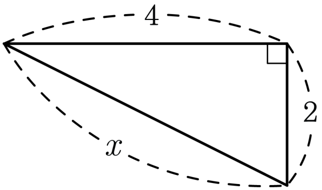
1. 다음 그림에서 x 의 값은?



① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

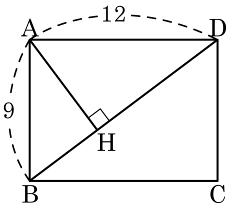
피타고라스 정리에 따라

$4^2 + 2^2 = x^2$

$x^2 = 20$

$x > 0$ 이므로 $x = 2\sqrt{5}$ 이다.

2. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 9$, $\overline{AD} = 12$ 일 때, 꼭짓점 A 에서 대각선 BD 까지의 거리 $\overline{AH}$ 를 구하여라. (소수로 표현할 것)



① 7.0 ② 7.1 ③ 7.2 ④ 7.4 ⑤ 7.6

해설

$\overline{BD} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$

$9 \times 12 = 15 \times \overline{AH}$

$\therefore \overline{AH} = 7.2$

3. 넓이가 $14\sqrt{3}$ 인 정삼각형의 한 변의 길이는?

① $2\sqrt{14}$ ② $2\sqrt{7}$ ③ 56 ④ 21 ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

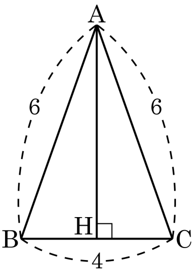
정삼각형의 한 변의 길이를 a라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 14\sqrt{3}$

$a^2 = 56$

$\therefore\ a = 2\sqrt{14}$

4. 다음 그림의 이등변삼각형 ABC 에서 높이 $\overline{AH}$ 는?



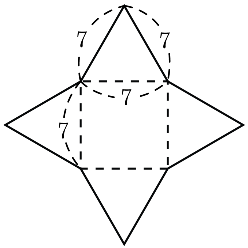
① $\sqrt{2}$　② $2\sqrt{2}$　③ $3\sqrt{3}$

④ $4\sqrt{2}$　⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{AH} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$

5. 다음 전개도로 사각뿔을 만들 때, 이 사각뿔의 부피를 구하여라.



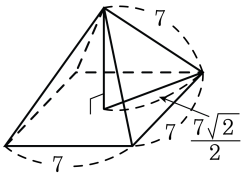
① 49　② $49\sqrt{21}$　③ $49\sqrt{42}$

④ $\dfrac{7\sqrt{42}}{3}$　⑤ $\dfrac{343\sqrt{2}}{6}$

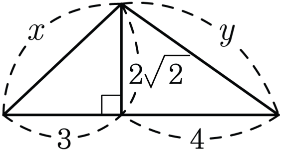
해설

$$h = \sqrt{7^2 - \left(\frac{7\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{49 - \frac{98}{4}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

$$V = 7 \times 7 \times \frac{7\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{343\sqrt{2}}{6}$$



6. 다음 그림에서 x, y 의 값은?



① x : $\sqrt{17}$, y : $\sqrt{6}$

② x : $\sqrt{17}$, y : $2\sqrt{6}$

③ x : $\sqrt{17}$, y : $3\sqrt{2}$

④ x : $3\sqrt{2}$, y : $2\sqrt{6}$

⑤ x : $3\sqrt{2}$, y : $\sqrt{6}$

해설

피타고라스 정리에 따라

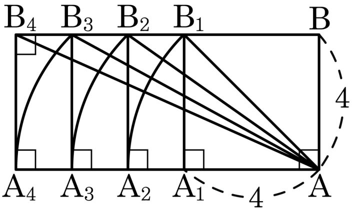
$x^2 = 3^2 + (2\sqrt{2})^2$

$x > 0$ 이므로 $x = \sqrt{17}$

$y^2 = 4^2 + (2\sqrt{2})^2$

$y > 0$ 이므로 $y = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

7. 한 변의 길이가 4cm 인 정사각형 □AA_1B_1B 가 있다. 점 A 를 중심으로 하여 $\overline{AB_1}$, $\overline{AB_2}$, $\overline{AB_3}$ 을 반지름으로 하는 호를 그릴 때, $\overline{AA_4}$ 의 길이는?



