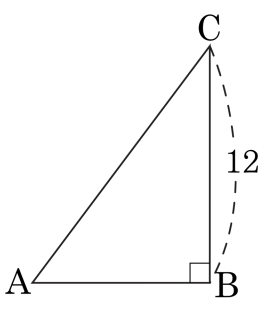
1. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\tan A = \frac{4}{3}$ 이고, $\overline{BC}$ 가 12 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 15 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

해설

$\tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{12}{\overline{AB}} = \frac{4}{3}$ 이므로 $12 \times 3 = 4 \times \overline{AB}$ 이다.

$\Rightarrow \quad \overline{AB} = 9$

따라서 $\overline{AC} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$ 이다.

2. 경사면의 기울어진 정도를 나타내는 경사도는 수평거리와 수직거리의 비율에 의해 결정된다. 다음 중 경사도와 가장 관계가 깊은 것은?

① $\sin A$ ② $\cos A$ ③ $\tan A$

④ $\frac{1}{\sin A}$ ⑤ $\frac{1}{\cos A}$

해설

수평거리와 수직거리의 비율은 직각삼각형에서 밑변과 높이의 비율로 생각할 수 있으므로 $\tan A$ 와 가장 관계가 깊다.

3. 이차방정식 $x^2 - 3 = 0$ 을 만족하는 x 의 값이 $\tan A$ 의 값과 같을 때, $\sin A \cos A$ 의 값은? (단, $0° < A < 90°$)

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

해설

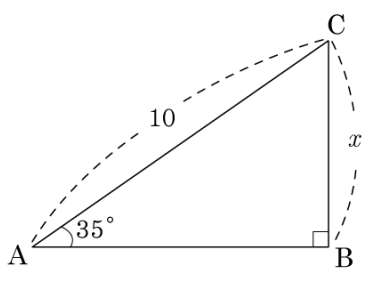
$x^2 - 3 = 0$ 에서

$x^2 = 3, \ \therefore \ x = \sqrt{3} \ (\because x > 0)$

$\tan A = \sqrt{3}, \ \therefore \ A = 60° \ (\because 0° < A < 90°)$

$\sin A \cos A = \sin 60° \times \cos 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

4. 다음 그림의 △ABC 에서 삼각비의 표를 보고 x 의 값을 구하면?



각도	sin	cos	tan
54°	0.8090	0.5878	1.3764
55°	0.8192	0.5736	1.4281
56°	0.8290	0.5592	1.4826

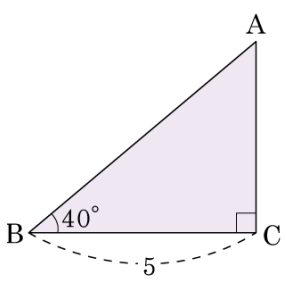
① 8.192 ② 5.736 ③ 5.878 ④ 8.09 ⑤ 8.29

해설

$\angle C = 55°$ 이므로

$x = 10 \times \cos 55° = 10 \times 0.5736 = 5.736$

5. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}$ 의 길이를 구하는 식은?



① $5\sin 40°$ ② $5\cos 40°$

③ $5\tan 40°$ ④ $\dfrac{5}{\tan 40°}$

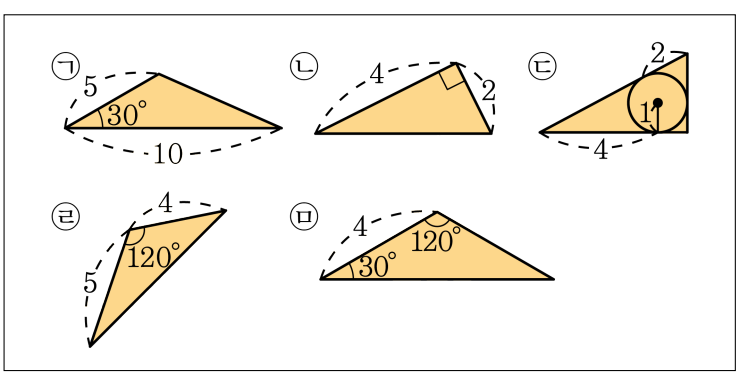
⑤ $\dfrac{\sin 40°}{5}$

해설

$\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} \times \overline{BC} = \overline{AC}$ 이므로

