

1. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16 \\ (x-2)^2 + y^2 \geq 4 \end{cases}$ 이 나타내는 영역의 넓이는?

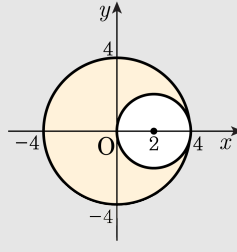
① 9π ② 10π ③ 12π ④ 14π ⑤ 20π

해설

$x^2 + y^2 \leq 16$ 은 중심이 원점이고
반지름이 4인 원의 내부이고,
 $(x-2)^2 + y^2 \geq 4$ 는 중심이 (2, 0) 이고
반지름이 2인 원의 외부이다.

동시에 만족하는 영역을 그림으로 나타
내면 다음과 같다. 따라서 구하는 영역
의 넓이는

$$\pi \cdot 4^2 - \pi \cdot 2^2 = 12\pi$$



2. 부등식 $(x+y)(x^2+y^2-9) < 0$ 의 영역에 있는점은?

① $(-1, 1)$

② $(-1, -1)$

③ $(1, -1)$

④ $(3, 3)$

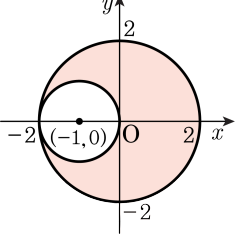
⑤ $(-3, -3)$

해설

부등식에 점을 각각 대입하여 성립하면 영역 위의 점이다.

⑤ $\{-3 + (-3)\} \{(-3)^2 + (-3)^2 - 9\} < 0 \cdots$ 성립

3. 다음 그림에서 색칠된 부분을 만족하는 부등식을 구하면? (단, 경계선 포함)



- ① $\begin{cases} (x+1)^2 + y^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 \leq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \geq 4 \end{cases}$

② $\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$

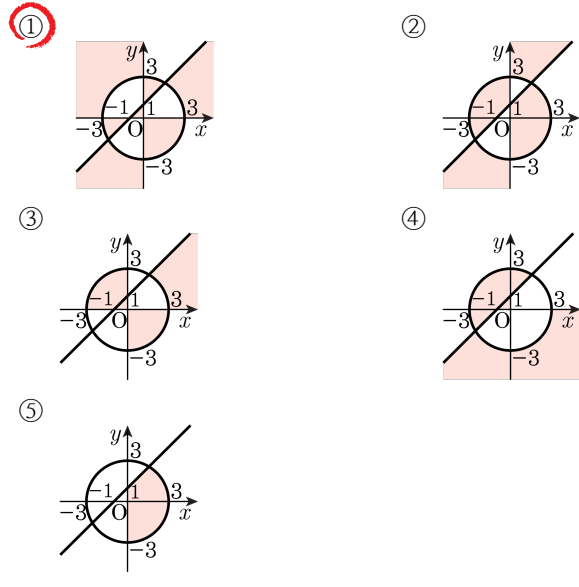
④ $\begin{cases} (x+1)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases}$

해설

원 $(x+1)^2 + y^2 = 1$ 의 외부와
 원 $x^2 + y^2 = 4$ 의 내부가 겹치는 부분이므로 어두운 부분을
 만족하는 부등식은

$$\begin{cases} (x+1)^2 + y^2 \geq 1 \\ x^2 + y^2 \leq 4 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

4. 부등식의 영역 $xy(x - y + 1)(x^2 + y^2 - 9) > 0$ 을 만족하는 (x, y) 의 영역을 그림으로 옳게 나타낸 것은?

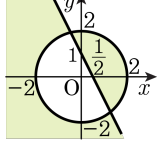


해설

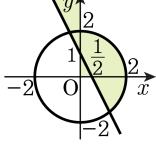
경계선 위에 있지 않은 임의의 점을 부등식 $xy(x - y + 1)(x^2 + y^2 - 9) > 0$ 에 대입해보면 구하는 영역은 ①번과 같다.

5. 부등식 $(2x + y - 1)(x^2 + y^2 - 4) < 0$ 의 영역을 바르게 나타낸 것은?(단, 경계선은 제외한다.)