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

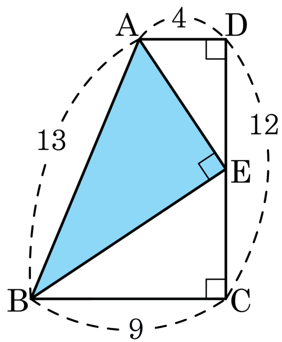
해설

$\overline{AA_2} = \overline{AB_1} = 4\sqrt{2}$

$\overline{AA_3} = \overline{AB_2} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 4^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$\overline{AA_4} = \overline{AB_3} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = \sqrt{64} = 8$

8. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\angle AEB = 90°$ 일 때, $\triangle ABE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$\overline{CE} = x$ 이면 $\overline{DE} = 12 - x$

$\triangle ABE$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AE}^2$

$13^2 = 9^2 + x^2 + 4^2 + (12 - x)^2$

$x^2 - 12x + 36 = 0$

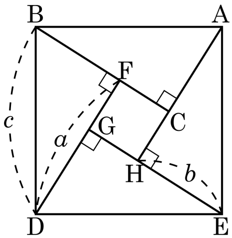
$(x - 6)^2 = 0$

$\therefore \; x = 6$

따라서 $\triangle ABE$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{BE} \times \overline{AE} = \frac{1}{2} \times \sqrt{9^2 + 6^2} \times \sqrt{4^2 + 6^2}$$
$$= \frac{1}{2} \times 3\sqrt{13} \times 2\sqrt{13} = 39$$

9. 다음 그림은 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ABDE 를 만들어 각 꼭짓점에서 수선 AH, BC, DF, EG 를 그어 직각삼각형을 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $c^2 = a^2 + b^2$

② $\triangle ABC = \triangle EAH$

③ □CFGH 는 정사각형

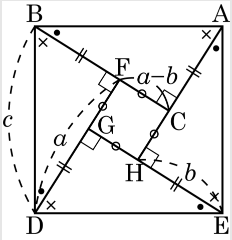
④ $\overline{CH} = a - b$

⑤ □CFGH $= 2\triangle ABC$

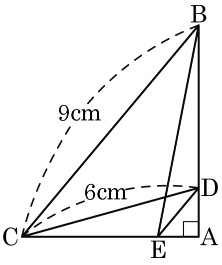
해설

네 개의 직각삼각형은 합동이다. (RHA 합동)

따라서 ①, ②, ③, ④가 성립한다.



10. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 의 값을 구하여라.(단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 45

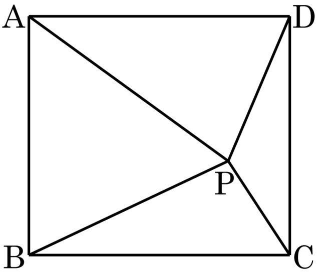
해설

$$\overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 + \left\{(9^2 - \overline{AC}^2)\right\},$$

$$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \left\{(6^2 - \overline{AC}^2)\right\}$$

$$\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 = 9^2 - 6^2 = 45$$

11. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PA}=5$, $\overline{PB}=2\sqrt{5}$, $\overline{PC}=2\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{PD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{13}$

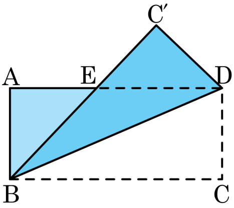
해설

$\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PD}^2$ 이므로

$5^2+\left(2\sqrt{2}\right)^2=\left(2\sqrt{5}\right)^2+\overline{PD}^2$

$\therefore \overline{PD}=\sqrt{13}$

12. 다음 그림은 $\overline{BC} = 7$, $\overline{AB} = 3$ 인 직사각형 ABCD 를 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{C'E} + \overline{AE}$ 의 길이는?



