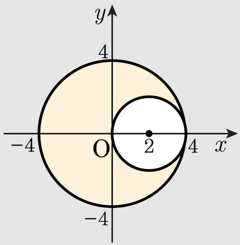
1. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + y^2 \le 16 \\ (x-2)^2 + y^2 \ge 4 \end{cases}$ 이 나타내는 영역의 넓이는?

① 9π ② 10π ③ 12π ④ 14π ⑤ 20π

해설

$x^2 + y^2 \le 16$ 은 중심이 원점이고
반지름이 4인 원의 내부이고,
$(x-2)^2 + y^2 \ge 4$ 는 중심이 $(2,\ 0)$ 이고
반지름이 2인 원의 외부이다.
동시에 만족하는 영역을 그림으로 나타내면 다음과 같다. 따라서 구하는 영역의 넓이는
$\pi \cdot 4^2 - \pi \cdot 2^2 = 12\pi$



2. 부등식 $(x+y)(x^2+y^2-9)<0$의 영역에 있는점은?

① $(-1, 1)$ ② $(-1, -1)$ ③ $(1, -1)$

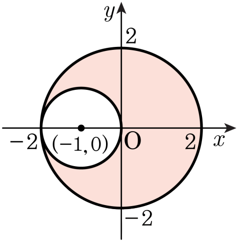
④ $(3, 3)$ ⑤ $(-3, -3)$

해설

부등식에 점을 각각 대입하여 성립하면 영역 위의 점이다.

⑤ $\{-3+(-3)\}\left\{(-3)^2+(-3)^2-9\right\}<0\cdots$ 성립

3. 다음 그림에서 색칠된 부분을 만족하는 부등식을 구하면? (단, 경계선 포함)



① $\begin{cases} (x+1)^2+y^2 \le 1 \\ x^2+y^2 \ge 4 \end{cases}$

② $\begin{cases} (x-1)^2+y^2 \ge 1 \\ x^2+y^2 \le 4 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x^2+(y-1)^2 \le 1 \\ x^2+y^2 \ge 4 \end{cases}$

④ $\begin{cases} (x+1)^2+y^2 \ge 1 \\ x^2+y^2 \le 4 \end{cases}$

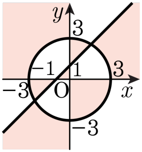
⑤ $\begin{cases} (x-1)^2+y^2 \ge 1 \\ x^2+y^2 \ge 4 \end{cases}$

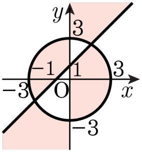
해설

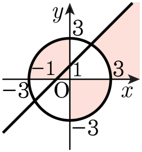
원 $(x+1)^2+y^2=1$ 의 외부와
원 $x^2+y^2 = 4$ 의 내부가 겹치는 부분이므로 어두운 부분을 만족하는 부등식은

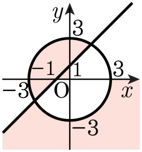
$\begin{cases} (x+1)^2+y^2 \ge 1 \\ x^2+y^2 \le 4 \end{cases}$ 이다.

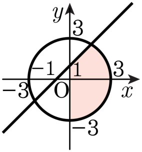
4. 부등식의 영역 $xy(x-y+1)(x^2+y^2-9)>0$ 을 만족하는 $(x,\ y)$ 의 영역을 그림으로 옳게 나타낸 것은?

① 

② 

③ 

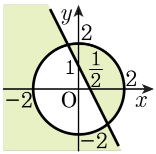
④ 

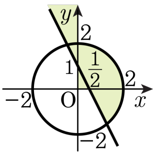
⑤ 

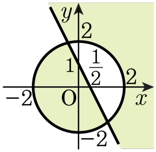
해설

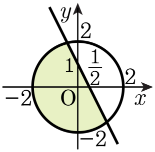
경계선 위에 있지 않은 임의의 점을 부등식 $xy(x-y+1)(x^2+y^2-9)>0$ 에 대입해보면 구하는 영역은 ① 번과 같다.

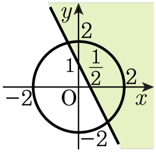
5. 부등식 $(2x+y-1)(x^2+y^2-4)<0$ 의 영역을 바르게 나타낸 것은?(단, 경계선은 제외한다.)

①


②


③


④


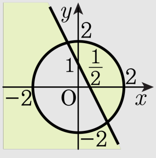
⑤


해설

부등식 $(2x+y-1)(x^2+y^2-4)<0$ 에서

$\begin{cases} 2x+y-1>0 \\ x^2+y^2-4<0 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} 2x+y-1<0 \\ x^2+y^2-4>0 \end{cases}$

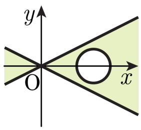
따라서, 주어진 부등식의 영역은 다음 그림과 같다.