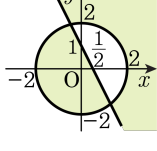
①



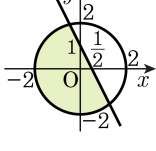
②



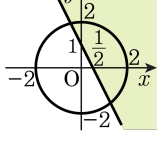
③



④



⑤

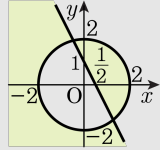


해설

부등식 $(2x + y - 1)(x^2 + y^2 - 4) < 0$ 에서

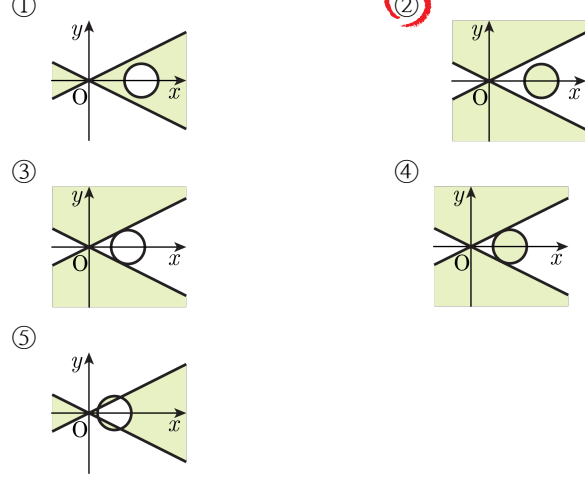
$$\begin{cases} 2x + y - 1 > 0 \\ x^2 + y^2 - 4 < 0 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} 2x + y - 1 < 0 \\ x^2 + y^2 - 4 > 0 \end{cases}$$

따라서, 주어진 부등식의 영역은 다음 그림과 같다.



(단, 경계선 제외)

6. 부등식 $(x^2 - 4y^2)(x^2 - 6x + y^2 + 8) \leq 0$ 의 영역을 좌표평면 위에 검게 나타내면? (단, 경계선은 포함한다.)



해설

$$x^2 - 4y^2 = 0 \text{에서 } y = \pm \frac{1}{2}x$$

$$x^2 - 6x + y^2 + 8 = 0 \text{에서 } (x - 3)^2 + y^2 = 1$$

따라서 경계선은 직선

$$y = \pm \frac{1}{2}x \cdots \cdots \textcircled{1} \text{과}$$

중심이(3, 0), 반지름의 길이가 1인 원이다.

이 때, 원의 중심 (3, 0)에서

직선 $\textcircled{1} \Leftrightarrow x \pm 2y = 0$ 에 이르는 거리를 구하면

$$d = \frac{|3|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}} > 1 \text{이므로}$$

원과 직선은 만나지 않는다.

따라서 원의 중심 (3, 0)을 주어진 부등식

의

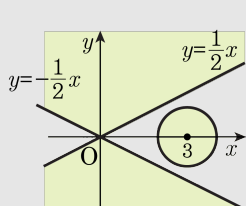
$(x^2 - 4y^2)(x^2 - 6x + y^2 + 8) \leq 0$ 에 대입

하면 부등식을 만족하므로 구하는 부등

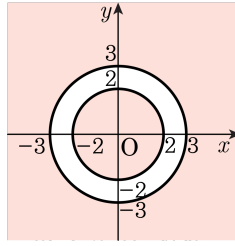
식의 영역은

점 (3, 0)을 포함하는 영역과 이웃하지

않는 영역으로 다음 그림과 같다.



7. 다음 그림의 색칠한 부분을 부등식으로 나타내면? (단, 경계선은 포함한다.)



- ① $(x^2 + y^2 - 2)(x^2 + y^2 - 3) \leq 0$
② $(x^2 + y^2 - 2)(x^2 + y^2 - 3) \geq 0$
③ $(x^2 + y^2 + 4)(x^2 + y^2 + 9) \leq 0$
④ $(x^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) \leq 0$

⑤ $(x^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) \geq 0$

해설

주어진 그림에서 영역의 경계선을 나타내는 방정식은

$$x^2 + y^2 = 4, x^2 + y^2 = 9$$

즉, $x^2 + y^2 - 4 = 0$, $x^2 + y^2 - 9 = 0$ 이므로 색칠된 부분을

$(x^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) \geq 0$, $(x^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) \leq 0$ 중 어느 하나의 영역이다.

이때, $f(x, y) = (x^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9)$ 라 하고, 색칠된 부분에 있는 점 $(0, 0)$ 의 좌표를 대입하면

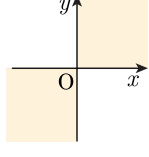
$$f(0, 0) = (-4) \cdot (-9) = 36 \geq 0$$

따라서, 구하는 부등식은

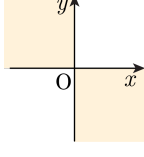
$$(x^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) \geq 0$$

8. 부등식 $xy > 0$ 이 나타내는 영역을 좌표평면 위에 바르게 나타낸 것은?
(단, 경계는 포함하지 않는다.)

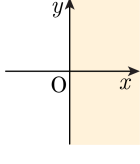
①



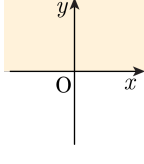
②



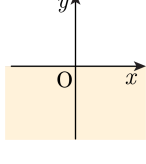
③



④



⑤



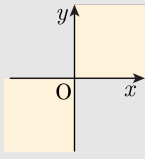
해설

$xy > 0$

i) $x > 0, y > 0$ 일 때, 제 1 사분면을 나타낸다.