① $\frac{21}{5}$ ② $\frac{27}{6}$ ③ $\frac{31}{7}$
④ $\frac{40}{7}$ ⑤ $\frac{55}{7}$

해설

$\overline{C'E} = \overline{AE}$ 이므로 구하고자 하는 것은 $2\overline{AE}$ 이다.
$\overline{AE} = x$ 라고 하면 $\overline{BE} = 7 - x$ 이므로 $\triangle ABE$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $x = \frac{20}{7}$
따라서 $\overline{C'E} + \overline{AE} = 2 \times \frac{20}{7} = \frac{40}{7}$

13. 이차함수 $y=-\frac{1}{12}x^2+x-2$ 의 꼭짓점과 점 $(3,\ -3)$ 사이의 거리는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

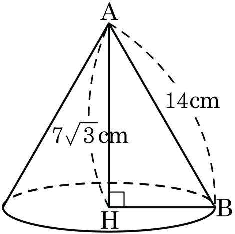
$y=-\frac{1}{12}x^2+x-2$

$y=-\frac{1}{12}(x-6)^2+1$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(6,\ 1)$ 이다.

따라서 꼭짓점과 점 $(3,\ -3)$ 사이의 거리는

$\sqrt{(6-3)^2+\{1-(-3)\}^2}=\sqrt{25}=5$ 이다.

14. 다음 원뿔의 부피를 구하면?



① $\dfrac{341\sqrt{3}}{3}\pi\,\text{cm}^3$ ② $\dfrac{342\sqrt{3}}{3}\pi\,\text{cm}^3$

③ $\dfrac{343\sqrt{3}}{3}\pi\,\text{cm}^3$ ④ $\dfrac{344\sqrt{3}}{3}\pi\,\text{cm}^3$

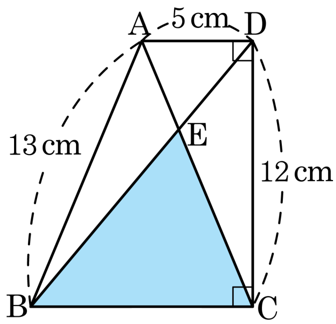
⑤ $\dfrac{345\sqrt{3}}{3}\pi\,\text{cm}^3$

해설

$\overline{\mathrm{BH}} = \sqrt{14^2 - (7\sqrt{3})^2} = \sqrt{196 - 147} = \sqrt{49} = 7$

부피는 $7 \times 7 \times \pi \times 7\sqrt{3} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{343\sqrt{3}}{3}\pi(\text{cm}^3)$

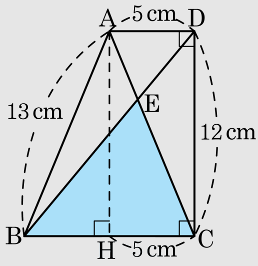
15. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle C = \angle D = 90°$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{DC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이를 구하면?



① 40cm^2　② 50cm^2　③ 60cm^2

④ 70cm^2　⑤ 80cm^2

해설



$\overline{AH} = 12\text{cm}$

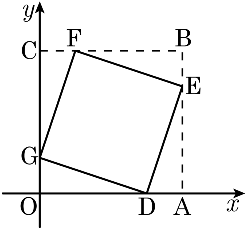
$\overline{BH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5(\text{cm})$

$\triangle EBC \backsim \triangle EDA$($\because$ AA닮음)

$\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{AD} = 2 : 1$

$$(\triangle EBC\text{의 넓이}) = \frac{2}{3} \times (\triangle DBC\text{의 넓이})$$
$$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 10 \times 12$$
$$= 40(\text{cm}^2)$$

16. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$ 인 정사각형 DEFG 가 있고, $\overline{\mathrm{OD}}$ 의 길이는 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이보다 3 배 길다고 할 때, 점 D 와 점 F 를 지나는 그래프의 y 절편은?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{\mathrm{OD}} = 3\overline{\mathrm{AD}}$ 이므로 $\mathrm{D} = (a, 0)$ 이라고 하면

$\mathrm{G} = \left(0, \dfrac{1}{3}a\right)$

이를 피타고라스 정리에 대입하면

$\left(\dfrac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = a^2 + \dfrac{a^2}{9} = \dfrac{10a^2}{9}$ 이 되어 $a = \sqrt{2}$가 성립한다.