$\therefore\ 5\tan 40°$

6. 다음 삼각형 중에서 넓이가 가장 큰 것을 골라라. (단, $\sqrt{3} = 1.732$로 계산한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ $S = \frac{1}{2} \times 5 \times 10 \times \frac{1}{2} = \frac{25}{2}$

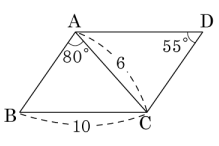
㉡ $S = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 8$

㉢ $S < \frac{1}{2} \times 5 \times 3 = \frac{15}{2}$

㉣ $S = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} = 8.66$

㉤ $S = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} = 6.928$

7. 다음 그림과 같은 평행사변형의 넓이를 구하면?



① 30 ② $30\sqrt{2}$ ③ $30\sqrt{3}$ ④ $32\sqrt{2}$ ⑤ $32\sqrt{3}$

해설

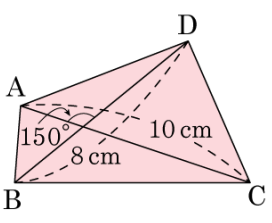
(평행사변형 ABCD 의 넓이)

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 6 \times \sin 45° \times 2$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2$

$= 30\sqrt{2}$

8. 다음 그림에서 □ABCD 의 넓이를 구하여 빈 칸을 채워 넣어라.



(사각형 ABCD의 넓이) = ( ) cm^2

▶ 답 :

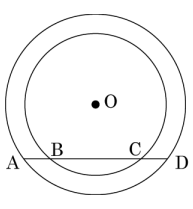
▷ 정답 : 20

해설

(사각형의 넓이) = 대각선 × 대각선 × $\frac{1}{2}$ × $\sin\theta$

따라서 $8 \times 10 \times \frac{1}{2} \times \sin 30° = 20(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

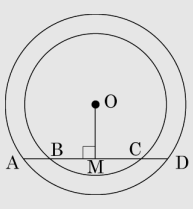
9. 다음 그림에서 두 원은 동심원이다. $\overline{BD} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

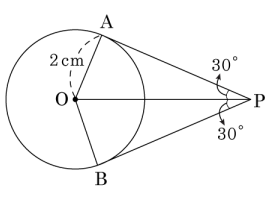
▷ 정답 : 2 cm

해설



O 에서 현에 내린 수선의 발을 M 이라 하면
$\overline{AM} = \overline{DM}$
$\overline{BM} = \overline{CM}$
$\overline{AB} = \overline{AM} - \overline{BM}$
$\overline{CD} = \overline{DM} - \overline{CM}$
$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$
$\overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AB} = \overline{AC}$
$\therefore \overline{AC} = 2\text{cm}$

10. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선일 때, □APBO 의 둘레의 길이는?



① 6cm ② $(6+6\sqrt{2})$cm ③ $12\sqrt{3}$cm

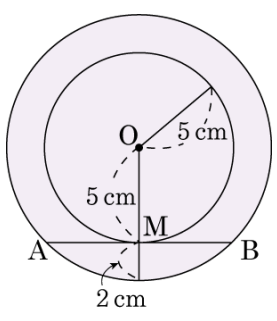
④ $(4+4\sqrt{3})$cm ⑤ $(8+6\sqrt{3})$cm

해설

$\sqrt{3}\ \overline{OA} = \overline{AP} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\therefore (2+2\sqrt{3}) \times 2 = (4+4\sqrt{3})\text{cm}$

11. 다음 그림과 같이 두 원의 중심이 일치하고, 반지름의 길이는 각각 5cm, 7cm 이다. 현 AB 가 작은 원의 접선일 때, 현 AB 의 길이는?



