1. $\dfrac{15\times39-15\times32}{6^2-1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{15\times39-15\times32}{6^2-1}=\frac{15(39-32)}{(6+1)(6-1)}=3$$

2. $a-b=2$ 일 때, $a^2-2ab+b^2+4a-4b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned} a^2-2ab+b^2+4a-4b &= (a-b)^2+4(a-b) \\ &= 2^2+4\times 2 \\ &= 4+8 \\ &= 12 \end{aligned}$$

3. 다음에서 x 의 값을 구하여라.

$\sqrt{2.52}$ 는 $\sqrt{7}$ 의 x 배이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \dfrac{3}{5}$

해설

$$\sqrt{2.52} = \sqrt{\frac{252}{100}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{10^2}}$$
$$= \frac{6}{10}\sqrt{7} = \frac{3}{5}\sqrt{7}$$
$$\therefore \ x = \frac{3}{5}$$

4. 이차방정식 $4x^2+8x+5=0$ 의 두 근을 $\alpha,\ \beta$ 라고 할 때, 이차방정식 $x^2+bx+c=0$ 의 근은 $\alpha+\beta,\ \alpha^2+\beta^2$ 이다. 이 때, $b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{5}{2}$

해설

근과 계수와의 관계에서

$\alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=\frac{5}{4}$

$$\begin{aligned}\alpha^2+\beta^2 &= (\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta \\ &= (-2)^2-\frac{5}{2}=\frac{3}{2}\end{aligned}$$

$x^2+bx+c=0$ 의 근이 $-2,\ \frac{3}{2}$ 이므로

$-b=-2+\frac{3}{2},\ b=\frac{1}{2}$

$c=-2\times\frac{3}{2}=-3$

$\therefore\ b+c=\frac{1}{2}-3=-\frac{5}{2}$

5. $3x^2 + ax + 12$ 와 $x^2 + 5x + b$ 완전제곱식이 될 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$, $b > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = \frac{73}{4}$

해설

$3x^2 + ax + 12$ 이 완전제곱식이 되려면

$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = 3 \times 12 \qquad \therefore a = 12$

$x^2 + 5x + b$ 이 완전제곱식이 되려면

$\left(\frac{5}{2}\right)^2 = b \qquad \therefore b = \frac{25}{4}$

$\therefore a + b = 12 + \frac{25}{4} = \frac{48}{4} + \frac{25}{4} = \frac{73}{4}$

6. 방정식 $x^2 - 3|x| - 4 = |x - 2|$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -2 - \sqrt{10}$

▷ 정답 : $x = 2 + \sqrt{6}$

해설

i) $x < 0$ 일 때

$x^2 + 3x - 4 = -x + 2$

$x^2 + 4x - 6 = 0$

$x = -2 \pm \sqrt{10}$

이때, $x < 0$ 이므로

$\therefore\ x = -2 - \sqrt{10}$

ii) $0 \le x \le 2$ 일 때

$x^2 - 3x - 4 = -x + 2$

$x^2 - 2x - 6 = 0$

$x = 1 \pm \sqrt{7}$ 이므로 부적합하다.

iii) $x > 2$ 일 때

$x^2 - 3x - 4 = x - 2$

$x^2 - 4x - 2 = 0$

$x = 2 \pm \sqrt{6}$

$x > 2$ 이므로

$\therefore\ x = 2 + \sqrt{6}$

따라서 $x = -2 - \sqrt{10}$ 또는 $x = 2 + \sqrt{6}$ 이다.

7. $\sqrt{(-1)^2}$ 의 음의 제곱근을 a, $6\sqrt{3\sqrt{144}}$ 의 양의 제곱근을 b 라 할 때, $3a+2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1 = (\pm 1)^2$

$\therefore\ a = -1$

$6\sqrt{3\sqrt{144}} = 6\sqrt{3\times 12} = 6\times 6 = 36 = (\pm 6)^2$

$\therefore\ b = +6$

$3a+2b = 3\times(-1) + 2\times 6 = -3+12 = 9$

8. 196 의 제곱근을 각각 x, y라 할 때, $\sqrt{3x-2y+11}$ 의 제곱근을 구하여라. (단, $x > y$)

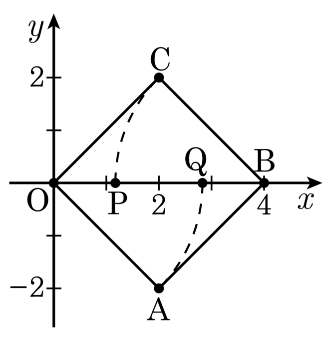
▶ 답 :

▷ 정답 : ± 3

해설

제곱하여 196 이 되는 수 중 $x > y$인 수는
$x = 14$, $y = -14$ 이므로
$\sqrt{3x-2y+11} = \sqrt{81} = 9$
따라서 9 의 제곱근은 ± 3 이다.