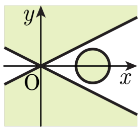
(단, 경계선 제외)

6. 부등식 $(x^2-4y^2)(x^2-6x+y^2+8) \le 0$의 영역을 좌표평면 위에 검게 나타내면? (단, 경계선은 포함한다.)

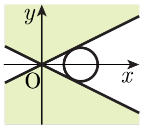
①



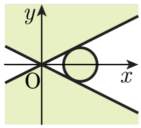
②



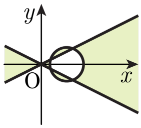
③



④



⑤



해설

$x^2-4y^2=0$에서 $y=\pm\frac{1}{2}x$

$x^2-6x+y^2+8=0$에서 $(x-3)^2+y^2=1$

따라서 경계선은 직선

$y=\pm\frac{1}{2}x \cdots\cdots$ ㉠ 과

중심이$(3,\ 0)$, 반지름의 길이가 1인 원이다.

이 때, 원의 중심 $(3,\ 0)$에서

직선 ㉠ $\Leftrightarrow x\pm 2y=0$에 이르는 거리를 구하면

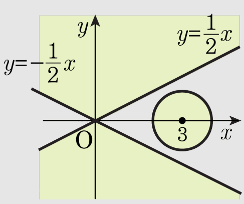
$d=\frac{|3|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{3}{\sqrt{5}}>1$이므로

원과 직선은 만나지 않는다.

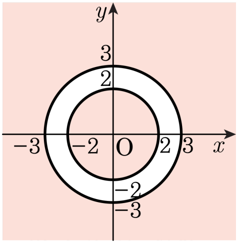
따라서 원의 중심 $(3,\ 0)$을 주어진 부등식

$(x^2-4y^2)(x^2-6x+y^2+8)\le 0$에 대입하면 부등식을 만족하므로 구하는 부등식의 영역은

점 $(3,\ 0)$을 포함하는 영역과 이웃하지 않는 영역으로 다음 그림과 같다.



7. 다음 그림의 색칠한 부분을 부등식으로 나타내면? (단, 경계선은 포함한다.)



① $(x^2+y^2-2)(x^2+y^2-3) \le 0$

② $(x^2+y^2-2)(x^2+y^2-3) \ge 0$

③ $(x^2+y^2+4)(x^2+y^2+9) \le 0$

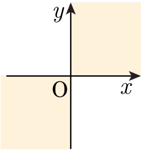
④ $(x^2+y^2-4)(x^2+y^2-9) \le 0$

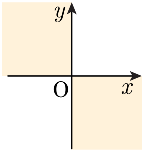
⑤ $(x^2+y^2-4)(x^2+y^2-9) \ge 0$

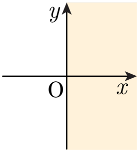
해설

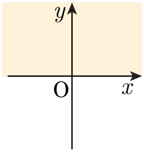
주어진 그림에서 영역의 경계선을 나타내는 방정식은
$x^2+y^2=4,\ x^2+y^2=9$
즉, $x^2+y^2-4=0,\ x^2+y^2-9=0$ 이므로 색칠된 부분을
$(x^2+y^2-4)(x^2+y^2-9) \ge 0,\ (x^2+y^2-4)(x^2+y^2-9) \le 0$ 중 어느 하나의 영역이다.
이때, $f(x,\ y)=(x^2+y^2-4)(x^2+y^2-9)$ 라 하고,
색칠된 부분에 있는 점 $(0,\ 0)$ 의 좌표를 대입하면
$f(0,\ 0)=(-4)\cdot(-9)=36 \ge 0$
따라서, 구하는 부등식은
$(x^2+y^2-4)(x^2+y^2-9) \ge 0$

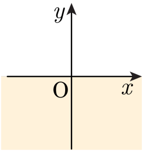
8. 부등식 $xy > 0$ 이 나타내는 영역을 좌표평면 위에 바르게 나타낸 것은? (단, 경계는 포함하지 않는다.)

①


②


③


④


⑤


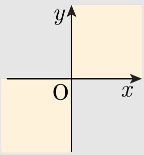
해설

$xy > 0$

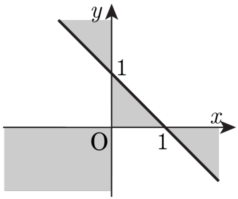
i) $x > 0,\ y > 0$ 일 때, 제 1 사분면을 나타낸다.

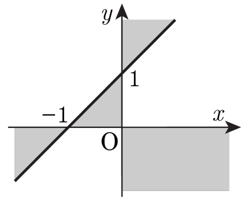
ii) $x < 0,\ y < 0$ 일 때, 제 3 사분면을 나타낸다.