① $\sqrt{6}$cm ② $2\sqrt{6}$cm ③ $4\sqrt{6}$cm

④ 4cm ⑤ 6cm

해설

$\overline{OA} = 7\,\text{cm}$, $\overline{OM} = 5\,\text{cm}$, $\overline{AM} = \sqrt{7^2 - 5^2} = 2\sqrt{6}(\,\text{cm})$

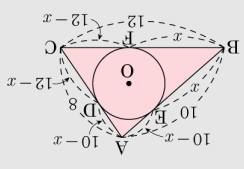
$\therefore \ \overline{AB} = 2\sqrt{6} \times 2 = 4\sqrt{6}(\,\text{cm})$

12. 원 O 가 △ABC 의 각 변과 점 D, E, F 에서 접할 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설



$10 - x + 12 - x = 8 \quad \therefore x = 7$

13. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 지름의 길이는 17cm 이고 내접원의 지름의 길이는 6cm 이다. $\overline{AB}$ 가 외접원의 지름일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라. (단, $\angle C$ 는 직각이다.)

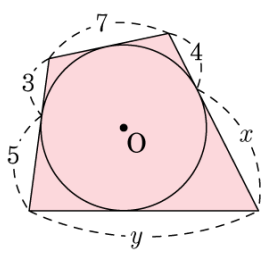
▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답: $\underline{60\,cm^2}$

해설

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2}\times 3\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})\\ &= \frac{1}{2}\times 3\times(17\times 2+3\times 2)\\ &= \frac{1}{2}\times 3\times 40\\ &= 60(cm^2)\end{aligned}$$

14. 다음 그림에서 $y - x$ 의 값을 구하여라.



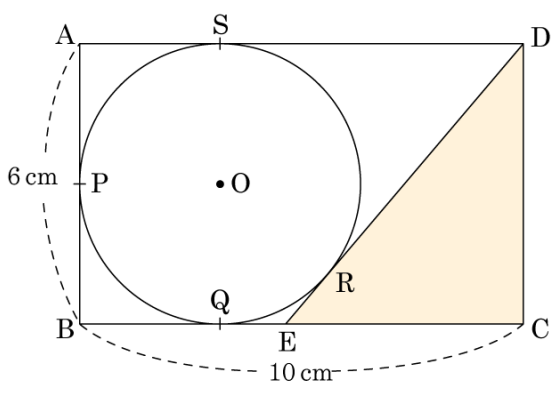
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$7 + y = 8 + 4 + x \ \therefore y - x = 5$

15. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 안에 원 O 와 △CDE 가 접하고 있다. △CDE 의 둘레를 구하여라.



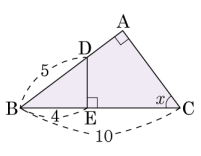
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 20 cm

해설

원 밖의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 같다.
$\overline{AS} = 3$ 이므로
$\overline{DS} = \overline{DR} = 10 - \overline{AS} = 10 - 3 = 7$, $\overline{ER} = \overline{EQ} = x$ 라 하면
$(\triangle CDE\text{의둘레}) = \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EC}$
$= \overline{CD} + (\overline{DR} + \overline{RE}) + \overline{EC}$
$= (6 + 7) + (x + \overline{EC})$
$= 13 + (\overline{BC} - \overline{BQ})$
$= 13 + 10 - 3 = 20$

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\sin x$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{4}{5}$

해설

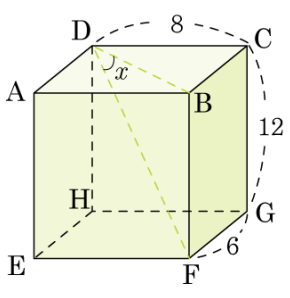
$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)

$\Rightarrow \angle x = \angle BCA = \angle BDE$

또한, $\overline{DE} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ 이다.

따라서 $\sin x = \frac{\overline{BE}}{\overline{BD}} = \frac{4}{5}$ 이다.