9. 다음그림과 같이 좌표평면 위의 정사각형 OABC 에서 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OQ}}$, $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BP}}$ 이다. 두 점 P, Q 의 x 좌표를 각각 p, q 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.



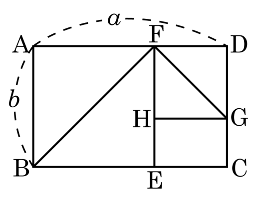
▶ 답 :

▷ 정답 : $p+q=4$

해설

$p = 4 - 2\sqrt{2}$
$q = 0 + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ 이므로
$p + q = 4 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4$ 이다.

10. 다음 그림에서 □ABEF 와 □FHGD 가 정사각형일 때, 사각형 HECG 의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 후 인수분해하면 $(a-b)(ta+sb)$ 이다. $t+s$ 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $t+s=1$

해설

사각형 ABFE, EGHD 는 정사각형이므로
$\overline{HE}=b-(a-b)=2b-a, \overline{EC}=a-b$
남은 사각형의 넓이는 $(2b-a)(a-b)$ 이다.
따라서 $t=-1,\ s=2$ 이므로 $t+s=1$ 이다.

11. $[x]$ 를 x 를 넘지 않는 가장 큰 정수라고 하면 $-2 \le x < -1$ 일 때, 방정식 $-[x]\,x^2 - x + 3\,[x] = 0$ 의 근이 $-\dfrac{a}{b}$ 라고 하면 $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, $a,\ b$ 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$-2 \le x < -1$ 이므로 $[x] = -2$ 이다.
따라서 $[x] = -2$ 를 대입하면 주어진 방정식은
$2x^2 - x - 6 = 0$ 이고, 인수분해하여 정리하면
$(2x+3)(x-2) = 0$
$\therefore x = -\dfrac{3}{2}$ $(\because -2 \le x \le 1)$
따라서 $a = 3,\ b = 2$ 이므로 $a + b = 5$ 이다.

12. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 m , 두 번째 나온 눈의 수를 k 라고 할 때,

이차방정식 $mx^2+(k-2)x+2=0$ 의 근이 중근이 되는 확률을 $\frac{b}{a}$ 라고 한다. $a+b$ 의 값을 구하여라.(단, a, b는 서로소)

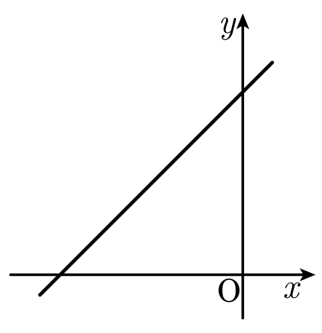
▶ 답 :

▷ 정답 : 37

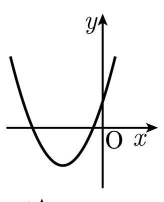
해설

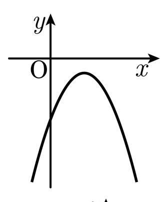
주어진 이차방정식이 중근을 가지려면
$D=(k-2)^2-8m=0$
$(k-2)^2=8m$ 이므로
$(m,k)=(2,6)$ 이다.
확률은 $\frac{1}{36}$ 이다.
$\therefore\ a+b=37$

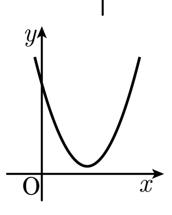
13. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = -a(x-b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것을 보기에서 골라라.

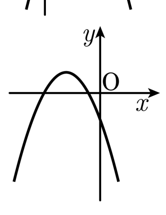


보기

㉠ 

㉡ 

㉢ 

㉣ 

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

그래프가 오른쪽 위를 향하므로 $a > 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다.
따라서 $y = -a(x-b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $b > 0$, $-a < 0$ 이므로
꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있는 그래프이다.

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 축과 직선 $x = -2$는 y 축에 대해 서로 대칭일 때, $\frac{a^2}{b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{16}$

해설

$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + 3 = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3$ 이므로 대칭축은

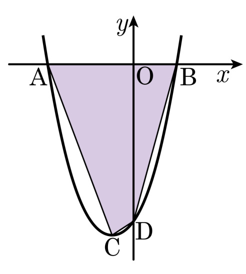
$x = -\frac{b}{2a}$ 이다.

이 축이 $x = -2$ 와 y 축에 대해 대칭이므로 대칭축은 $x = 2$ 이다.