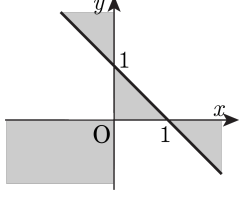
ii) $x < 0, y < 0$ 일 때, 제 3 사분면을 나타낸다.

i), ii) 에 의해서 아래 그림이 구하는 영역이다. (단, 경계는 포함하지 않는다.)

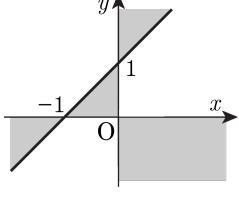


9. 좌표평면 위에 다음 부등식 $xy(x+y-1) \leq 0$ 의 영역을 바르게 나타낸 것을 고르면? (단, 경계는 포함한다.)

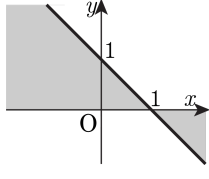
①



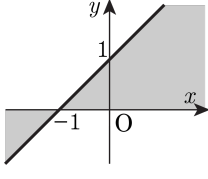
②



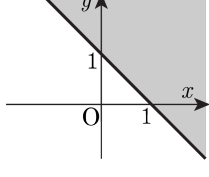
③



④



⑤

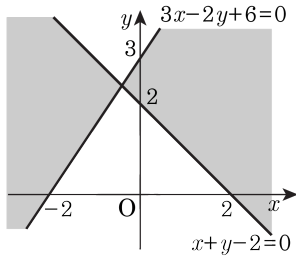


해설

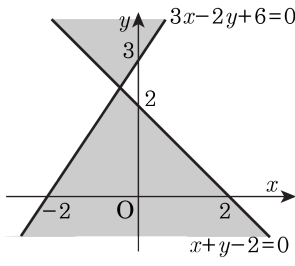
$x = 0$, $y = 0$, $x + y - 1 = 0$ 이 주어진 영역의 경계를 나타내고, 점 $(-1, -1)$ 이 구하는 영역 $xy(x+y-1) \leq 0$ 에 속하므로 주어진 부등식의 영역을 좌표평면 위에 나타내면 ①번과 같다.

10. 부등식 $(3x - 2y + 6)(x + y - 2) \geq 0$ 의 영역을 좌표평면에 바르게 나타낸 것은?

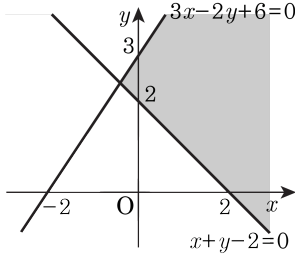
①



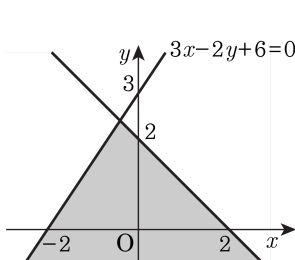
②



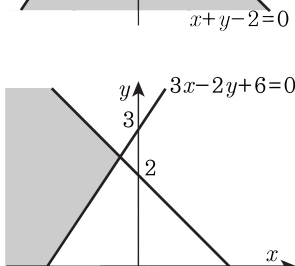
③



④



⑤



해설

부등식 $ab > 0$ 은 $a > 0, b > 0$ 또는 $a < 0, b < 0$ 과 동치이다.
따라서 $a = 3x - 2y + 6, b = x + y - 2$ 로 놓으면 부등식을 만족하는 영역은

(ㄱ) $a > 0, b > 0$

즉 $a > 0$ 과 $b > 0$ 의 공통부분

(ㄴ) $a < 0, b < 0$

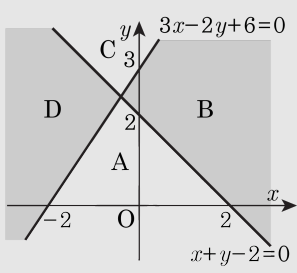
즉 $a < 0$ 과 $b < 0$ 의 공통부분의 양쪽 부분이며

이들을 간단히 구하는 데에는 두 직선 $3x - 2y + 6 = 0, x + y - 2 = 0$ 으로 좌표평면을 다음 그림과 같이 네 부분으로 나누어 본다.

양의 영역, 음의 영역은 서로 교차해서 나타나므로, 원점 $(0, 0)$ 을 부등식에 대입해 보면

$(3 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 6)(0 + 0 - 2) = -12 < 0$ 이 되어 점 $(0, 0)$ 은 부등식을 만족하지 않는다.

따라서 영역 A 는 부등식을 만족하지 않으므로 영역 B 는 부등식을 만족하고, 영역 C 는 부등식을 만족하지 않으며, 영역 D 는 부등식을 만족한다.