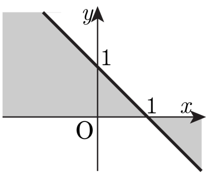
i), ii) 에 의해서 아래 그림이 구하는 영역이다. (단, 경계는 포함하지 않는다.)

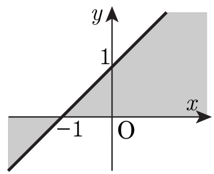


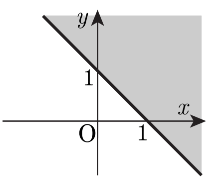
9. 좌표평면 위에 다음 부등식 $xy(x+y-1) \le 0$ 의 영역을 바르게 나타낸 것을 고르면? (단, 경계는 포함한다.)

①


②


③


④


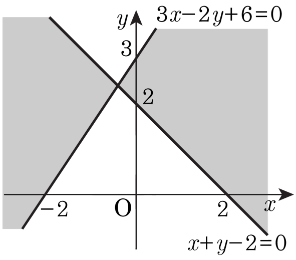
⑤


해설

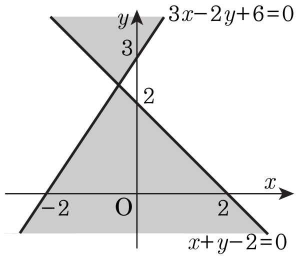
$x=0,\ y=0,\ x+y-1=0$ 이 주어진 영역의 경계를 나타내고, 점$(-1,-1)$ 이 구하는 영역 $xy(x+y-1) \le 0$ 에 속하므로 주어진 부등식의 영역을 좌표평면 위에 나타내면 ①번과 같다.

10. 부등식 $(3x-2y+6)(x+y-2) \geq 0$ 의 영역을 좌표평면에 바르게 나타낸 것은?

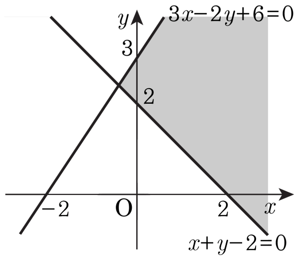
①



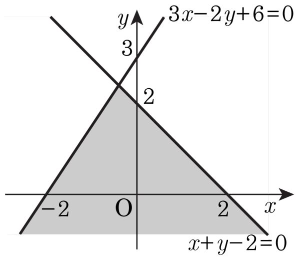
②



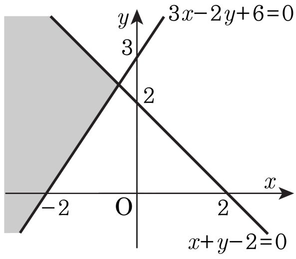
③



④



⑤

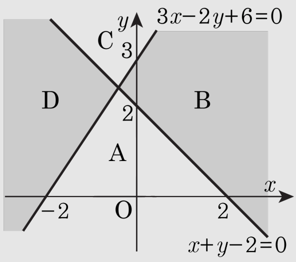


해설

부등식 $ab>0$ 은 $a>0$, $b>0$ 또는 $a<0$, $b<0$ 과 동치이다.
따라서 $a = 3x-2y+6$, $b = x+y-2$ 로 놓으면 부등식을 만족하는 영역은

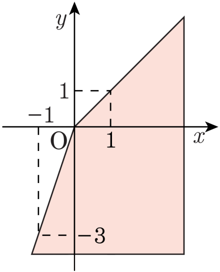
(ㄱ) $a>0$, $b>0$
즉 $a>0$ 과 $b>0$ 의 공통부분
(ㄴ) $a<0$, $b<0$
즉 $a<0$ 과 $b<0$ 의 공통부분의 양쪽 부분이며

이들을 간단히 구하는 데에는 두 직선 $3x-2y+6=0$, $x+y-2=0$ 으로 좌표평면을 다음 그림과 같이 네 부분으로 나누어 본다.



양의 영역, 음의 영역은 서로 교차해서 나타나므로, 원점 $(0,\ 0)$ 을 부등식에 대입해 보면
$(3 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 6)(0+0-2) = -12 < 0$ 이 되어 점 $(0,\ 0)$ 은 부등식을 만족하지 않는다.
따라서 영역 A 는 부등식을 만족하지 않으므로 영역 B 는 부등식을 만족하고, 영역 C 는 부등식을 만족하지 않으며, 영역 D 는 부등식을 만족한다.

11. 다음 그림이 나타내는 부등식을 바르게 구한 것은?