$\mathrm{D}(\sqrt{2}, 0)$, $\mathrm{F}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3}, \dfrac{4\sqrt{2}}{3}\right)$를 지나는 함수의 식을 구하면 $f(x) =$

$-2x + 2\sqrt{2}$ 이다.

그러므로 함수 f 의 y 절편은 $2\sqrt{2}$ 이다.

17. 한 변의 길이가 $\frac{4x}{3}$ 인 정삼각형이 있다. 정삼각형의 넓이가 $\frac{16\sqrt{3}}{9}$ cm^2 일 때, x를 구하여라.

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $x = 2$ cm

해설

정삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{4x}{3}\right)^2 = \frac{4\sqrt{3}x^2}{9} = \frac{16\sqrt{3}}{9}$ 이므로 $x = 2$ 이다.

18. 두점 A(1, 2) B(−5, 0) 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

① $(0,-5)$　② $(0,-4)$　③ $(0,-3)$

④ $(0,-2)$　⑤ $(0,-1)$

해설

점 P 의 좌표를 $(0,\ p)$라 하면

$\overline{\mathrm{BP}} = \sqrt{25+p^2}$

$\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{1+(p-2)^2}$

$\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{AP}}$ 이므로

$\sqrt{25+p^2} = \sqrt{1+(p-2)^2}$

$25+p^2 = 1+(p-2)^2$

$-4p = 20$

$p = -5 \therefore\ \mathrm{P}(0,-5)$

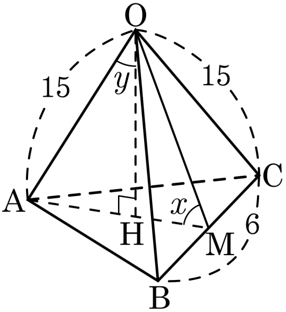
19. 직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1:2:3$ 이고 대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 96

해설

직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1:2:3$ 이므로 세 변의 길이를 각각 k, $2k$, $3k$ (k는 양의 실수)로 나타낼 수 있다.
대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 이므로
$\sqrt{k^2+(2k)^2+(3k)^2}=4\sqrt{14}$
$14k^2=224$, $k^2=16$
$k>0$ 이므로 $k=4$
따라서 세 변의 길이는 4, 8, 12 이다.
따라서 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은 $4\times(4+8+12)=96$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 15 인 정사면체의 한 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 이때, 정사면체의 높이 $\overline{OH}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{6}$

해설

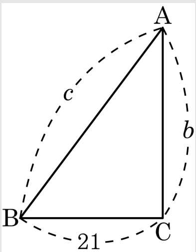
$$\overline{OH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 15 = 5\sqrt{6}$$

21. 세 변의 길이가 모두 자연수이고, $\angle C = 90°$, $\overline{BC} = 21$, $\overline{BC} < \overline{AC}$ 인 삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 294

해설



위의 그림의 $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ 라 하자. (단, b, c는 자연수이다.)

$c^2 = 21^2 + b^2$, $c^2 - b^2 = 21^2$

$(c-b)(c+b) = 3^2 \times 7^2$

그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times b \times 21$ 이 최소가 되려면 b 의 값이 최소가 되어야 한다.

따라서 $c+b > c-b$ 인 경우를 순서쌍 $(c+b,\ c-b)$ 로 나타내어 보면

$$(c+b,\ c-b) = (7^2,\ 3^2),\ (7^2 \times 3,\ 3),$$
$$(7 \times 3^2,\ 7),\ (7^2 \times 3^2,\ 1)$$

이때, b 의 값이 최소가 되는 경우는

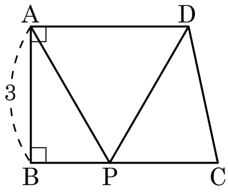
$c + b = 7 \times 3^2$, $c - b = 7$ 이다.

