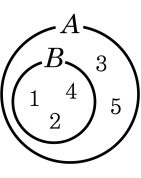


1. 두 집합 A, B 가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.



- ☐

$B \not\subset A$
- ☐

$\{1, 2\} \subset B$
- ☐

$\{\emptyset\} \subset A$
- ☐

$\{x|x\text{는 } 4\text{의 약수}\} = B$
- ☐

$3 \in A$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : Ⓒ

▶ 정답 : Ⓓ

▶ 정답 : Ⓔ

해설

집합 A, B 를 각각 원소나열법으로 나타내면
 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 4\}$ 이다.
 $B \subset A$ 이고, $\{1, 2\} \subset B$ 이며
 $\{1, 2, 4\} = \{x|x\text{는 } 4\text{의 약수}\} = B$ 이다.
 $\{\emptyset\}$ 이 아닌 $\emptyset$ 이 A 의 부분집합이다.

2. 집합 $A = \{0, 1, \{0, 1\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $0 \in A$

② $\{0, 1\} \in A$

③ $2 \notin A$

④ $\{1\} \in A$

⑤ $\{0, 1\} \subset A$

해설

A 의 원소는 $0, 1, \{0, 1\}$ 이므로 $\{1\}$ 은 A 의 부분집합이고, $\{0, 1\}$ 은 A 의 원소도 되고 부분집합도 된다.

3. $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때 $A \subset X \subset B$ 인 집합 X 중에서 집합 B 의 진부분집합은 모두 몇 개인가?

① 32개 ② 16개 ③ 8개 ④ 7개 ⑤ 6개

해설

1, 2를 반드시 포함하는 B 의 부분집합의 수에서 B 를 뺀 것과 같다.

$$\therefore 2^{5-2} - 1 = 7(\text{개})$$

4. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } a \text{ 이하인 } 5\text{의 배수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 부분집합의 개수가 32개가 되기 위한 자연수 a 의 값은?

① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

해설

$32 = 2^5$ 이므로 집합 A 의 원소의 개수는 5개이어야 한다.
 $A = \{5, 10, 15, 20, 25\}$ 이므로 $a = 25$ 이다.

5. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}$, $C = \{3, 4, 9, 10\}$ 에 대하여 $A \cap (B \cup C)$ 를 원소 나열법으로 옳게 나타낸 것은?
- ① $\{2, 4\}$ ② $\{4, 10\}$ ③ $\{2, 3, 4\}$
④ $\{2, 4, 10\}$ ⑤ $\{2, 4, 6, 10\}$

해설

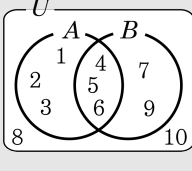
$$\begin{aligned} A &= \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{1, 2, 3, 4\}, C = \{3, 4, 9, 10\} \\ A \cap (B \cup C) &= \{2, 4, 6, 8, 10\} \cap \{1, 2, 3, 4, 9, 10\} \\ &= \{2, 4, 10\} \end{aligned}$$

6. 집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 9\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
(단, $n(A)$ 는 집합 A 의 원소의 개수이다.)
- ① $n(A^c \cap B^c) = 7$
 - ② $A \cap B^c = \{1, 2, 3\}$
 - ③ $B - A = \{7, 9\}$
 - ④ $n(A \cap B) = 3$
 - ⑤ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$

해설

벤다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c) \\ = n((A \cup B)^c) = 2 \end{aligned}$$



7. 다음은 전체 집합 U 의 부분 집합 A, B, C 에 대하여 $(A \cap B) \cup (A - B) \cap B = A$ 가 성립할때, 집합 A 와 집합 B 사이의 관계를 알아보는 과정이다.

$$\begin{aligned} & (A \cap B) \cup (A - B) \cap B \\ &= \{ (A \cap B) \cup (A \cap (\ominus)) \} \cap B \\ &= \{ A \cap (B \cup (\ominus)) \} \cap B \\ &= (A \cap (\ominus)) \cap B = A \\ &\text{따라서 } A \cap B = A \\ &\therefore (\ominus) \end{aligned}$$

$(\ominus), (\subseteq), (\supset)$ 에 알맞은 것을 차례로 적으면?