① $y < x - |x|$

② $y < 2x - |x|$

③ $y < x - |2x|$

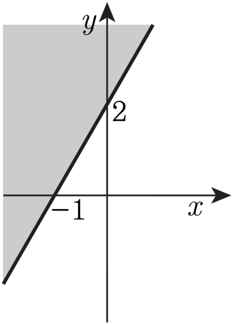
④ $y < \dfrac{x}{2} - |x|$

⑤ $y < 2x - \left|\dfrac{2}{x}\right|$

해설

$$y = 2x - |x| = \begin{cases} x & (x \geq 0\text{일때}) \\ 3x & (x < 0\text{일때}) \end{cases}$$ 단, 경계선은 제외한다.

12. 다음 중 그림의 색칠한 부분을 나타내는 부등식은? (단, 경계선 포함)



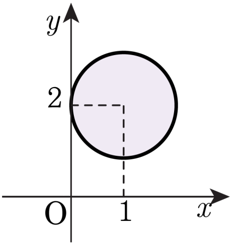
① $y \geq 2x+2$　　② $y \geq -2x+2$　　③ $y \leq -2x+2$

④ $y \geq \frac{1}{2}x+2$　　⑤ $y \leq -\frac{1}{2}x+2$

해설

$y=2x+2$ (경계선) 의 윗부분이므로 보기에서 ①번이다.

13. 다음 그림의 색칠한 부분의 영역을 부등식으로 바르게 나타낸 것은?(단, 경계선은 포함한다.)



① $(x+1)^2+(y+2)^2 \leq 1$
② $(x-2)^2+(y-1)^2 \geq 1$
③ $(x-2)^2+(y-1)^2 \leq 1$
④ $(x-1)^2+(y-2)^2 \geq 1$
⑤ $(x-1)^2+(y-2)^2 \leq 1$

해설

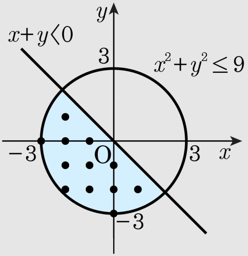
$(x-1)^2+(y-2)^2=1$ (경계선) 의 내부이므로 $(x-1)^2+(y-2)^2 \leq 1$

14. 연립부등식 $\begin{cases} x+y<0 \\ x^2+y^2 \le 9 \end{cases}$ 를 만족하는 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

① 6 개 ② 8 개 ③ 9 개 ④ 12 개 ⑤ 15 개

해설

부등식 $x+y<0$ 의 영역은 직선 $y=-x$ 의 경계를 제외한 아랫부분이고,
부등식 $x^2+y^2 \le 9$ 의 영역은 원 $x^2+y^2=9$ 의 경계를 포함한 내부이므로
연립부등식의 영역은 다음 그림의 색칠된 부분이고



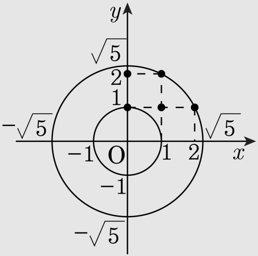
이 영역에 포함되는 점 중 x 좌표, y 좌표가 모두 정수인 점의 좌표는 다음과 같다.
$(-3,\ 0)$, $(-2,\ 1)$, $(-2,\ 0)$, $(-2, -1)$, $(-2, -2)$,
$(-1,\ 0)$, $(-1, -1)$, $(-1, -2)$, $(0, -1)$, $(0, -2)$,
$(0, -3)$, $(1, -2)$
따라서, 구하는 순서쌍은 모두 12개이다.

15. 부등식 $1 \le x^2 + y^2 \le 5$ 를 만족하는 정수의 쌍 $(x,\ y)$ 의 개수는?

① 11 개 ② 12 개 ③ 16 개 ④ 20 개 ⑤ 24 개

해설

경계를 포함하여 반지름 1 인 원의 외부와
반지름 $\sqrt{5}$ 인원의 내부 사이에 있는 격자점($x,\ y$ 좌표가 모두 정수인점)의 개수를 헤아려야 한다. 양 축에 대하여 대칭이므로 x 축과 제 1 사분면에있는 부분의 개수만 헤아려서 4 배 하면 된다.



점의 개수는 5 개이므로 구하는 격자점의 개수는 20 개

16. 부등식 $y \le -x^2 + 4$를 만족시키는 양의 정수 $x,\ y$의 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 3 개

해설

부등식이 나타내는 영역은 포물선 $y = -x^2 + 4$의 경계를 포함한 아랫부분으로 이 영역에 속하는 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$ 중 $x,\ y$가 모두 양의 정수인 것은

(i) $x = 1$일 때

$y \le -1^2 + 4 = 3$이므로 $y = 1,\ 2,\ 3$

(ii) $x = 2$일 때

$y \le -2^2 + 4 = 0$

즉, 양의 정수 y는 존재하지 않는다.

