

1. $\left\{ \frac{n^2 - 1}{n(n+1)} \right\}$ 의 제 100 항은?

① $\frac{1}{10}$

② $\frac{9}{10}$

③ $\frac{99}{100}$

④ $\frac{99}{101}$

⑤ $\frac{101}{100}$

해설

$$\left\{ \frac{n^2 - 1}{n(n+1)} \right\} = \frac{n-1}{n}$$

$$\therefore \text{제 100 항은 } \frac{99}{100}$$

2. $\left\{ \frac{1}{n(n+1)} \right\}$ 의 제 10 항은?

① $\frac{1}{10}$

② $\frac{1}{11}$

③ $\frac{1}{110}$

④ $\frac{1}{111}$

⑤ $\frac{1}{1010}$

해설

$$\frac{1}{10 \cdot 11} = \frac{1}{110}$$

3. 첫째항이 1, 공차가 3인 등차수열의 일반항 a_n 을 구하면?

① $3n - 2$

② $3n - 1$

③ $3n$

④ $3n + 1$

⑤ $3n + 3$

해설

$$a_n = 1 + (n - 1) \cdot 3 = 3n - 2$$

4. 등비수열 $3, 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$ 의 일반항 a_n 은?

① $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

② $\left(\frac{1}{3}\right)^n$

③ $\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

④ $\left(\frac{1}{3}\right)^2$

⑤ $\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}$

해설

첫째항이 3이고, 공비가 $\frac{1}{3}$ 이므로

$$a_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}$$

5. 첫째항이 2, 공비가 -3인 등비수열의 일반항 a_n 을 구하면?

① $2 \cdot (-3)^{n-1}$

② $-2 \cdot (-3)^{n-1}$

③ $(-2) \cdot (-3)^n$

④ $-3n + 4$

⑤ $-3n + 2$

해설

$$a_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$$

6. 첫째항이 3, 공비가 3인 등비수열의 일반항 a_n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a_n = 3^n$

해설

$$a_n = 3 \cdot 3^{n-1} = 3^n$$

7. $a_n = \frac{1}{6} \cdot 3^{2n+1}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 첫째항과 공비 r 을 차례대로 구하면?

① $\frac{3}{2}, \frac{1}{3}$

② $\frac{1}{6}, 3$

③ $\frac{9}{2}, 9$

④ $\frac{1}{6}, 9$

⑤ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

해설

$$a_1 = \frac{1}{6} \cdot 3^3 = \frac{9}{2}, \quad \frac{1}{6} \cdot 3^5 = \frac{81}{2}$$

$$\therefore r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{81}{2}}{\frac{9}{2}} = 9$$

$$\therefore a_1 = \frac{9}{2}, \quad r = 9$$

8. 다음 등비수열에서 ()안에 알맞은 수는?

$$32, -8, 2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{8}, ()$$

① $-\frac{1}{16}$

② $-\frac{1}{18}$

③ $-\frac{1}{24}$

④ $-\frac{1}{32}$

⑤ $-\frac{1}{64}$

해설

공비가 $-\frac{1}{4}$ 인 등비수열이므로

$$\frac{1}{8} \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{32}$$

9. 첫째항이 $\frac{1}{4}$, 끝항이 $\frac{1}{16}$, 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열의 항의 개수는?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$a_n = \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{16}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{4} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2$$

$$n - 1 = 2$$

$$n = 3$$

10. 첫째항이 1, 공비가 2, 끝항이 512인 등비수열의 합은?

① 511

② 512

③ 1023

④ 1024

⑤ 2047

해설

$$512 = 1 \cdot 2^{n-1} \text{ 에서 } n = 10$$

$$\therefore a = 1, r = 2, n = 10$$

$$\therefore S_{10} = \frac{1 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1} = 1023$$

11. 제3항이 11, 제9항이 29인 등차수열의 20번째 항은?