17. 다음 직사각형에서 $\angle FDB$ 를 x 라고 하면, $\sin x \times \cos x = \dfrac{b}{a}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답:

▷ 정답: 91

해설

$\overline{DB} = 10$

$\overline{BF} = 12$

$\overline{DF} = 2\sqrt{61}$ 이므로

$\sin x \times \cos x = \dfrac{12}{2\sqrt{61}} \times \dfrac{10}{2\sqrt{61}} = \dfrac{30}{61}$

따라서 $a+b = 91$ 이다.

18. 직선 $3x+4y-12=0$ 의 그래프가 x 축과 이루는 예각의 크기를 a 라 할 때, $\sin a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{5}$

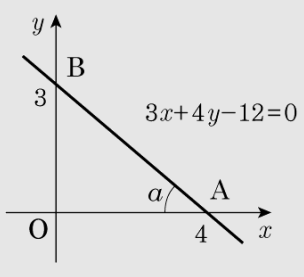
해설

위의 그림에서 $\overline{OA}=4$, $\overline{OB}=3$

$\overline{AB}^2=\overline{OA}^2+\overline{OB}^2=16+9=25$

$\therefore\ \overline{AB}=5\ (\because\ \overline{AB}>0)$

따라서 $\sin a=\frac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\frac{3}{5}$ 이다.



19. $3\sqrt{3}\sin 60° \cos 30° + 2\tan 60° + \cos^2 45°$를 계산한 값으로 알맞은 것을 고르면?

① $\frac{15\sqrt{3}+2}{4}$ ② $\frac{15\sqrt{3}+3}{4}$ ③ $\frac{17\sqrt{3}+2}{4}$

④ $\frac{17\sqrt{3}+3}{4}$ ⑤ $\frac{17\sqrt{3}+5}{4}$

해설

$3\sqrt{3}\sin 60° \cos 30° + 2\tan 60° + \cos^2 45°$

$= 3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \times \sqrt{3} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$= \frac{9\sqrt{3}}{4} + 2\sqrt{3} + \frac{1}{2} = \frac{17\sqrt{3}+2}{4}$

20. 다음 보기 중 삼각비의 값의 대소 관계로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $\tan 46° < \tan 45°$　　㉡ $\cos 0° > \tan 50°$

㉢ $\sin 45° = \cos 45°$　　㉣ $\cos 47° < \cos 77°$

㉤ $\sin 75° > \sin 15°$

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉤　③ ㉢, ㉣　④ ㉢, ㉤　⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ $0° \le x \le 90°$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 $\sin x, \tan x$ 의 값은 각각 증가한다.

㉠ $\tan 46° > \tan 45°$

㉡ $\cos 0° = 1, \tan 50° > 1$

$\therefore \cos 0° < \tan 50°$

㉤ $0° \le x \le 90°$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 $\cos x$ 의 값은 감소한다.

$\therefore \cos 47° > \cos 77°$

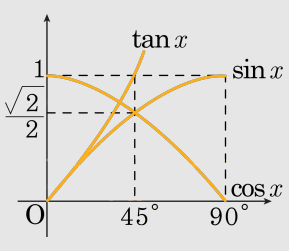
21. $45° < A < 90°$ 일 때, $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$ 의 대소 관계로 옳은 것은?

① $\tan A < \cos A < \sin A$ ② $\cos A < \tan A < \sin A$

③ $\sin A < \cos A < \tan A$ ④ $\sin A < \tan A < \cos A$

⑤ $\cos A < \sin A < \tan A$

해설



그림에서 보면

$0 < x < 45°$ 에서는 $1 > \cos x > \sin x$

$45° < x < 90°$ 에서는 $1 > \sin x > \cos x$

$45° < x < 90°$ 에서 $\tan x > 1$

따라서 $45° < A < 90°$ 에서 $\cos A < \sin A < \tan A$

22. 다음 표를 이용하여
$(\tan 44° + \cos 46° - 2\sin 45°) \times 10000$ 의 값을 구하여라.