11. 다음 그림이 나타내는 부등식을 바르게 구한 것은?

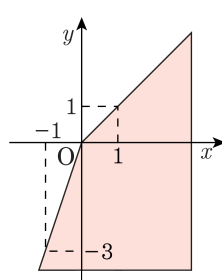
① $y < x - |x|$

② $y < 2x - |x|$

③ $y < x - |2x|$

④ $y < \frac{x}{2} - |x|$

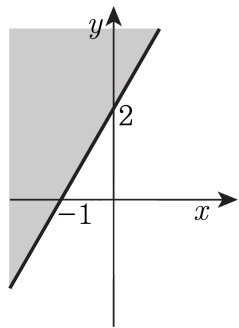
⑤ $y < 2x - \left| \frac{2}{x} \right|$



해설

$$y = 2x - |x| = \begin{cases} x & (x \geq 0 \text{일때}) \\ 3x & (x < 0 \text{일때}) \end{cases} \quad \text{단, 경계선은 제외한다.}$$

12. 다음 중 그림의 색칠한 부분을 나타내는 부등식은? (단, 경계선 포함)

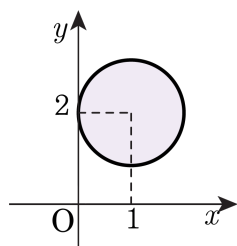


- ① $y \geq 2x + 2$ ② $y \geq -2x + 2$ ③ $y \leq -2x + 2$
④ $y \geq \frac{1}{2}x + 2$ ⑤ $y \leq -\frac{1}{2}x + 2$

해설

$y = 2x + 2$ (경계선)의 위부분이므로 보기에서 ①번이다.

13. 다음 그림의 색칠한 부분의 영역을 부등식으로 바르게 나타낸 것은?(단, 경계선은 포함한다.)



- ① $(x+1)^2 + (y+2)^2 \leq 1$ ② $(x-2)^2 + (y-1)^2 \geq 1$
③ $(x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 1$ ④ $(x-1)^2 + (y-2)^2 \geq 1$
⑤ $(x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 1$

해설

$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ (경계선)의 내부이므로 $(x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 1$

14. 연립부등식 $\begin{cases} x+y < 0 \\ x^2+y^2 \leq 9 \end{cases}$ 를 만족하는 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수는?
- ① 6 개 ② 8 개 ③ 9 개 ④ 12 개 ⑤ 15 개

해설

부등식 $x+y < 0$ 의 영역은 직선 $y = -x$ 의 경계를 제외한 아랫부분이고,
부등식 $x^2 + y^2 \leq 9$ 의 영역은 원 $x^2 + y^2 = 9$ 의 경계를 포함한 내부
이므로
연립부등식의 영역은 다음 그림의 색칠된 부분이고
이 영역에 포함되는 점 중 x 좌표, y 좌표가 모두 정수인 점의 좌표는 다음과 같다.
 $(-3, 0), (-2, 1), (-2, 0), (-2, -1), (-2, -2),$
 $(-1, 0), (-1, -1), (-1, -2), (0, -1), (0, -2),$
 $(0, -3), (1, -2)$
따라서, 구하는 순서쌍은 모두 12개이다.

15. 부등식 $1 \leq x^2 + y^2 \leq 5$ 를 만족하는 정수의 쌍 (x, y) 의 개수는?

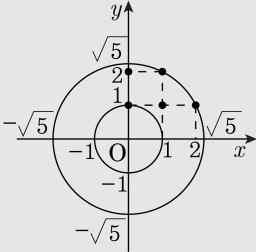
- ① 11 개 ② 12 개 ③ 16 개 ④ 20 개 ⑤ 24 개

해설

경계를 포함하여 반지름 1 인 원의 외
부와

반지름 $\sqrt{5}$ 인원의 내부 사이에 있는
격자점 (x, y) 좌표가 모두 정수인점)의
개수를 헤아려야 한다. 양 축에 대하
여 대칭이므로 x 축과 제 1 사분면에있
는 부분의 개수만 헤아려서 4 배 하면
된다.

점의 개수는 5 개이므로 구하는 격자점의 개수는 20 개



16. 부등식 $y \leq -x^2 + 4$ 를 만족시키는 양의 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 3개

해설

부등식이 나타내는 영역은 포물선 $y = -x^2 + 4$ 의 경계를 포함한
아랫부분으로 이 영역에 속하는 점 $P(x, y)$ 중 x, y 가 모두 양의
정수인 것은

(i) $x = 1$ 일 때

$$y \leq -1^2 + 4 = 3 \circ | \text{므로 } y = 1, 2, 3$$

(ii) $x = 2$ 일 때

$$y \leq -2^2 + 4 = 0$$

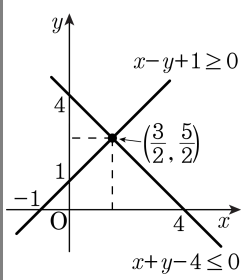
즉, 양의 정수 y 는 존재하지 않는다.