- ① $B, \emptyset, B \subset A$

② $B, U, A \subset B$

③ $B^c, \emptyset, B \subset A$
- ④ $B^c, U, A \subset B$

⑤ $B^c, U, B \subset A$

해설

$$\begin{aligned} & \{ (A \cap B) \cup (A - B) \} \cap B \\ &= \{ (A \cap B) \cup (A \cap (B^c)) \} \cap B \\ &(\because A - B = A \cap B^c) \\ &= \{ A \cap (B \cup (B^c)) \} \cap B \text{ (분배법칙)} \\ &= (A \cap (U)) \cap B = A \text{ (}\because B \cup B^c = U\text{)} \\ &= A \cap B \\ &\therefore A \cap B = A \\ &\therefore (A \subset B) \end{aligned}$$

8. 다음 중 명제가 아닌 것은?

- ① 6과 18의 최대공약수는 3 이다.
- ② 설악산은 제주도에 있다.
- ③ $x = 2$ 이면 $3x = 6$ 이다.
- ④ $x + 1 < 0$
- ⑤ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이다.

해설

명제는 참과 거짓을 명확하게 판단할 수 있는 문장이나 식을 말한다. ①, ②는 거짓 명제이고, ③, ⑤는 참인 명제이다. 그러나 ④는 x 의 값에 따라서 참일 수도 있고 거짓일 수도 있으므로 명제가 아니다.

9. 명제 ‘ x 가 소수이면 x 는 홀수이다.’는 거짓이다. 다음 중 반례로 알맞은 것은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$x = 2$ 인 경우에는 소수이지만 짝수이다.

10. 다음 명제 중 ‘역’이 참인 것을 고르면? (a, b, x, y 는 모두 실수)

- ① $a = 1$ 이면 $a^2 = a$
- ② $a = b$ 이면 $a^2 = b^2$
- ③ xy 가 홀수 이면 $x + y$ 가 짝수
- ④ $\triangle ABC$ 가 정삼각형이면 $\angle B = \angle C$
- ⑤ 두 집합 A, B 에 대하여 $A \supset B$ 이면 $A \cup B = A$

해설

- ① 역: $a^2 = a$ 이면 $a = 1$ 이다.(거짓, 반례: $a = 0$)
- ② 역: $a^2 = b^2$ 이면 $a = b$ 이다. (거짓, 반례: $a = 1, b = -1$)
- ③ 역: $x + y$ 가 짝수이면, xy 는 홀수이다. (거짓, x, y 모두 짝수인 경우 xy 는 짝수이다.)
- ④ 역: $\angle B = \angle C$ 이면 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. (거짓, 두 각이 같으면 이등변삼각형이다.)
- ⑤ 역: $A \cup B = A$ 이면 $A \supset B$ 이다.(참)

11. 다음 명제의 대우로 알맞은 것은?

‘ $a+b$ 가 홀수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.’

- ① $a+b$ 가 짝수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.
- ② a, b 모두 짝수이거나 또는 홀수이면 $a+b$ 가 짝수이다.
- ③ a, b 중 하나는 짝수, 다른 하나는 홀수이면, $a+b$ 가 짝수이다.
- ④ a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이면, $a+b$ 가 홀수이다.
- ⑤ a, b 중 하나는 짝수, 다른 하나는 홀수이면, $a+b$ 가 홀수이다.

해설

대우 : $a+b$ 가 짝수이면 a, b 중 하나는 홀수, 다른 하나는 짝수이다.