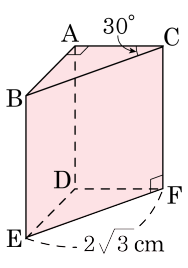
각도	sin	cos	tan
44°	0.6947	0.7193	0.9657
45°	0.7071	0.7071	1.0000
46°	0.7193	0.6947	1.0355

① 246 ② 967 ③ 1760 ④ 2462 ⑤ 3240

해설

$\tan 44° = 0.9657$
$\cos 46° = 0.6947$
$\sin 45° = 0.7071$
$\therefore (\tan 44° + \cos 46° - 2\sin 45°) \times 10000$
$= \{0.9657 + 0.6947 - (2 \times 0.7071)\} \times 10000$
$= (1.6604 - 1.4142) \times 10000 = 2462$

23. 정육면체을 밑면의 대각선 방향으로 잘랐더니 그림과 같이 □BEFC 가 정사각형인 삼각기둥이 되었다. 이 삼각기둥의 부피를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\text{cm}^3}$

▷ 정답: 9 $\underline{\text{cm}^3}$

해설

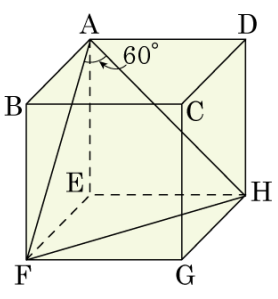
$\angle ACB = 30°$ 이므로 $\overline{DE} = \overline{EF} \times \sin 30° = \sqrt{3}$, $\overline{DF} = \overline{EF} \times \cos 30° = 3$

□BEFC 가 정사각형이므로 $\overline{CF} = 2\sqrt{3}$

따라서 구하고자 하는 삼각기둥의 부피는

$V = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 3 \times 2\sqrt{3} = 9(\text{cm}^3)$ 이다.

24. 다음은 정육면체에서 $\angle HAF = 60°$ 이고, $\triangle AFH$ 의 넓이가 $8\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 일 때, 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 4 cm

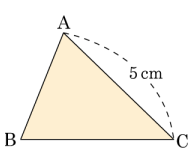
해설

$\angle HAF = 60°$ 이고, $\overline{AF} = \overline{AH}$ 이므로 $\triangle AFH$ 는 정삼각형이다.

따라서 $8\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \overline{FH}^2$ 이므로 $\overline{FH} = 4\sqrt{2}\text{cm} = \overline{AF} = \overline{AH}$

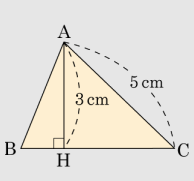
$\square EFGH$ 에서 $\angle HFG = 45°$ 이므로 $\overline{FG} = \overline{FH} \times \sin 45° = 4\,\text{cm}$ 이다.

25. 다음 그림에서 $\overline{AC} = 5\text{cm}$ 이고 $\sin B = \frac{4}{5}$, $\sin C = \frac{3}{5}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\frac{21}{4}\text{cm}$ ② $\frac{23}{4}\text{cm}$ ③ $\frac{25}{4}\text{cm}$
④ $\frac{27}{4}\text{cm}$ ⑤ $\frac{31}{4}\text{cm}$

해설



$\sin C = \frac{3}{5}$ 에서 $\overline{AH} = 3(\text{cm})$

$\sin B = \frac{4}{5} = \frac{3}{\overline{AB}}$

$\therefore \overline{AB} = \frac{15}{4}$

$\overline{BH}^2 = \left(\frac{15}{4}\right)^2 - 3^2 = \frac{81}{16}$

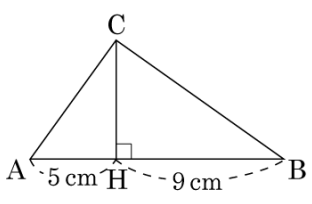
$\therefore \overline{BH} = \frac{9}{4}(\text{cm})$

$\overline{HC}^2 = 5^2 - 3^2 = 4^2$

$\therefore \overline{HC} = 4(\text{cm})$

$\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{HC} = \frac{9}{4} + 4 = \frac{25}{4}(\text{cm})$

