4 = 5$$

$$c = 5 + 4 = 9$$

$$\therefore a + b + c = 15$$

15. 첫째항이 -43 , 공차가 7 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

- ① 제 8항 ② 제 9항 ③ 제 10항
④ 제 11항 ⑤ 제 12항

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n 이라 하면

$$a_n = -43 + (n-1) \times 7 = 7n - 50$$

이때, $a_n > 0$ 을 만족시키는 n 은

$$7n - 50 > 0, 7n > 50$$

$$\therefore n > \frac{50}{7} = 7.14\dots$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 8 이므로 처음으로 양수가 되는 항은 제8항이다.

16. 조화수열 12, 6, 4, 3, ...의 일반항은?

- ① $\frac{12}{n}$ ② $\frac{8}{n}$ ③ $\frac{6}{n}$ ④ $\frac{3}{n}$ ⑤ $\frac{2}{n}$

해설

주어진 조화수열을 $\{a_n\}$ 이라고 하면,

$\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 은 등차수열이다.

$$\left\{\frac{1}{a_n}\right\} = \frac{1}{12}, \frac{1}{6}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \dots$$

$$= \frac{1}{12}, \frac{2}{12}, \frac{3}{12}, \frac{4}{12}, \dots$$

따라서 등차수열 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 의 일반항은 $\frac{n}{12}$

$$\therefore a_n = \frac{12}{n}$$

17. 첫째항이 1이고 공차가 자연수 d 인 등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $n \geq 3$ 일 때, $S_n = 94$ 를 만족하는 d 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$$S_n = 94 \text{에서 } \frac{n\{2 + (n-1)d\}}{2} = 94$$

$$n\{2 + (n-1)d\} = 2 \cdot 94 = 2^2 \cdot 47$$

그런데 $n \geq 3$ 이므로 n 의 값이 될수 있는 것은 4, 47, 94, 188이다.

$$n = 4 \text{일때, } 2 + (4-1)d = 47 \quad \therefore d = 15$$

$$n = 47 \text{일때, } 2 + (47-1)d = 4 \quad \therefore d = \frac{2}{23}$$

$$n = 94 \text{일때, } 2 + (94-1)d = 2 \quad \therefore d = 0$$

$$n = 188 \text{일때, } 2 + (188-1)d = 1 \quad \therefore d = -\frac{1}{187}$$

이 중에서 d 가 자연수가 되는 것은 $n = 4$ 이므로 $d = 15$

18. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 + a_{10} + a_{15} + a_{20} = 72$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{24}$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 432

해설

첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_5 + a_{10} + a_{15} + a_{20} = 4a + 46d = 72$$

$$2a + 23d = 36$$

$$\begin{aligned} \therefore a_1 + a_2 + \dots + a_{24} &= \frac{24(2a + 23d)}{2} \\ &= 12 \times 36 \\ &= 432 \end{aligned}$$

19. 수열 $1, -10, 10^2, -10^4, \dots$ 은 첫째항이 a , 공비가 r 인 등비수열이다. 이 때, $a+r$ 의 값은?

- ① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

해설

$$a = 1, r = -10$$

$$\therefore a + r = -9$$

20. 등비증항의 성질을 이용하여 다음 수열이 등비수열이 되도록 할 때, □안에 알맞은 수를 모두 더하면?

$$-2, \square, -8, \square, \square, 64, \dots$$

- ① -11 ② -12 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

첫 번째 괄호를 b 라 하면 $b^2 = (-2) \times (-8)$, $b^2 = 16$
따라서 $b = 4$ 이고 공비는 -2 인 수열이 되므로 구하는 수열은
 $-2, 4, -8, 16, -32, 64, \dots$
 $\therefore 4 + 16 - 32 = -12$

21. 오른쪽 표에서 가로줄, 세로줄 각각이 모두 등비수열을 이룰 때, $a + b + c + d$ 의 값은?(단, a, b, c, d 는 양수)

1	3	a
2	b	18
c	12	d

- ① 51 ② 52 ③ 53 ④ 54 ⑤ 55

해설

1	3	9
2	6	18
4	12	36

$$a + b + c + d = 9 + 6 + 4 + 36 = 55$$

22. 서로 다른 두 실수 a, b 에 대하여 $b, \frac{a}{2}, 7$ 이 이 순서대로 등차수열을 이루고, $a, -3, b$ 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 9 ② 33 ③ 50 ④ 67 ⑤ 81

