

1. $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4} \times \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 5x}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(\text{준식}) = \frac{x(x-2)}{(x-2)^2} \times \frac{(x-2)(x-5)}{x(x-5)} = 1$$

2. 유리식 $\frac{x - \frac{1}{x}}{\frac{x-1}{x}}$ 을 간단히 하면?

- ① x ② $x-1$ ③ $x+1$ ④ $x-2$ ⑤ $x+2$

해설

분자, 분모에 x 를 곱하면

$$\frac{\left(x - \frac{1}{x}\right) \times x}{\frac{x-1}{x} \times x} = \frac{x^2 - 1}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} \\ = x+1$$

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt{2^2 \times (-3)^2} = 6$
- ② $\frac{\sqrt{96}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{12} + \sqrt{27} = 5\sqrt{3}$
- ④ $(3 + \sqrt{2})(2 - 3\sqrt{2}) = -7\sqrt{2}$
- ⑤ $\sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{8} + \sqrt{20} - \sqrt{18} - \sqrt{45} = \sqrt{2} + \sqrt{5}$

해설

- ① $\sqrt{2^2 \times (-3)^2} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{(-3)^2}$
 $= 2 \times \{ -(-3) \} = 6$
- ② $\frac{\sqrt{96}}{2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{\frac{6}{3}} = 2\sqrt{2}$
- ③ $\sqrt{12} + \sqrt{27} = \sqrt{2^2 \times 3} + \sqrt{3^2 \times 3} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$
 $= 5\sqrt{3}$
- ④ $(3 + \sqrt{2})(2 - 3\sqrt{2}) = 3 \times 2 - 9\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3 \times 2$
 $= -7\sqrt{2}$
- ⑤ (좌변) $= (\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) + (\sqrt{5} + 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5}) = 0$

4. 다음 함수의 그래프 중 평행이동하여 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것은?

① $y = \sqrt{x}$

② $y = \sqrt{2x+1} - 1$

③ $y = \sqrt{-2x-1} - 1$

④ $y = -\sqrt{2x} + 1$

⑤ $y = -\sqrt{-2x}$

해설

$y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼

y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면

$y = \sqrt{2(x-m)} + n = \sqrt{2x-2m} + n$ 이 된다.

5. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나눈다.

$$x + \frac{1}{x} - 5 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

6. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} (\neq 0)$ 일 때, $\frac{3a-b-c}{3a+b+c} = -\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로 소인 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k (k \neq 0) \text{로 놓으면}$$

$$a = 2k, \quad b = 3k, \quad c = 4k$$

$$\therefore \frac{3a-b-c}{3a+b+c} = \frac{6k-3k-4k}{6k+3k+4k} = \frac{-k}{13k} = -\frac{1}{13}$$

$$\therefore p = 13, q = 1 \quad p+q = 14$$

7. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 일 때, 다음 식의 값은?

$$\frac{\left(\frac{1}{x}\right)^3 + \left(\frac{1}{y}\right)^3}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$$

- ① $3(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

② $3(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

③ 9
- ④ $5(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

⑤ $7(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

해설

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= \frac{\frac{x^3 + y^3}{(xy)^3}}{\frac{x + y}{xy}} \\ &= \frac{(x + y)^3 - 3xy(x + y)}{(x + y)(xy)^2} \\ &= \frac{(x + y)^2 - 3xy}{(xy)^2} \end{aligned}$$

$$\text{조건에서 } x + y = 2\sqrt{3}, \quad xy = 1$$

$$\therefore \text{(주어진 식)} = \frac{(2\sqrt{3})^2 - 3 \cdot 1^2}{1} = 9$$

8. 다음 등식을 만족하는 유리수 x, y 의 값을 구하면?

$$x(\sqrt{2}-3)+y(\sqrt{2}+2)=3\sqrt{2}-4$$

- ① $x=2, y=-1$

② $x=-1, y=-2$

③ $x=2, y=1$

④ $x=-1, y=2$

⑤ $x=1, y=2$

해설

$$\begin{aligned} (-3x+2y)+(x+y)\sqrt{2} &= -4+3\sqrt{2} \\ \begin{cases} -3x+2y &= -4 \\ x+y &= 3 \end{cases} \\ \therefore x=2, y=1 \end{aligned}$$