따라서 x, y 가 모두 양의 정수인 순서쌍 (x, y) 는 $(1, 1), (1, 2), (1, 3)$ 의 3개이다.

17. 연립부등식
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 4 \leq 0 \\ x - y + 1 \geq 0 \end{cases}$$
 이 나타내는 영역의 넓이를 구하면?
- ① $\frac{19}{6}$ ② 4 ③ $\frac{21}{4}$ ④ 5 ⑤ $\frac{23}{4}$

해설

x 축, y 축과 직선 $x+y-4=0$ 이 만나서 만드는 큰 삼각형에서 y 축, $x+y-4=0$, $x-y+1$ 이 만나서 만드는 작은 삼각형의 넓이를 빼면 된다. 큰 삼각형의 넓이 8, 작은삼각형의 넓이 $\frac{9}{4}$ 따라서 구하는 영역의 넓이는 $\frac{23}{4}$

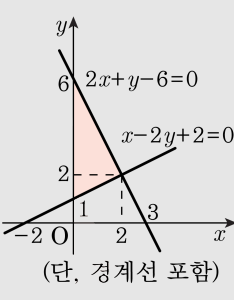


18. 세 부등식 $x \geq 0, x - 2y + 2 \leq 0, 2x + y - 6 \leq 0$ 을 동시에 만족하는 영역의 넓이는?

- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

해설

주어진 세 부등식을 동시에 만족하는 영역은 다음 그림의 색칠된 부분이다.
이 때, 두 직선 $x - 2y + 2 = 0, 2x + y - 6 = 0$ 의 교점은 점 $(2, 2)$ 이므로 어두운 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$



19. 세 부등식 $y \geq x$, $y \geq -2x$, $y \leq -\frac{1}{2}x + 3$ 을 동시에 만족하는 영역의 넓이는?

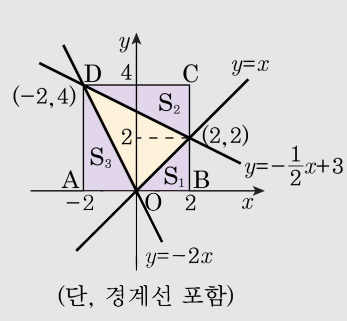
① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

주어진 부등식을 만족하는 영역은 다음 그림의 색칠된 부분과 같다.

따라서, 구하는 넓이는

$$\begin{aligned} \square ABCD - (S_1 + S_2 + S_3) \\ = 4 \cdot 4 - \frac{1}{2}(2 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4) \\ = 6 \end{aligned}$$



20. 다음 연립부등식이 나타내는 영역의 넓이는?
- $$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 4 \\ y \geq 2x-1 \end{cases}$$
- ① $\frac{1}{2}\pi + 2$ ② $2 - \pi$ ③ $2\pi - 1$
④ 2π ⑤ 4π

해설

$(x-1)^2 + (y-1)^2 \leq 4$ 이 나타내는 영역은
중심이 $(1,1)$ 이고
반지름의 길이가 2 인 원의 내부이고,
 $y \geq 2x-1$ 이 나타내는 영역은
주어진 원의 중심을 지나는
직선의 윗부분을 나타낸다.
그러므로 공통영역의 넓이는
원의 넓이의 절반인 $4 \cdot \frac{\pi}{2} = 2\pi$ 이다.

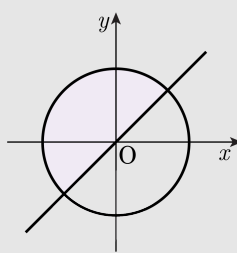
21. 다음 부등식의 영역의 넓이를 구하면?

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ y \geq x \end{cases}$$

- ① π ② 2π ③ 3π ④ 4π ⑤ 5π

해설

영역을 그리면,
원의 반 이므로, 넓이는 $\frac{1}{2} \times \pi \times 2^2 = 2\pi$



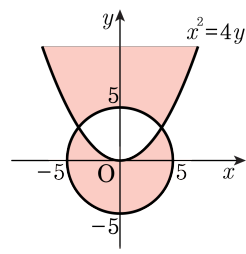
22. 좌표평면 위에서의 직선 $x^2 - y^2 = 0$ 와 $x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0$ 의 교점의 개수는?

- ① 없다.
- ② 1 개
- ③ 2 개
- ④ 4 개
- ⑤ 무수히 많다.