12. 다음 중 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되는 것은? (단, x, y, z, a 는 실수)

- ① $p : x = 1, q : x^2 - 3x + 2 = 0$
- ② $p : 0 < x < 1, q : x < 2$
- ③ $p : a > 3, q : a^2 > 9$
- ④ $p : xz = yz, q : x = y$
- ⑤ $p : a$ 는 4의 배수, $q : a$ 는 2의 배수

해설

$$p : xz = yz, \quad q : x = y$$
$$P : xz - yz = (x - y)z = 0,$$
$$\therefore x = y \text{ or } z = 0$$
$$Q : x = y$$
$$\therefore P \supset Q \rightarrow p \leftarrow q$$

13. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 $P = \{a+1, 2\}$, $Q = \{3, 5, 3a-4\}$ 라 할 때, p 는 q 이기 위한 충분조건이다. 이때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

p 는 q 이기 위한 충분조건이므로

$P \subset Q$

$\{a+1, 2\} \subset \{3, 5, 3a-4\}$

따라서 $3a-4=2$ 이므로 $a=2$

14. 조건 p, q 가 $p : x < 1$ 또는 $x \geq 2, q : \frac{a}{2} < x \leq 3a$ 일 때, ‘ $\sim p$ 이면 q 이다.’ 가 참이 되기 위한 a 의 범위는?

- ① $\frac{2}{3} < a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a < 2$ ③ $1 \leq a < 2$
④ $1 < a \leq 2$ ⑤ $\frac{2}{3} < a < 2$

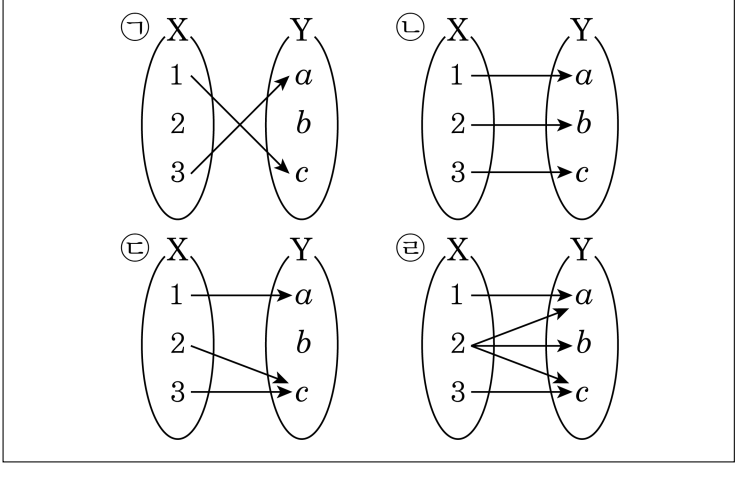
해설

명제의 대우는 ‘ $\sim q$ 이면 p 이다’

$\sim q : x \leq \frac{a}{2}$ 또는 $x > 3a, p : x < 1$ 또는 $x \geq 2$ 이므로 명제의 대우가 참이 되려면 $\frac{a}{2} < 1$ 이고 $3a \geq 2$ 가 되어야 한다.

$a < 2$ 이고 $a \geq \frac{2}{3}$ 이므로 $\frac{2}{3} \leq a < 2$ 이다.

15. 다음 대응 관계 중 X 에서 Y 로의 함수인 것을 모두 고른 것은?



- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣
④ ㉠, ㉢, ㉣ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ X 의 원소 2에 대응하는 Y 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.
㉡, ㉢ X 의 각 원소에 Y 의 원소가 하나씩만 대응하므로 함수이다.
㉣ X 의 원소 2에 대응하는 Y 의 원소가 a, b, c 의 3개이므로 함수가 아니다.

16. 다음 그림과 같은 대응에 대한 다음 설명 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

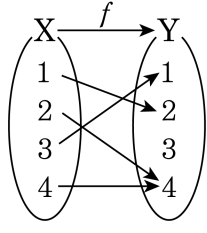
- ㉠ 함수가 아니다.

㉡ 정의역은 1, 2, 3, 4이다.

㉢ 공역은 1, 2, 3, 4이다.

㉣ 치역은 1, 2, 3, 4이다.

㉤ 일대일대응이다.



- ① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

- ㉠ 주어진 대응 x 의 각 원소에 y 가 1개씩 대응하므로 함수이다.

㉡, ㉢ 정의역과 공역은 모두 1, 2, 3, 4이다.

㉣ 치역은 1, 2, 4이다.

㉤ $f(2) = f(4) = 4$ 이고, $Y \neq f(x)$ 이므로 일대일대응이 아니다.

17. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 다음 보기 중 함수 $f : X \rightarrow X$ 로 가능한 것의 개수는 몇 개인가?

보기

- ㉠ $f(x) = -x$
- ㉡ $f(x) = x^2$
- ㉢ $f(x) = |x|$
- ㉤ $f(x) = \frac{1}{x}$
- ㉥ $f(x) = \sqrt{x}$

- ① 1 개
- ② 2 개
- ③ 3 개
- ④ 4 개
- ⑤ 5 개

해설

㉠ $f(x) = -x$ 에서 $f(-1) = 1 \in X$, $f(0) = 0 \in X$, $f(1) = -1 \in X$ 따라서 함수이다.

㉡ $f(x) = x^2$ 에서 $f(-1) = 1 \in X$, $f(0) = 0 \in X$, $f(1) = 1 \in X$ 따라서 함수이다.

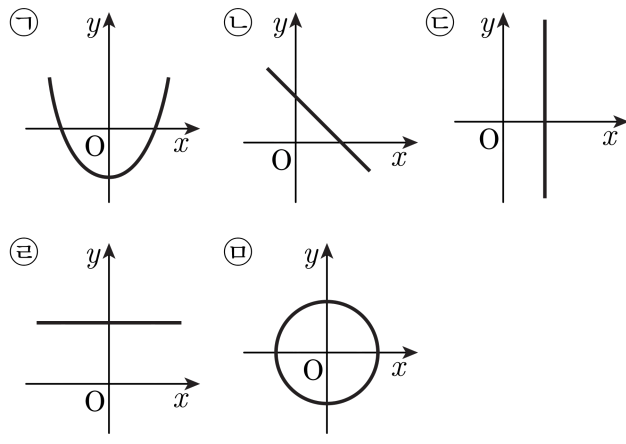
㉢ $f(x) = |x|$ 에서 $f(-1) = 1 \in X$, $f(0) = 0 \in X$, $f(1) = 1 \in X$ 따라서 함수이다.

㉤ $f(x) = \frac{1}{x}$ 에서 $f(0)$ 이 정의되지 않으므로 함수가 아니다.

㉥ $f(x) = \sqrt{x}$ 에서 $f(-1) = i \notin X$ 이므로 함수가 아니다.

따라서 함수로 가능한 것은 ㉠, ㉡, ㉢의 3개다.

18. 다음 그래프 중 함수인 것은 모두 몇 개인가?



- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

주어진 그래프가 함수가 되기 위해서는 집합 X 의 각 원소 x 의 함수값 $f(x)$ 가 하나로 결정되어야 한다. 그러나 ㉢, ㉤은 x 의 함수값 $f(x)$ 가 두개 이상인 점이 존재하므로 함수가 될 수 없다.

19. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로 대응되는 함수의 개수를 a , 일대일 대응의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 64$

해설

정의역과 공역의 개수가 다르므로
일대일 대응은 없고, 정의역의 개수가 A
공역의 개수가 B 일 때 함수 개수는 B^A 이다.
 $\therefore 4^3 = 64$
 $\therefore a + b = 64$

20. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 3x + 4$, $f(x) = x^2$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

21. 함수 $f(x) = 2x - 5$ 의 역함수를 $y = f^{-1}(x)$ 라 할 때, $f^{-1}(-3)$ 의 값은 얼마인가?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$f(x) = y = 2x - 5$ 에서 x 와 y 를 바꾸면 $x = 2y - 5$