따라서 $x,\ y$가 모두 양의 정수인 순서쌍 $(x,\ y)$는 $(1,\ 1),\ (1,\ 2),\ (1,\ 3)$의 3개이다.

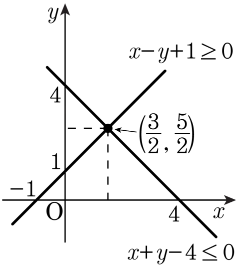
17. 연립부등식 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 4 \leq 0 \\ x - y + 1 \geq 0 \end{cases}$ 이 나타내는 영역의 넓이를 구하면?

① $\frac{19}{6}$ ② 4 ③ $\frac{21}{4}$ ④ 5 ⑤ $\frac{23}{4}$

해설

x 축, y 축과 직선 $x+y-4=0$ 이 만나서 만드는 큰 삼각형에서 y 축, $x+y-4=0$, $x-y+1$ 이 만나서 만드는 작은 삼각형의 넓이를 빼면 된다. 큰 삼각형의 넓이 8 , 작은삼각형의 넓이 $\frac{9}{4}$

따라서 구하는 영역의 넓이는 $\frac{23}{4}$

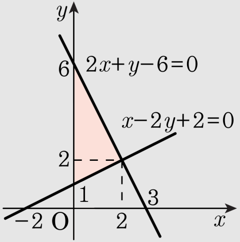


18. 세 부등식 $x \geq 0, x-2y+2 \leq 0, 2x+y-6 \leq 0$을 동시에 만족하는 영역의 넓이는?

① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

해설

주어진 세 부등식을 동시에 만족하는 영역은 다음 그림의 색칠된 부분이다.
이 때, 두 직선 $x-2y+2=0$, $2x+y-6=0$의 교점은
점 $(2,\ 2)$이므로 어두운 부분의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$



(단, 경계선 포함)

19. 세 부등식 $y \geq x$, $y \geq -2x$, $y \leq -\frac{1}{2}x + 3$을 동시에 만족하는 영역의 넓이는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

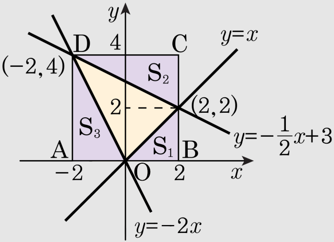
주어진 부등식을 만족하는 영역은 다음 그림의 색칠된 부분과 같다.

따라서, 구하는 넓이는

$\square ABCD - (S_1 + S_2 + S_3)$

$= 4 \cdot 4 - \frac{1}{2}(2 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4)$

$= 6$



(단, 경계선 포함)

20. 다음 연립부등식이 나타내는 영역의 넓이는?

$$\begin{cases} (x-1)^2+(y-1)^2 \le 4 \\ y \ge 2x-1 \end{cases}$$

① $\frac{1}{2}\pi+2$ ② $2-\pi$ ③ $2\pi-1$

④ 2π ⑤ 4π

해설

$(x-1)^2+(y-1)^2 \le 4$ 이 나타내는 영역은
중심이 $(1,1)$ 이고
반지름의 길이가 2 인 원의 내부이고,
$y \ge 2x-1$ 이 나타내는 영역은
주어진 원의 중심을 지나는
직선의 윗부분을 나타낸다.
그러므로 공통영역의 넓이는
원의 넓이의 절반인 $4 \cdot \frac{\pi}{2} = 2\pi$ 이다.

21. 다음 부등식의 영역의 넓이를 구하면?

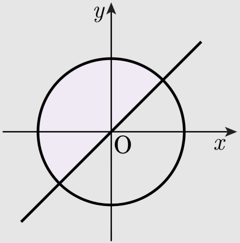
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \le 4 \\ y \ge x \end{cases}$$

① π ② 2π ③ 3π ④ 4π ⑤ 5π

해설

영역을 그리면,

원의 반 이므로, 넓이는 $\frac{1}{2}\times\pi\times 2^2 = 2\pi$



22. 좌표평면 위에서의 직선 $x^2 - y^2 = 0$와 $x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0$의 교점의 개수는?

① 없다. ② 1 개 ③ 2 개

④ 4 개 ⑤ 무수히 많다.