9. 함수 $y = \frac{2+x}{1-2x}$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{x+2}{-2x+1} \\ &= \frac{x+2}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\left(x-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{5}{2}}{-2\left(x-\frac{1}{2}\right)} - \frac{1}{2} \\ \therefore a &= \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

10. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a$, $y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

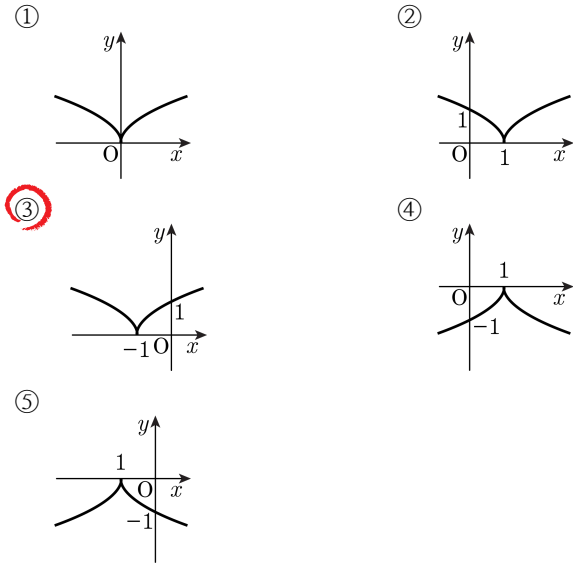
$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서 점근선은}$$

$$x = -1, y = 3$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

11. 다음 중 함수 $y = \sqrt{|x+1|}$ 의 그래프를 구하면?



해설

$x \geq -1$ 이면 $y = \sqrt{x+1}$
 $x < -1$ 이면 $y = \sqrt{-x-1}$ 이므로
3번이 정답임.

12. 0이 아닌 실수 x, y, z 에 대하여 등식 $2x - 6y + 4z = 0$, $3x + y - 2z = 0$ 이 성립한다. 이때, $\frac{x^2 + y^2}{xy + y^2}$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{12}{13}$

해설

두 식을 연립하여 풀면 $2x = y$ 가 나온다.

$$\frac{x^2 + y^2}{xy + y^2} = \frac{x^2 + 4x^2}{2x^2 + 4x^2} = \frac{5x^2}{6x^2} = \frac{5}{6}$$

13. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 분수함수 $y = \frac{x+1}{x}$ 의 그래프가 분수함수 $y = \frac{-x+3}{x-2}$ 의 그래프로 옮겨질 때, $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

분수함수 $y = \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x} + 1$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y = \frac{1}{x-m} + 1 + n$ 이 식이

$y = \frac{-x+3}{x-2} = \frac{-(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} - 1$ 과 같으므로

$m = 2, 1 + n = -1$ 에서 $n = -2$

$\therefore m - n = 4$

14. 함수 $f(x) = \frac{bx+c}{x+d}$ 의 점근선은 $x = -2$, $y = 4$ 이고, 점 $(3, 1)$ 을 지난다고 한다. 이 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x) = \frac{bx+c}{x+d}$ 에 대하여

점근선이 $x = -2$ 이므로 $f(x) = \frac{bx+c}{x+2}$

점근선이 $y = 4$ 이므로 $f(x) = \frac{4x+c}{x+2}$

이것이 점 $(3, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{12+c}{3+2}$$

$$\therefore c = -7$$

따라서 $f(x) = \frac{4x-7}{x+2}$ 이므로

$$f(1) = \frac{-3}{3} = -1$$

15. $f(x) = \frac{ax+b}{x+2}$ 의 그래프는 점 $(1,1)$ 을 지나고 $f^{-1}(x) = f(x)$ 가 성립할 때 $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x) = \frac{ax+b}{x+2}$ 에서 $y = \frac{ax+b}{x+2}$ 로 놓고 역함수를 구해보면

$$y(x+2) = ax+b, yx+2y = ax+b$$

$$x(y-a) = b-2y, x = \frac{b-2y}{y-a}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{b-2x}{x-a}$$