① 60

② 62

③ 64

④ 66

⑤ 68

해설

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_3 = a + 2d = 11 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a_9 = a + 8d = 29 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a = 5, d = 3$$

따라서 첫째항이 5, 공차가 3이므로 일반항 a_n 은

$$a_n = 5 + (n - 1) \times 3 = 3n + 2$$

따라서 20번째 항은 $3 \times 20 + 2 = 62$

12. 등차수열 10, a_1 , a_2 , a_3 , $\cdots$, a_{99} , -390 에서 공차는?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$b_1 = 10, b_2 = a_1, b_3 = a_2, \cdots,$$

$$b_{100} = a_{99}, b_{101} = -390$$

$$\therefore b_{101} = 10 + (101 - 1) \cdot d = -390$$

$$100d = -400$$

$$\therefore d = -4$$

13. 이차방정식 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, α, β 의 등차중항을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 6$ 이므로 α, β 의 등차중항은

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

14. 다음 수열이 조화수열을 이룰 때, (가)에 알맞은 수는?

6, 3, 2, (가)

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

주어진 수열이 조화수열이면 각 항의 역수로 이루어진 수열 $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{(가)}$ 이 등차수열이므로 이 등차수열의 공차는 $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$ 이다.

$$\text{따라서 } \frac{1}{(가)} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \quad \therefore (가) = \frac{3}{2}$$

15. 첫째항이 1 이고 공차가 자연수 d 인 등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $n \geq 3$ 일 때, $S_n = 94$ 를 만족하는 d 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$S_n = 94 \text{에서 } \frac{n\{2 + (n-1)d\}}{2} = 94$$

$$n\{2 + (n-1)d\} = 2 \cdot 94 = 2^2 \cdot 47$$

그런데 $n \geq 3$ 이므로 n 의 값이 될수 있는 것은 4, 47, 94, 188이다.

$$n = 4 \text{일때, } 2 + (4-1)d = 47 \quad \therefore d = 15$$

$$n = 47 \text{일때, } 2 + (47-1)d = 4 \quad \therefore d = \frac{2}{23}$$

$$n = 94 \text{일때, } 2 + (94-1)d = 2 \quad \therefore d = 0$$

$$n = 188 \text{일때, } 2 + (188-1)d = 1 \quad \therefore d = -\frac{1}{187}$$

이 중에서 d 가 자연수가 되는 것은 $n = 4$ 이므로 $d = 15$

16. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_6 + a_{11} + a_{15} + a_{20} = 32$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{25}$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

a_n 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a + 5d + a + 10d + a + 14d + a + 19d = 32$$

$$\therefore 4a + 48d = 32$$

$$a + 12d = 8$$

$$\begin{aligned} S_{25} &= \frac{25 \cdot (2a + 24d)}{2} \\ &= \frac{25 \cdot 2 \cdot (a + 12d)}{2} \\ &= 25 \times 8 = 200 \end{aligned}$$

17. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a_n = S_n - S_{n-1} \text{ 이므로 } a_{10} = S_{10} - S_9 = (10^2 + 20) - (9^2 + 18) = 21$$

18. 세 수 1, x , 5는 이 순서로 등차수열을 이루고, 세 수 1, y , 5는 이 순서로 등비수열을 이룰 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

세 수 1, x , 5는 이 순서로 등차수열을 이루므로

$$2x = 1 + 5 = 6 \quad \therefore x = 3$$

세 수 1, y , 5는 이 순서로 등비수열을 이루므로 $y^2 = 5$

$$\text{따라서 } x^2 + y^2 = 14$$

19. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = 2^n + (-1)^n$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$ 의 값은?

① $2^{10} - 3$

② $2^{10} - 1$

③ 2^{10}

④ $2^{10} + 1$

⑤ $2^{10} + 3$

해설

$$a_n = 2^n + (-1)^n \text{에서}$$

$$a_1 + a_2 + \cdots + a_9$$

$$= (2^1 - 1) + (2^2 + 1) + \cdots + (2^9 - 1)$$

$$= (2^1 + 2^2 + \cdots + 2^9) - 1$$

$$= \frac{2(2^9 - 1)}{2 - 1} - 1 = 2^{10} - 3$$

20. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n + 2$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$S_{10} = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{10}$, $S_9 = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$
이므로

$$\begin{aligned} a_{10} &= S_{10} - S_9 \\ &= (10^2 - 3 \cdot 10 + 2) - (9^2 - 3 \cdot 9 + 2) \\ &= (10^2 - 9^2) - 3(10 - 9) \\ &= 16 \end{aligned}$$