해설

$x^2 - y^2 = 0$ 에서

$(x+y)(x-y) = 0$

$\therefore x + y = 0$ 또는

$x - y = 0$

$x^2 - y^2 - 2x + 1 = 0$ 에서 $(x-1)^2 - y^2 = 0$

$(x+y-1)(x-y-1) = 0$

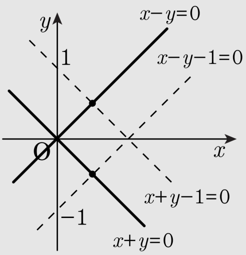
$\therefore x + y - 1 = 0$ 또는 $x - y - 1 = 0$

따라서, 다음 그림과 같이

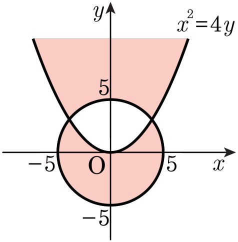
두 직선 $x + y = 0, x - y - 1 = 0$과

두 직선 $x + y - 1 = 0, x - y = 0$의

교점을 찾으면 개수는 2개



23. 다음 중 아래 그림의 어두운 부분을 나타내는 부등식으로 올바른 것은?



① $(x^2-4y)(x^2+y^2-5^2) \le 0$

② $x(x^2-4y)(x^2+y^2-5^2) \ge 0$

③ $(x^2-4y)(x^2+y^2-5^2) \ge 0$

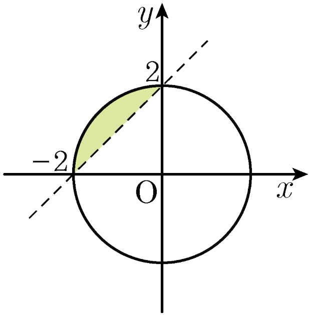
④ $x(x^2-4y)(x^2+y^2-5^2) \le 0$

⑤ $y(x^2+y^2-1)(y-x^2) \ge 0$

해설

① 해 : $\begin{cases} y \le \dfrac{x^2}{4},\ x^2+y^2 \le 5^2 \\ y \ge \dfrac{x^2}{4},\ x^2+y^2 \ge 5^2 \end{cases}$ 영역을 그려보면 그림과 같다.

24. 다음 그림의 어두운 부분을 나타내는 연립부등식을 구하면? (단, 실선은 경계선을 포함하며, 점선은 경계선을 제외한다.)



① $\begin{cases} x^2+y^2-4 \geq 0 \\ x-y+2<0 \end{cases}$

② $\begin{cases} x^2+y^2-4 \geq 0 \\ x-y+2>0 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x^2+y^2-4 \leq 0 \\ x-y+2>0 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x^2+y^2-4 \leq 0 \\ x-y+2<0 \end{cases}$

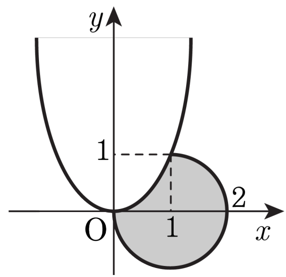
⑤ $\begin{cases} x^2+y^2-4 < 0 \\ x-y+2 \geq 0 \end{cases}$

해설

$x^2+y^2=4$의 내부와 $y=x+2$의 위쪽이므로

$$\begin{cases} x^2+y^2-4 \leq 0 \\ x-y+2<0 \end{cases}$$

25. 다음 그림에서 색칠한 부분의 영역을 연립부등식으로 옳게 나타낸 식을 고르면? (단 경계선 포함)



① $\begin{cases} y \geq x^2 \\ x^2 + y^2 \geq 1 \end{cases}$

② $\begin{cases} y \geq x^2 \\ (x-1)^2 + y^2 \geq 1 \end{cases}$

③ $\begin{cases} y \geq x^2 \\ (x-1)^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$

④ $\begin{cases} y \leq x^2 \\ (x-1)^2 + y^2 \geq 1 \end{cases}$

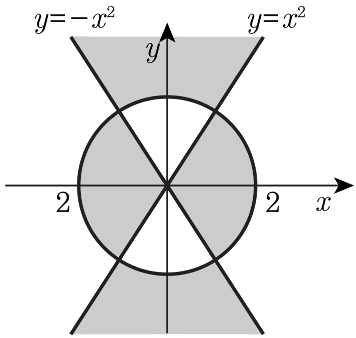
⑤ $\begin{cases} y \leq x^2 \\ (x-1)^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$

해설

$(x-1)^2 + y^2 = 1$ 의 내부와 $y = x^2$ 의 아랫부분이므로

$$\begin{cases} y \leq x^2 \\ (x-1)^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$$

26. 다음 그림의 색칠한 부분이 나타내는 부등식을 고르면? (단, 경계선 포함)



① $xy(x^2+y^2-4) \le 0$

② $(x+y)(x^2+y^2-4) \le 0$

③ $(x+y)(x-y)(x^2+y^2-4) \ge 0$

④ $(x+y)(x-y)(x^2+y^2-4) < 0$

⑤ $(x+y)(x-y)(x^2+y^2-4) \le 0$

해설

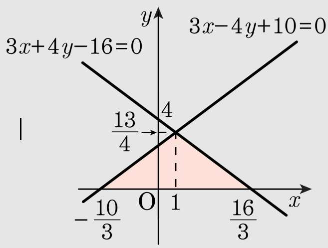
$x+y=0, x-y=0, x^2+y^2=4$가 주어진 영역의 경계를 나타내고, 주어진 영역속의 점 $(1,0)$을 $(x+y)(x-y)(x^2+y^2-4)$에 대입하면 0보다 작으므로 구하고자 하는 식은 $(x+y)(x-y)(x^2+y^2-4) \le 0$이다.