해설

$x^2 - y^2 = 0$ 에서
 $(x + y)(x - y) = 0$
 $\therefore x + y = 0$ 또는
 $x - y = 0$
 $x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0$ 에서 $(x - 1)^2 - y^2 = 0$
 $(x + y - 1)(x - y - 1) = 0$
 $\therefore x + y - 1 = 0$ 또는 $x - y - 1 = 0$
따라서, 다음 그림과 같이
두 직선 $x + y = 0, x - y - 1 = 0$ 과
두 직선 $x + y - 1 = 0, x - y = 0$ 의
교점을 찾으면 개수는 2개

23. 다음 중 아래 그림의 어두운 부분을 나타내는 부등식으로 올바른 것은?

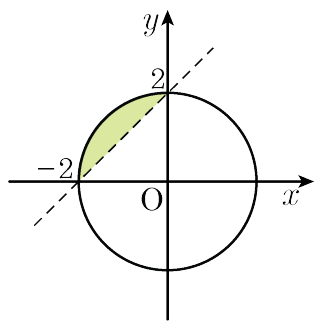


- ① $(x^2 - 4y)(x^2 + y^2 - 5^2) \leq 0$
 ② $x(x^2 - 4y)(x^2 + y^2 - 5^2) \geq 0$
 ③ $(x^2 - 4y)(x^2 + y^2 - 5^2) \geq 0$
 ④ $x(x^2 - 4y)(x^2 + y^2 - 5^2) \leq 0$
 ⑤ $y(x^2 + y^2 - 1)(y - x^2) \geq 0$

해설

① 해: $\begin{cases} y \leq \frac{x^2}{4}, x^2 + y^2 \leq 5^2 \\ y \geq \frac{x^2}{4}, x^2 + y^2 \geq 5^2 \end{cases}$ 영역을 그려보면 그림과 같다.

24. 다음 그림의 어두운 부분을 나타내는 연립부등식을 구하면? (단, 실선은 경계선을 포함하며, 점선은 경계선을 제외한다.)



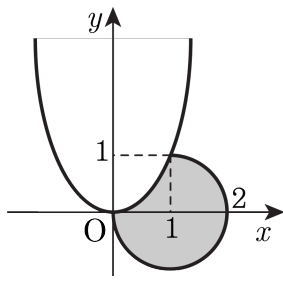
- ① $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 \geq 0 \\ x - y + 2 < 0 \end{cases}$ ② $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 \geq 0 \\ x - y + 2 > 0 \end{cases}$
 ③ $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \\ x - y + 2 > 0 \end{cases}$ ④ $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \\ x - y + 2 < 0 \end{cases}$
 ⑤ $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 < 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \end{cases}$

해설

$x^2 + y^2 = 4$ 의 내부와 $y = x + 2$ 의 위쪽이므로

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 \leq 0 \\ x - y + 2 < 0 \end{cases}$$

25. 다음 그림에서 색칠한 부분의 영역을 연립부등식으로 옳게 나타낸 식을 고르면? (단 경계선 포함)



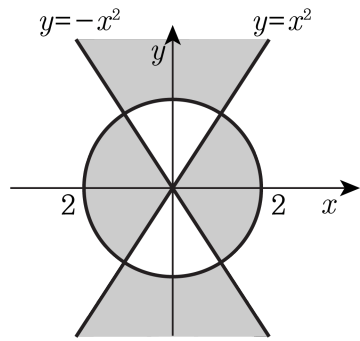
- ① $\begin{cases} y \geq x^2 \\ x^2 + y^2 \geq 1 \end{cases}$ ② $\begin{cases} y \geq x^2 \\ (x-1)^2 + y^2 \geq 1 \end{cases}$
 ③ $\begin{cases} y \geq x^2 \\ (x-1)^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$ ④ $\begin{cases} y \leq x^2 \\ (x-1)^2 + y^2 \geq 1 \end{cases}$
 ⑤ $\begin{cases} y \leq x^2 \\ (x-1)^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$

해설

$(x-1)^2 + y^2 = 1$ 의 내부와 $y = x^2$ 의 아랫부분이므로

$$\begin{cases} y \leq x^2 \\ (x-1)^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$$

26. 다음 그림의 색칠한 부분이 나타내는 부등식을 고르면? (단, 경계선 포함)



- ① $xy(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$
 ② $(x + y)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$
 ③ $(x + y)(x - y)(x^2 + y^2 - 4) \geq 0$
 ④ $(x + y)(x - y)(x^2 + y^2 - 4) < 0$
 ⑤ $(x + y)(x - y)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$

해설

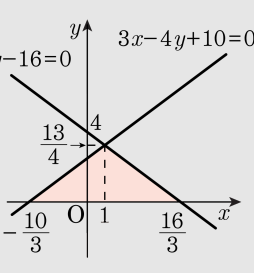
$x + y = 0, x - y = 0, x^2 + y^2 = 4$ 가 주어진 영역의 경계를 나타내고, 주어진 영역속의 점 $(1, 0)$ 을 $(x + y)(x - y)(x^2 + y^2 - 4)$ 에 대입하면 0보다 작으므로 구하고자 하는 식은 $(x + y)(x - y)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0$ 이다.