$x = 2y - 5$ 를 y 에 대하여 정리하면

$$y = \frac{1}{2}(x + 5)$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 5)$$

$$\therefore f^{-1}(-3) = 1$$

|다른풀이| $f^{-1}(-3) = a$ 로 놓으면

$$f(a) = -3 \text{ 에서 } f(a) = 2a - 5 = -3, 2a = 2$$

$$\therefore a = f^{-1}(-3) = 1$$

22. 함수 $y = \frac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① 점근선 중 하나는 $x = 3$ 이다.
- ② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.
- ③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.
- ④ 이 그래프는 x 축을 지나지 않는다.
- ⑤ 함수 $y = \frac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-3} = \frac{2(x-3)+2}{x-3} = \frac{2}{x-3} + 2$$

그러므로 함수의 점근선은 $x = 3$, $y = 2$ 이고

$y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼,

y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

23. 다음 함수의 그래프 중 평행이동에 의하여 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹치는

것은?

① $y = \frac{2x-1}{x-1}$

② $y = \frac{2x}{x-1}$

③ $y = \frac{2x+1}{x-1}$

④ $y = \frac{2x}{2x-1}$

⑤ $y = \frac{2x}{2x+1}$

해설

① $y = \frac{2x-2+1}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1}$

② $y = \frac{2x-2+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1}$

③ $y = \frac{2x-2+3}{x-1} = 2 + \frac{3}{x-1}$

④ $y = \frac{2x-1+1}{2x-1} = 1 + \frac{1}{2x-1}$

⑤ $y = \frac{2x+1-1}{2x+1} = 1 - \frac{1}{2x+1}$

따라서, ① 의 그래프는 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축, y 축 방향으로 각각 1, 2 만큼 평행이동시킨 것이다.

24. 분수함수 $y = \frac{x+b}{ax+1}$ 의 그래프의 점근선 중 하나가 $x = -1$ 이고 점 $(1, 2)$ 를 지난다고 한다. 이 분수함수의 정의역이 $\{x \mid -3 \leq x < -1 \text{ 또는 } -1 < x \leq 1\}$ 일 때, 치역을 구하면? (단, a, b 는 상수)
- ① $\{y \mid y < 0 \text{ 또는 } y > 2\}$ ② $\{y \mid y \leq 0 \text{ 또는 } y \geq 2\}$
 ③ $\{y \mid 0 \leq y \leq 2\}$ ④ $\{y \mid y < 1 \text{ 또는 } 1 < y \leq 2\}$
 ⑤ $\{y \mid y < 1 \text{ 또는 } y \geq 2\}$

해설

분수함수 $y = \frac{x+b}{ax+1}$ 의 그래프의

점근선 중 하나가 $x = -1$ 이므로

$$x = -\frac{1}{a} = -1$$

$$\therefore a = 1$$

따라서, 주어진 분수함수는 $y = \frac{x+b}{x+1}$

이고

이 함수의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나

므로

$$2 = \frac{1+b}{1+1} \quad \therefore b = 3$$

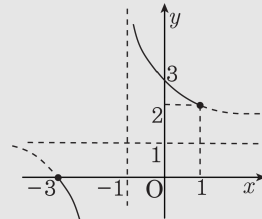
$$\therefore y = \frac{x+3}{x+1}$$

따라서 $-3 \leq x < -1$ 또는 $-1 < x \leq 1$ 에서

$$y = \frac{x+3}{x+1} = \frac{2}{x+1} + 1 \text{ 의 그래프는}$$

다음 그림과 같으므로 구하는 치역은

$$\{y \mid y \leq 0 \text{ 또는 } y \geq 2\}$$



25. 두 함수 $f(x) = 2x - 1, g(x) = \frac{2x + 3}{x - 1}$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ g)(2)$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

$$(f^{-1} \circ g)(2) = f^{-1}(g(2)) = f^{-1}(7)$$

$$f^{-1}(7) = k \text{ 라 하면 } f(k) = 7$$

$$\text{따라서 } 2k - 1 = 7$$

$$\therefore k = 4$$