27. 좌표평면에서 세 부등식 $3x+4y-16<0$, $3x-4y+10>0$, $y>0$ 을 동시에 만족시키는 영역에 속하는 점 중에서 이 영역의 경계를 이루는 세 선분과의 거리가 모두 자연수인 점의 개수는?

① 0개 ② 1개 ③ 3개 ④ 5개 ⑤ 7개

해설

주어진 영역에 속하는 점의 좌표를 $(a,\ b)$ 라 하면 각 직선에 이르는 거리는 각각 $\dfrac{|3a+4b-16|}{5}$, $\dfrac{|3a-4b+10|}{5}$, $|b|$ 이고,



b 가 $0<b<\dfrac{13}{4}$ 인 모든 자연수이므로

$b=1,\ 2,\ 3$

(i) $b=1$ 일 때,

$3a+4b-16<0, 3a-4+10>0$

$\therefore\ -6<3a<12$

$\dfrac{|3a-12|}{5}$, $\dfrac{|3a+6|}{5}$ 은 자연수이고 이것을 만족하는 a 의 값은 없다.

(ii) $b=2$ 일 때,

$3a-8<0,\ 3a+2>0$

$\therefore\ -2<3a<8$

$\dfrac{|3a-8|}{5}$, $\dfrac{|3a+2|}{5}$ 은 자연수이고 이것을 만족하는 a 의 값은 1 이다.

(iii) $b=3$ 일 때,

$3a-4<0, 3a-2>0$

$\therefore\ 2<3a<4$

$\dfrac{|3a-4|}{5}$, $\dfrac{|3a-2|}{5}$ 은 자연수이고 이것을 만족하는 a 의 값은 없다.

따라서 조건을 만족하는 점은 $(1,\ 2)$ 이다.

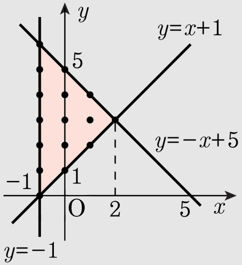
28. 세 부등식 $x \geq -1$, $y \leq -x+5$, $y \geq x+1$을 모두 만족하는 정수 x, y의 순서쌍 (x, y)의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______개

▷ 정답 : 16 개

해설

세 부등식을 모두 만족하는 영역은
직선 $x=-1$의 오른쪽(경계선 포함),
직선 $y=-x+5$의 아랫부분(경계선 포함),
직선 $y=x+1$의 윗부분(경계선 포함)
의 공통 부분이므로
다음 그림의 색칠한 부분과 같다.
따라서 구하는 순서쌍 (x, y)의 개수는
16개이다.

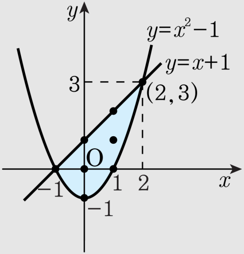


29. 부등식 $x^2-2 \le y-1 \le x$ 를 만족하는 정수 x, y 의 순서쌍 $(x,\ y)$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설



부등식 $x^2-2 \le y-1 \le x$,
즉 $x^2-1 \le y \le x+1$ 의 영역은
포물선 $y=x^2-1$ 의 경계를 포함한 윗부분과
직선 $y=x+1$ 의 경계를 포함한 아랫부분의 공통 부분이고,
이 영역에 포함되는 점 중 x 좌표, y 좌표가 모두 정수인 점의 좌표는 다음과 같다.
$(-1,\ 0)$, $(0,\ 1)$, $(0,\ 0)$, $(0,\ -1)$, $(1,\ 2)$, $(1,\ 1)$, $(1,\ 0)$, $(2,\ 3)$
따라서, 구하는 순서쌍은 8 개다.