26. 다음 그림에서 $\frac{\tan B}{\tan A}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{5}{9}$

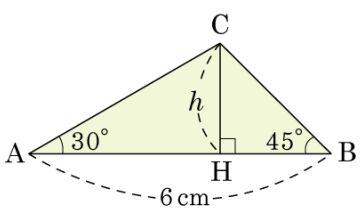
해설

$\tan B = \frac{\overline{CH}}{9}$, $\tan A = \frac{\overline{CH}}{5}$

$\therefore \tan B \div \tan A = \frac{\overline{CH}}{9} \div \frac{\overline{CH}}{5}$

$= \frac{\overline{CH}}{9} \times \frac{5}{\overline{CH}} = \frac{5}{9}$

27. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\angle A = 30°$, $\angle B = 45°$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 높이 h 를 구하여라.



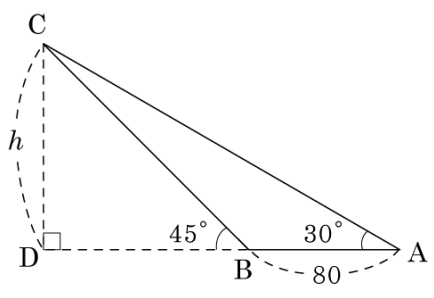
① $2\left(\sqrt{2}-1\right)$ ② $2\left(\sqrt{3}-1\right)$ ③ $3\left(\sqrt{2}-1\right)$
④ $3\left(\sqrt{3}-1\right)$ ⑤ $3\left(\sqrt{6}-1\right)$

해설

$\overline{AH} = h\tan 60° = \sqrt{3}h$
$\overline{BH} = \overline{CH} = h$
$\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{BH}$
$6 = \sqrt{3}h + h = \left(\sqrt{3}+1\right)h$

$\therefore\ h = \dfrac{6}{\sqrt{3}+1} = 3\left(\sqrt{3}-1\right)(\text{cm})$

28. 다음 그림의 삼각형 ABC에서 $\triangle ABC$ 의 높이 h는?



① $30(\sqrt{3}+1)$

② $40(\sqrt{3}+1)$

③ $50(\sqrt{3}+1)$

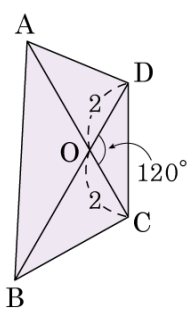
④ $60(\sqrt{3}+1)$

⑤ $80(\sqrt{3}+1)$

해설

$$h = \frac{80}{\tan(90°-30°)-\tan(90°-45°)}$$
$$= \frac{80}{\tan 60°-\tan 45°} = \frac{80}{\sqrt{3}-1} = \frac{80(\sqrt{3}+1)}{3-1}$$
$$= 40(\sqrt{3}+1)$$

29. 다음 그림과 같은 □ABCD에서 두 대각선 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 길이의 합은 11 이고, $\angle COD = 120°$, $\overline{OD} = \overline{OC} = 2$라고 한다. $\triangle AOD$의 넓이가 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$일 때, □ABCD의 넓이는?



① $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ ② $5\sqrt{3}$ ③ $10\sqrt{3}$
④ $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $15\sqrt{3}$

해설

$\angle AOD = 60°$이므로

$\triangle AOD = \frac{1}{2} \times \overline{AO} \times 2 \times \sin 60° = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

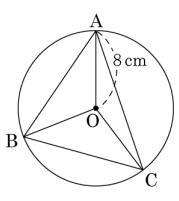
따라서 $\overline{AO} = 3$이 나온다.

$\overline{AO}$와 $\overline{BD}$의 길이의 합은 11이므로 $\overline{OB} = 4$

따라서 □ABCD의 넓이는

$S = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 \times \sin 60° = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{2}$ 이다.

30. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 가 반지름이 8cm 인 원 O 에 내접하고 있다. $5.0\text{pt}\overset{\frown}{AB}$, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{BC}$, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{CA}$ 의 길이의 비가 4 : 3 : 5 일 때, $\triangle AOC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

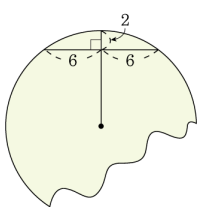
▷ 정답 : 16 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$$\angle AOC = 360^\circ \times \frac{5}{4+3+5} = 150^\circ$$

$$\begin{aligned}\triangle AOC &= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin(180^\circ - 150^\circ) \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{1}{2} \\ &= 16\,(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

31. 다음 그림과 같이 원모양의 토기 파편이 있을 때, 이 토기의 지름의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

그림에서

$r^2 = 6^2 + (r-2)^2$

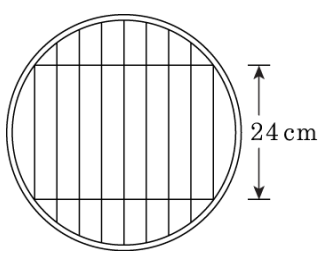
$r^2 = 36 + r^2 - 4r + 4$

$4r = 40$

$\therefore\ r = 10$

따라서 토기의 지름의 길이는 $2 \times 10 = 20$ 이다.

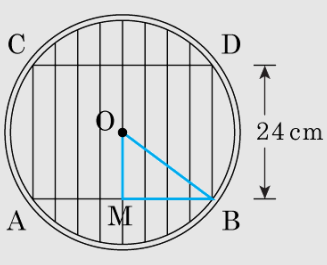
32. 경식이는 가족여행을 가서 다음 그림과 같은 원 모양의 석쇠로 고기를 구웠다. 굵은 두 철사는 평행하고 길이가 32 cm 로 같았으며, 두 철사 사이의 간격은 24 cm 였다. 경식이가 사용한 석쇠의 반지름의 길이는?



① 20 cm ② 25 cm ③ 30 cm
④ 40 cm ⑤ 45 cm

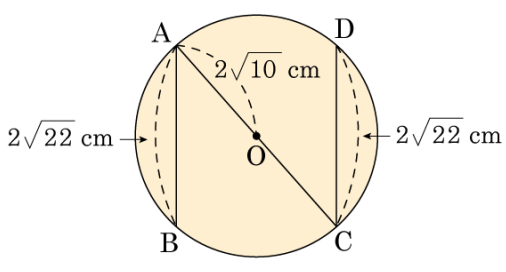
해설

두 철사가 원 모양의 석쇠와 만나는 네 개의 점을 각각 A, B, C, D 라 하고, 석쇠의 중심을 O, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{OM} = 12\,\text{cm}$, $\overline{MB} = \overline{AB} \times \frac{1}{2} = 32 \times \frac{1}{2} = 16\,(\text{cm})$ 이다.



석쇠의 반지름의 길이는 $\triangle OMB$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{OB} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{400} = 20\,(\text{cm})$ 이다.

33. 반지름의 길이가 $2\sqrt{10}$cm 인 원 O 에서 평행인 두 현 AB 와 CD 의 길이가 모두 $2\sqrt{22}$cm 이다. 이 때, 두 현 사이의 거리는?



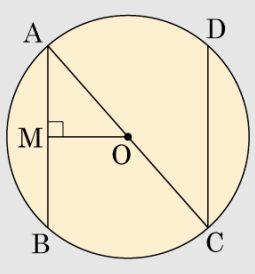
① $\frac{3\sqrt{2}}{2}$cm ② $3\sqrt{2}$cm ③ $6\sqrt{2}$cm

④ 6cm ⑤ $2\sqrt{11}$cm

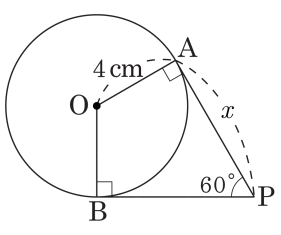
해설

$\overline{AM} = \sqrt{22}$cm, $\overline{MO} = x$ cm 이면 두 현 사이의 거리는 $2x$cm 이다. $\triangle AMO$ 에서 $x = \sqrt{\left(2\sqrt{10}\right)^2 - \left(\sqrt{22}\right)^2} = \sqrt{40-22} = 3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\therefore$ (두 현 사이의 거리) $= 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}\,(\text{cm})$



34. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle P = 60°$, $\overline{OA} = 4cm$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이는?