해설

$$\frac{a}{2} = \frac{b+7}{2} \Rightarrow a-b=7$$

$$(-3)^2 = ab \Rightarrow ab=9$$

$$\begin{aligned} \therefore a^2 + b^2 &= (a-b)^2 + 2ab \\ &= 7^2 + 2 \times 9 = 67 \end{aligned}$$

23. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n + 2$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$S_{10} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10}, S_9 = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$$

이므로

$$\begin{aligned} a_{10} &= S_{10} - S_9 \\ &= (10^2 - 3 \cdot 10 + 2) - (9^2 - 3 \cdot 9 + 2) \\ &= (10^2 - 9^2) - 3(10 - 9) \\ &= 16 \end{aligned}$$

24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 공차가 각각 2, 3인 등차수열일 때, 수열 $\{a_n + b_n\}$ 의 공차는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot 2$$

$$b_n = b_1 + (n-1) \cdot 3$$

$$a_n + b_n = a_1 + b_1 + (n-1) \cdot 5$$

$$\therefore \text{공차} = 5$$

25. 10행 10열로 이루어진 표에 다음 그림과 같이 1, 3, 4, 6이 쓰여 있다. 이 표의 나머지 칸에는 모든 행과 모든 열이 각각 등차수열을 이루도록 숫자가 쓰인다고 할 때, 이 표에 있는 모든 숫자의 합은?

	제1열	제2열	...	제10열
제1행	1	3		
제2행	4	6		
⋮				
제10행				

- ① 2200 ② 2250 ③ 2300 ④ 2350 ⑤ 2400

해설

제 n 행의 수열의 합을 S_n 이라 하면
 제1행은 첫째항이 1, 공차가 2인 등차수열이므로

$$S_1 = \frac{10(2 \cdot 1 + 9 \cdot 2)}{2} = 100$$
 따라서 수열 $\{S_n\}$ 은 첫째항이 100, 공차가 $3 \cdot 10 = 30$ 인 등차수열이므로

$$S_1 + S_2 + \dots + S_{10} = \frac{10(2 \cdot 100 + 9 \cdot 30)}{2} = 2350$$

26. 첫째항부터 제3항까지의 합이 7, 제4항부터 제6항까지의 합이 56인 등비수열이 있다. 이 수열의 첫째항부터 제9항까지의 합은? (단, 공비는 실수이다.)

- ① 498 ② 502 ③ 511 ④ 512 ⑤ 524

해설

첫째항을 a , 공비를 r 이라 하고, 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하면

$$S_3 = \frac{a(r^3 - 1)}{r - 1} = 7 \dots \text{㉠}$$

$$S_6 = \frac{a(r^6 - 1)}{r - 1} = \frac{a(r^3 - 1)(r^3 + 1)}{r - 1} = 63 \dots \text{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $7(r^3 + 1) = 63$

$$r^3 + 1 = 9 \quad \therefore r = 2$$

$r = 2$ 를 ㉠에 대입하면 $a(2^3 - 1) = 7 \quad \therefore a = 1$

$$S_9 = \frac{1 \cdot (2^9 - 1)}{2 - 1} = 512 - 1 = 511$$

27. 다현이가 1000만원을 연이율 4%의 복리로 10년간 은행에 맡겼을 때 원리합계를 구하여라. (단. $1.04^{10} = 1.48$ 로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1480만원

해설

1년후 원리합계는 $1000\text{만} \times (1.04)^1$
(10년후 원리합계)
 $= 1000\text{만} \times 1.04^{10}$
 $= 1000\text{만} \times 1.48$
 $= 1480\text{만}(\text{원})$

28. 수열 1, 101, 10101, 1010101, ... 에서 제100 항은?

- ① $\frac{10^{200} - 1}{99}$ ② $\frac{10^{202} - 1}{99}$ ③ $10^{201} - 1$
④ $\frac{10^{402} - 1}{99}$ ⑤ $10^{401} - 1$

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n 이라 하면

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 10^2 + 1$$

$$a_3 = 10^4 + 10^2 + 1$$

⋮

$$a_n = 10^{2(n-1)} + \dots + 10^4 + 10^2 + 1$$

$$= \frac{1 \{ (10^2)^n - 1 \}}{10^2 - 1} = \frac{1}{99} (10^{2n} - 1)$$

$$\therefore a_{100} = \frac{1}{99} (10^{200} - 1)$$

29. $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{99}$ 를 \sum 를 이용하여 나타내면?