30. x, y는 $|x| < 1,\ |y| < 1,\ (x+y)(x-y) \neq 0$인 실수이고

$\left(\sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}} + \dfrac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}}\right)\left(\sqrt{x+y}\sqrt{x-y} + \sqrt{x^2-y^2}\right) = 0$을 만족할 때,

점 $(x,\ y)$가 존재하는 영역의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$(x+y)(x-y) \neq 0$에서

$x+y \neq 0$이고 $x-y \neq 0 \cdots\cdots$ ㉠

또한,

$\left(\sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}} + \dfrac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}}\right)\left(\sqrt{x+y}\sqrt{x-y} + \sqrt{x^2-y^2}\right) = 0$에서

$\sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}} + \dfrac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}} = 0$ 또는

$\sqrt{x+y}\sqrt{x-y} + \sqrt{x^2-y^2} = 0$

$\dfrac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}} = -\sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}}$ 또는

$\sqrt{x+y}\sqrt{x-y} = -\sqrt{x^2-y^2}$

(i) $\dfrac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}} = -\sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}}$일 때,

$x+y > 0,\ x-y < 0\ (\because$ ㉠$)$

(ii) $\sqrt{x+y}\sqrt{x-y} = -\sqrt{x^2-y^2}$일 때,

$\sqrt{x+y}\sqrt{x-y} = -\sqrt{(x+y)(x-y)}$이므로

$x+y < 0,\ x-y < 0\ (\because$ ㉠$)$

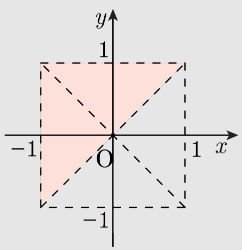
(i), (ii)에서 $x+y > 0,\ x-y < 0$ 또는

$x+y < 0,\ x-y < 0$

따라서, 두 부등식

$|x| < 1,\ |y| < 1$과 위의 두 부등식을 모두 만족하는 영역은 다음 그림의 색칠된 부분으로 이 부분의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 2 \times 2 =$

2



(단, 경계선 제외)

31. $|x-2|+|y| \le 2$ 을 만족하는 영역 D의 넓이를 구하여라. 또 이 영역 D를 만족하는 점 (x,y) 에 대하여 $x-2y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 넓이$=8$

▷ 정답 : 최솟값$=-2$

해설

$|x-2|+|y| \le 2$ 의 영역은

i) $x \ge 2, y \ge 0$ 일 때는 $x+y \le 4$

ii) $x \le 2, y \ge 0$ 일 때는 $y \le x$

iii) $x \ge 2, y < 0$ 이면 $x-y \le 4$

iv) $x \le 2, y < 0$ 이면 $y \ge -x$

색칠한 부분의 넓이는

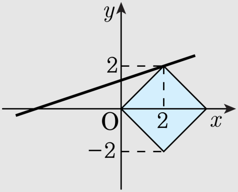
$\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

$x-2y=k$ 라 하면,

직선이 $(2,2)$ 를 지날 때

k는 최소가 된다.

$\therefore \quad 2-2\times 2=-2 \Rightarrow$ 최솟값 : -2



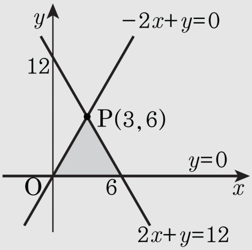
32. 세 부등식 $2x+y \le 12$, $-2x+y \le 0$, $y \ge 0$ 을 동시에 만족시키는 영역의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

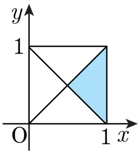
해설

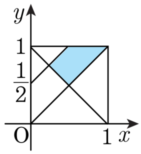
구하는 영역 $2x+y \le 12$,
$-2x+y \le 0$, $y \ge 0$은
세 직선으로 둘러싸인 빗금친 부분이다.
교점 P를 구하면
연립방정식
$-2x+y=0$, $2x+y=12$ 의 근이므로
P$(3,\ 6)$

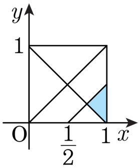


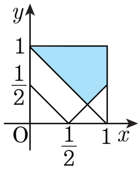
구하는 면적은 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$

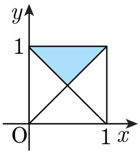
33. 세 변의 길이가 a, b , c $(a \geq b \geq c)$ 인 삼각형 T 를 변형하여 세 변의 길이가 $\frac{a}{2}$, b , c 인 삼각형을 만들 수 있는 T 의 집합을 S 라 하자. 세 변의 길이가 1 , x , y $(1 > x > y)$ 인 삼각형이 S 의 원소가 될 때, 점 (x, y) 가 존재하는 영역을 좌표평면 위에 어둡게 나타내면? (단, 경계는 제외)

①


②


③


④


⑤


해설

삼각형 결정조건은 가장 긴 변이 다른 두변의 합보다 작아야 한다.

1) $1, x, y \Rightarrow 1 < x + y$

2) $\frac{1}{2}, \ x, \ y$

(i). $\frac{1}{2}$ 이 가장 긴 변 $\Rightarrow \frac{1}{2} < x + y$

(ii). x 가 가장 긴 변 $\Rightarrow x < \frac{1}{2} + y$

1), 2) 를 그려보면 색칠한 부분이 공통영역이 된다.