$f^{-1}(x) = f(x)$ 이므로

$$\frac{b-2x}{x-a} = \frac{ax+b}{x+2}$$

$$\therefore a = -2$$

따라서 $f(x) = \frac{-2x+b}{x+2}$ 가 점 $(1,1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{-2+b}{1+2}, 1 = \frac{-2+b}{3}$$

$$\therefore b = 5$$

$$\therefore a+b = -2+5 = 3$$

16. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 후 y 축에 대하여 대칭이동하면 점(1, 3)을 지난다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼
평행 이동한 함수의 그래프의 식은

$$y = \sqrt{a(x-2)}$$

이것을 다시 y 축에 대하여 대칭이동한 함수의
그래프의 식은 $y = \sqrt{a(-x-2)}$

이 때, 이 그래프가 점(1, 3)을 지나므로

$$3 = \sqrt{-3a}, -3a = 9$$

$$\therefore a = -3$$

17. 지난 해 어느 대학의 입학시험 결과 수험생의 남녀의 비는 8 : 5, 합격자의 남녀의 비는 7 : 4, 불합격자의 남녀의 비는 3 : 2 이었다. 이 때, 전체 합격률은?

- ① $\frac{9}{26}$
- ② $\frac{4}{13}$
- ③ $\frac{9}{26}$
- ④ $\frac{5}{13}$
- ⑤ $\frac{11}{26}$

해설

	남	여	전체
합격자	7b	4b	11b
불합격자	3c	2c	5c
수험생	8a	5a	13a

$7b + 3c = 8a \cdots \textcircled{1}$

$4b + 2c = 5a \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} \times 3$

$a = 2b$

$(\text{전체 합격률}) = \frac{11b}{13a} = \frac{11b}{26b} = \frac{11}{26}$

18. 다음 등식 $x = \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \cdots}}}$ 을 만족하는 x 값을 간단히 한 것은?

- ① $\frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$
- ② $\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$
- ③ 1.5
- ④ $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{7})$
- ⑤ $\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \cdots}}} \\ &= \sqrt{\frac{3}{2} + x} \\ \Rightarrow x^2 &= \frac{3}{2} + x \\ \Rightarrow x^2 - x - \frac{3}{2} &= 0 \\ x &= \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2} \\ x &= \frac{1 + \sqrt{7}}{2} (\because x > 0) \end{aligned}$$

19. 두 함수 f, g 가 $f(x) = \frac{1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{x} + 1$ 일 때, $0 \leq x \leq 4$ 에서 함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

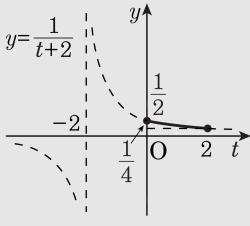
- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{3}{4}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(\sqrt{x} + 1) \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 1 + 1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 2}\end{aligned}$$

$\sqrt{x} = t$ 로 놓으면
 $0 \leq x \leq 4$ 에서 $0 \leq t \leq 2$ 이므로
주어진 함수는 $y = \frac{1}{t+2} (0 \leq t \leq 2)$

따라서 다음 그림에서 $t = 0$ 일 때
최댓값은 $\frac{1}{2}$,
 $t = 2$ 일 때
최솟값은 $\frac{1}{4}$ 이므로
구하는 합은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$



20. 함수 $y = \frac{x+1}{x-2}$ 의 그래프에서 점근선의 방정식을 $x = a$, $y = b$ 라 할 때, 함수 $y = \sqrt{ax+b}$ 의 역함수의 최솟값을 구하면?

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$y = \frac{x+1}{x-2} = 1 + \frac{3}{x-2}$$

$$\therefore \text{점근선은 } x = 2, y = 1$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$y = \sqrt{2x+1} \text{ 의 } \left(x \geq -\frac{1}{2}\right) \text{ 역함수는}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} \quad (x \geq 0)$$

$$\therefore \text{최솟값은 } -\frac{1}{2}$$