$\therefore\ c = 35,\ b = 28$ ($b > 21$ 에 만족한다.)

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은

$\dfrac{1}{2} \times 21 \times 28 = 294$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 $\angle A = \angle B = 90°$, $\overline{AB} = 3$인 사다리꼴 ABCD의 변 BC 위에 한 점 P를 삼각형 ADP가 정삼각형이 되게 잡았을 때, 삼각형 ADP의 넓이를 구하여라.

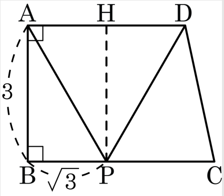


▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{3}$

해설

$\triangle ABP$에서 $\angle APB = 60°$인 직각삼각형이므로



$\overline{AP} = 2\overline{BP}$

$\overline{BP} = x$라 하면

$x^2 + 3^2 = (2x)^2$

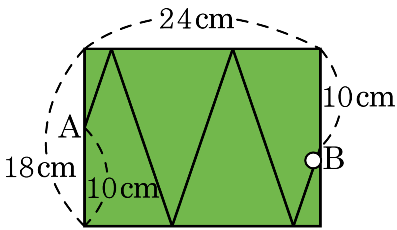
$x^2 = 3$

$\therefore\ x = \sqrt{3}$

따라서 $\overline{AD} = 2\sqrt{3}$

$\triangle ADP$의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3}$이다.

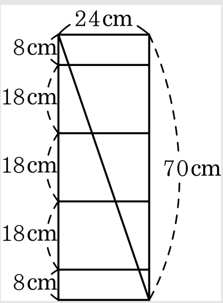
23. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 미니당구대에서 공을 너무 세게 치는 바람에 흰 공이 A 에서 출발하여 벽을 차례로 거쳐 점 B 에 도착하였다. 공이 지나갈 수 있는 최단 거리를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

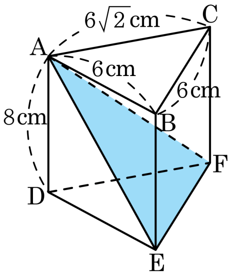
▷ **정답 :** 74 cm

해설



$$(\text{공이 지나간 최단 거리}) = \sqrt{24^2 + 70^2} = \sqrt{5476} = 74(\text{cm})$$

24. 다음 그림과 같은 삼각기둥에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle AEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $30\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

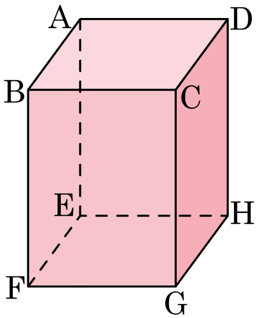
$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이다.

$\overline{AE} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$

$\square ADEB \perp \square BEFC$ 이므로 $\overline{AE} \perp \overline{EF}$

$$\begin{aligned} \therefore\ \triangle AEF &= \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{EF} \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 30\ (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD} = 3$, $\overline{AE} = 4$ 인 직육면체의 한 점 A 에서 겉면을 따라 점 G 에 이르는 최단 거리와 대각선 AG 의 차를 구하여라.

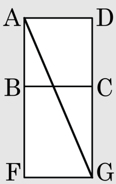


▶ 답 :

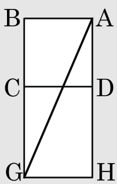
▷ 정답 : $2\sqrt{13} - \sqrt{34}$

해설

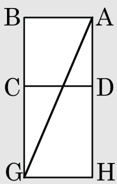
구하는 최단 거리는 다음 세 가지의 경우 중 한 가지이다.



$\overline{AG} = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{58}$



$\overline{AG} = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{58}$



$\overline{AG} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

따라서 최단 거리는 $2\sqrt{13}$ 이고,
대각선 $AG = \sqrt{3^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{34}$ 이다.
따라서 최단 거리와 대각선 AG 의 차는 $2\sqrt{13} - \sqrt{34}$ 이다.