27. 좌표평면에서 세 부등식 $3x + 4y - 16 < 0$, $3x - 4y + 10 > 0$, $y > 0$ 을 동시에 만족시키는 영역에 속하는 점 중에서 이 영역의 경계를 이루는 세 선분과의 거리가 모두 자연수인 점의 개수는?

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 3 개 ④ 5 개 ⑤ 7 개

해설

주어진 영역에 속하는 점의 좌표를 (a, b) 라 하면 각 직선에 이르는 거리는 각각 $\frac{|3a+4b-16|}{5}$, $\frac{|3a-4b+10|}{5}$, $|b|$ 이고,



b 가 $0 < b < \frac{13}{4}$ 인 모든 자연수이므로
 $b = 1, 2, 3$
(i) $b = 1$ 일 때,
 $3a + 4b - 16 < 0, 3a - 4 + 10 > 0$
 $\therefore -6 < 3a < 12$
 $\frac{|3a-12|}{5}$, $\frac{|3a+6|}{5}$ 은 자연수이고 이것을 만족하는 a 의 값은 없다.
(ii) $b = 2$ 일 때,
 $3a - 8 < 0, 3a + 2 > 0$
 $\therefore -2 < 3a < 8$
 $\frac{|3a-8|}{5}$, $\frac{|3a+2|}{5}$ 은 자연수이고 이것을 만족하는 a 의 값은 1 이다.
(iii) $b = 3$ 일 때,
 $3a - 4 < 0, 3a - 2 > 0$
 $\therefore 2 < 3a < 4$
 $\frac{|3a-4|}{5}$, $\frac{|3a-2|}{5}$ 은 자연수이고 이것을 만족하는 a 의 값은 없다.
따라서 조건을 만족하는 점은 (1, 2) 이다.

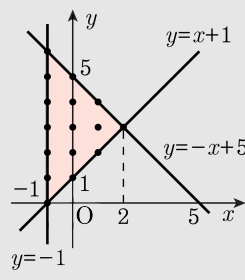
28. 세 부등식 $x \geq -1$, $y \leq -x + 5$, $y \geq x + 1$ 을 모두 만족하는 정수 x , y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 16 개

해설

세 부등식을 모두 만족하는 영역은
직선 $x = -1$ 의 오른쪽 (경계선 포함),
직선 $y = -x + 5$ 의 아랫부분 (경계선 포함),
직선 $y = x + 1$ 의 위부분 (경계선 포함)
의 공통 부분이므로
다음 그림의 색칠한 부분과 같다.
따라서 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는
16개이다.



29. 부등식 $x^2 - 2 \leq y - 1 \leq x$ 를 만족하는 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 8개

해설

부등식 $x^2 - 2 \leq y - 1 \leq x$,

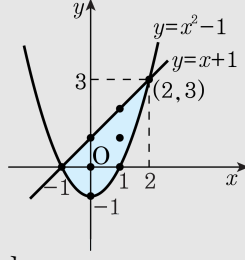
즉 $x^2 - 1 \leq y \leq x + 1$ 의 영역은

포물선 $y = x^2 - 1$ 의 경계를 포함한 윗
부분과

직선 $y = x + 1$ 의 경계를 포함한 아랫
부분의 공통 부분이고,

이 영역에 포함되는 점 중 x 좌표, y 좌표가 모두 정수인 점의 좌표는 다음과 같다.

따라서, 구하는 순서쌍은 8 개다.



30. x, y 는 $|x| < 1$, $|y| < 1$, $(x+y)(x-y) \neq 0$ 인 실수이고
 $\left(\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} + \frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}}\right)(\sqrt{x+y}\sqrt{x-y} + \sqrt{x^2-y^2}) = 0$ 을 만족할 때,
 점 (x, y) 가 존재하는 영역의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$(x+y)(x-y) \neq 0$ 에서
 $x+y \neq 0$ 이고 $x-y \neq 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
 또한,
 $\left(\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} + \frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}}\right)(\sqrt{x+y}\sqrt{x-y} + \sqrt{x^2-y^2}) = 0$ 에서
 $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} + \frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}} = 0$ 또는
 $\sqrt{x+y}\sqrt{x-y} + \sqrt{x^2-y^2} = 0$
 $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}} = -\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$ 또는
 $\sqrt{x+y}\sqrt{x-y} = -\sqrt{x^2-y^2}$
 (i) $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}} = -\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$ 일 때,
 $x+y > 0, x-y < 0$ ($\because \textcircled{1}$)
 (ii) $\sqrt{x+y}\sqrt{x-y} = -\sqrt{x^2-y^2}$ 일 때,
 $\sqrt{x+y}\sqrt{x-y} = -\sqrt{(x+y)(x-y)}$ 이므로
 $x+y < 0, x-y < 0$ ($\because \textcircled{1}$)
 (i), (ii) 에서 $x+y > 0, x-y < 0$ 또는
 $x+y < 0, x-y < 0$