$-\frac{b}{2a} = 2$, $\frac{b}{a} = -4$, $\frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$

$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{1}{16}$

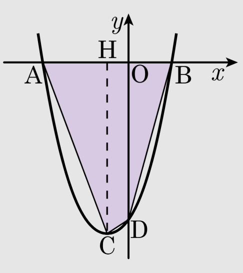
15. 다음 이차함수 $y = x^2 + 2x - 8$ 의 그래프에서 x축과의 교점을 각각 A, B라 하고 꼭짓점의 좌표를 C, y축과의 교점을 D라 할 때 □ABDC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설



i) $0 = x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2)$

$\therefore\ x = -4$ 또는 $x = 2$

$\therefore$ A$(-4,\ 0)$, B$(2,\ 0)$, D$(0,\ -8)$

ii) $y = x^2 + 2x - 8$

$= (x^2 + 2x + 1) - 9$

$= (x+1)^2 - 9$

$\therefore$ C$(-1,\ -9)$

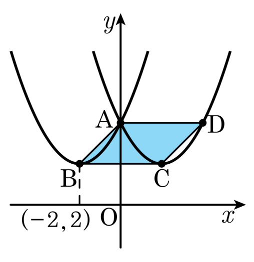
iii) □ABDC

$= \triangle$ACH $+ \triangle$ODB $+$ □HCDO

$= 3 \times 9 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} \times 8 + (8+9) \times 1 \times \frac{1}{2}$

$= \frac{27}{2} + 8 + \frac{17}{2} = 30$

16. 다음 그림은 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동시킨 것이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 점 B와 C는 두 포물선의 꼭짓점이다.)



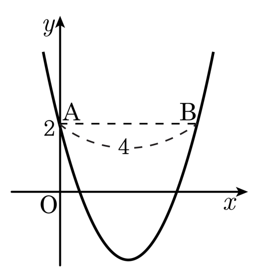
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y=\frac{1}{2}(x+2)^2+2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동시키면 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+2$ 이다. 꼭짓점이 $(-2,\ 2)$에서 $(2,\ 2)$로 변하였고 점 A의 좌표는 $(0,\ 4)$이므로 평행사변형의 가로의 길이는 4 , 높이는 2이다. 따라서 넓이는 $4\times2=8$ 이다.

17. 다음 그림은 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 4$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라. (단, $\overline{\mathrm{AB}}$ 는 x 축과 평행하다.)



▶ 답 :

▶ 답 :

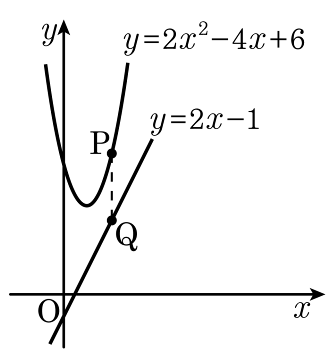
▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

B 의 좌표가 $(4,\ 2)$ 이므로 $\mathrm{A}(0,\ 2),\ \mathrm{B}(4,\ 2)$ 를 각각 대입하면
$2 = b, 2 = 16 + 4a + b$,
즉 $a = -4, b = 2$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 $y = 2x^2 - 4x + 6$ 과 $y = 2x - 1$ 이 y 축에 평행인 직선과 만나는 점을 P, Q 라 할 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$\overline{\mathrm{PQ}}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이 때, 점 P 의 좌표를 $(t,\ 2t^2 - 4t + 6)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t,\ 2t - 1)$ 이다.

$$\overline{\mathrm{PQ}} = 2t^2 - 4t + 6 - (2t - 1) = 2t^2 - 6t + 7 = 2\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}$$

$\therefore t = \frac{3}{2}$ 일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$

19. $\sqrt{180-18a}$ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 a 중에서 가장 큰 값을 M, 가장 작은 값을 m 이라고 할 때, Mm 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\sqrt{180-18a} = \sqrt{18(10-a)} = 3\sqrt{2} \times \sqrt{10-a}$

$\sqrt{10-a} = \sqrt{2}$ 일 때, a 가 가장 큰 값을 가지므로

$a = 8$

$\sqrt{10-a} = \sqrt{8}$ 일 때, a 가 가장 작은 값을 가지므로

$a = 2$

$M = 8,\ m = 2$ 이다.

따라서 $Mm = 16$ 이다.

20. x 값의 범위가 $0 \le x < 2$ 일 때, 이차방정식 $2x^2 - 7x + 6 = 0$ 을 만족시키는 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$2x^2 - 7x + 6 = (2x - 3)(x - 2) = 0$

$x = \frac{3}{2}$, $x = 2$

x 의 범위가 $0 \le x < 2$ 이므로 $x = \frac{3}{2}$ 이다.