① $\sum_{k=1}^{99} a_k$ ② $\sum_{k=1}^{99} a_{2k-1}$ ③ $\sum_{k=1}^{99} a_{2k+1}$

④ $\sum_{k=1}^{50} a_k$ ⑤ $\sum_{k=1}^{50} a_{2k-1}$

해설

① $\sum_{k=1}^{99} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{99}$

② $\sum_{k=1}^{99} a_{2k-1} = a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{197}$

③ $\sum_{k=1}^{99} a_{2k+1} = a_3 + a_5 + a_7 + \dots + a_{199}$

④ $\sum_{k=1}^{50} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{50}$

⑤ $\sum_{k=1}^{50} a_{2k-1} = a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{99}$

30. $\sum_{k=1}^{10}(11-k)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 55

해설

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{10}(11-k) &= 10+9+8+\cdots+2+1 \\ &= \sum_{k=1}^{10}k = \frac{10 \cdot 11}{2} = 55\end{aligned}$$

31. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항에서 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ 일 때, a_{15} 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

$n \geq 2$ 일 때, $a_n = S_n - S_{n-1}$ 이므로

$$a_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} - \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$$

$$= \frac{n(n+1)\{n+2-(n-1)\}}{3}$$

$$= \frac{n(n+1) \cdot 3}{3}$$

$$= n(n+1)$$

$$\therefore a_{15} = 15 \times 16 = 240$$

32. 다항식 $f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{2014}$ 을 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① $2^{2014} - 1$ ② $2^{2014} + 1$ ③ $2^{2015} - 1$
④ $2^{2015} + 1$ ⑤ 2^{2015}

해설

$f(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{2014}$ 을 $x - 2$ 로 나눈 나머지는 $f(2)$ 이므로

$$f(2) = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2014} = \frac{2^{2015} - 1}{2 - 1} = 2^{2015} - 1$$

33. 두 수 A, B 에 대하여 $A = 2^{10}, B = 5^{10}$ 일 때, 두 수 A, B 의 곱 AB 의 양의 약수의 총합을 A 와 B 의 식으로 나타낸 것은?

- ① $(2A + 1)(5B + 1)$ ② $(5A - 1)(5B - 1)$
③ $\frac{1}{4}(2A + 1)(5B - 1)$ ④ $\frac{1}{4}(2A - 1)(5B - 1)$
⑤ $\frac{1}{2}(2A - 1)(5B - 1)$

해설

$$\begin{aligned} AB &= 2^{10} \cdot 5^{10} \\ \text{따라서 } AB \text{의 양의 약수의 총합은} \\ &(1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{10})(1 + 5 + 5^2 + \cdots + 5^{10}) \\ &= \frac{2^{11} - 1}{2 - 1} \times \frac{5^{11} - 1}{5 - 1} \\ &= (2 \cdot 2^{10} - 1) \times \frac{1}{4}(5 \cdot 5^{10} - 1) \\ &= (2A - 1) \times \frac{1}{4}(5B - 1) \\ &= \frac{1}{4}(2A - 1)(5B - 1) \end{aligned}$$

34. 등비수열 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \dots$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $|S_n - 1| < 0.001$ 을 만족하는 자연수 n 의 최솟값은?

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$a_1 = \frac{1}{2}, r = \frac{1}{2}$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{\frac{1}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \right\}}{\frac{1}{2}}$$

$$= 1 - \frac{1}{2^n}$$

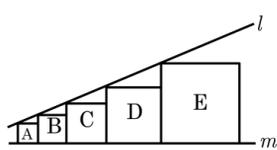
$$\therefore |S_n - 1| = \left| 1 - \frac{1}{2^n} - 1 \right| = \frac{1}{2^n}$$

$$\frac{1}{2^n} < 0.001 = \frac{1}{1000}$$

1000 < 2ⁿ 인 n의 최솟값을 구하면 된다.

그런데 2¹⁰ = 1024, 2⁹ = 512 이므로 2ⁿ > 1000 인 n의 최솟값은 10

35. 다음 그림과 같이 두 직선 l, m 사이에 5개의 정사각형 A, B, C, D, E가 서로 접해 있다. 정사각형 A와 E의 넓이가 각각 2, 32일 때, 나머지 정사각형 B, C, D의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

주어진 정사각형 A, B, C, D, E의 넓이가 순서대로 등비수열을 이루므로 정사각형 A, E의 넓이가 각각 2, 32일 때, 정사각형 B, C, D의 넓이는 각각 4, 8, 16이 된다. 따라서, 구하는 정사각형 B, C, D의 넓이의 합은 $4 + 8 + 16 = 28$