따라서, 두 부등식
 $|x| < 1, |y| < 1$ 과 위의 두 부등식을 모
 두 만족하는 영역은 다음 그림의 색칠된
 부분으로 이 부분의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 =$
 2

(단, 경계선 제외)

31. $|x-2|+|y|\leq 2$ 을 만족하는 영역 D 의 넓이를 구하여라. 또 이 영역 D 를 만족하는 점 (x,y) 에 대하여 $x-2y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 넓이= 8

▷ 정답 : 최솟값= -2

해설

$|x-2|+|y|\leq 2$ 의 영역은

i) $x\geq 2, y\geq 0$ 일 때는 $x+y\leq 4$

ii) $x\leq 2, y\geq 0$ 일 때는 $y\leq x$

iii) $x\geq 2, y<0$ 이면 $x-y\leq 4$

iv) $x\leq 2, y<0$ 이면 $y\geq -x$

색칠한 부분의 넓이는

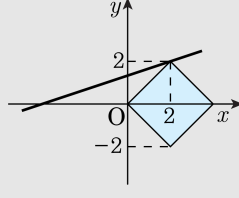
$$\frac{1}{2}\times 4\times 4=8$$

$x-2y=k$ 라 하면,

직선이 $(2,2)$ 를 지날 때

k 는 최소가 된다.

$$\therefore 2-2\times 2=-2\Rightarrow \text{최솟값}:-2$$



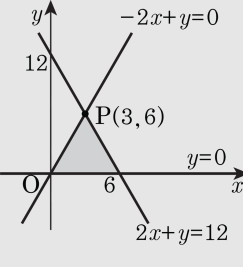
32. 세 부등식 $2x + y \leq 12$, $-2x + y \leq 0$, $y \geq 0$ 을 동시에 만족시키는 영역의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

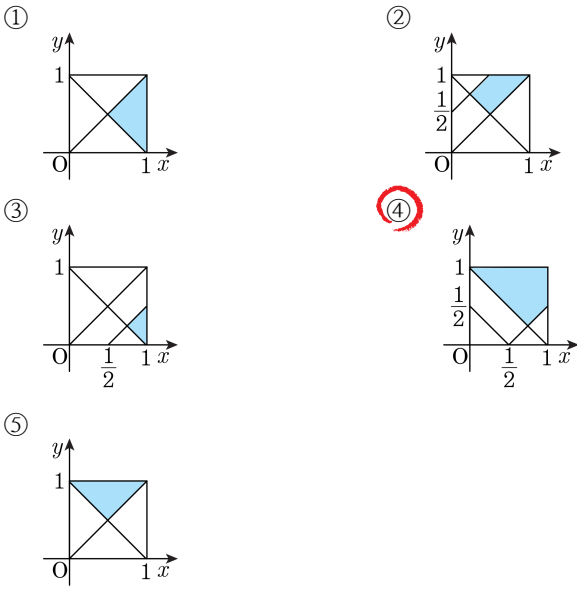
해설

구하는 영역 $2x + y \leq 12$,
 $-2x + y \leq 0$, $y \geq 0$ 은
세 직선으로 둘러싸인 빗금친 부분이다.
교점 P를 구하면
연립방정식
 $-2x + y = 0$, $2x + y = 12$ 의 근이므로
 $P(3, 6)$



구하는 면적은 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$

33. 세 변의 길이가 a, b, c ($a \geq b \geq c$) 인 삼각형 T 를 변형하여 세 변의 길이가 $\frac{a}{2}, b, c$ 인 삼각형을 만들 수 있는 T 의 집합을 S 라 하자. 세 변의 길이가 $1, x, y$ ($1 > x > y$) 인 삼각형이 S 의 원소가 될 때, 점 (x, y) 가 존재하는 영역을 좌표평면 위에 어둡게 나타내면? (단, 경계는 제외)



해설

삼각형 결정조건은 가장 긴 변이 다른 두변의 합보다 작아야 한다.

1) $1, x, y \Rightarrow 1 < x + y$

2) $\frac{1}{2}, x, y$

(i). $\frac{1}{2}$ 이 가장 긴 변 $\Rightarrow \frac{1}{2} < x + y$

(ii). x 가 가장 긴 변 $\Rightarrow x < \frac{1}{2} + y$

1), 2) 를 그려보면 색칠한 부분이 공통영역이 된다.