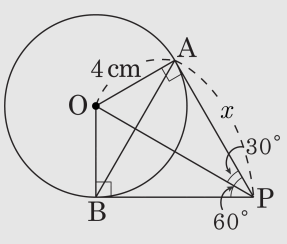


① 6cm ② 7cm ③ $4\sqrt{2}$cm

④ $4\sqrt{3}$cm ⑤ $3\sqrt{3}$cm

해설

$\overline{PA} : \overline{AO} = 1 : \sqrt{3} = 4 : \overline{PA}$ 이다.
$\therefore \overline{PA} = 4\sqrt{3}$



35. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고, $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이다. $\angle CAB = 30°$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 60 ____°

해설

$\angle PAB = 90° - 30° = 60°$

$\overline{AP} = \overline{BP}$이므로 $\angle ABP = 60°$

$\therefore \angle APB = 60°$

36. 다음 그림의 직각삼각형에 대하여 옳은 것은?

① $\cos A = \cos C$ ② $\tan C = \dfrac{1}{\tan C}$ ③ $\tan C = \dfrac{1}{\tan A}$

④ $\sin A = \cos A$ ⑤ $\cos C = \dfrac{1}{\cos A}$

해설

$\tan C = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{CB}}$, $\tan A = \dfrac{\overline{CB}}{\overline{AB}}$ 이므로 $\tan C = \dfrac{1}{\tan A}$ 이다.

37. $\sin A : \cos A = 4 : 5$ 일 때 $\tan A$ 의 값은?

① 0 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

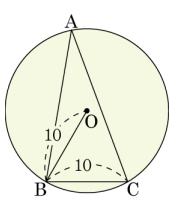
해설

$\sin A : \cos A = 4 : 5$ 이므로 $5\sin A = 4\cos A$ 이다.

양변을 $5\cos A$ 로 나누면 $\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{4}{5}$ 이다.

따라서 $\tan A = \frac{4}{5}$ 이다.

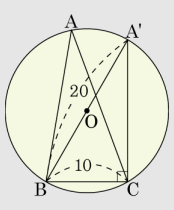
38. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 10 인 원 O 에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\cos A \times \dfrac{1}{\tan A} + \sin A$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

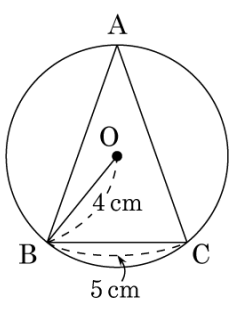


$\angle A = \angle A'$

$\overline{A'C} = \sqrt{20^2 - 10^2} = 10\sqrt{3}$

$\cos A \times \dfrac{1}{\tan A} + \sin A = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} + \dfrac{1}{2} = 2$

39. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 5\,\text{cm}$ 인 예각삼각형 ABC 에 외접하는 원 O 의 반지름의 길이가 $4\,\text{cm}$ 일 때, $\sin A$ 의 값을 구하여라.

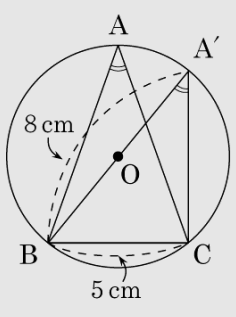


▶ 답 :

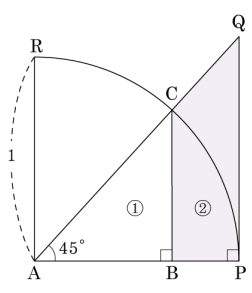
▷ 정답 : $\frac{5}{8}$

해설

다음 그림에서 $\overline{BO}$ 를 연장하여 원과 만나는 교점을 A′ 이라 하면 $\angle A = \angle A'$
$\triangle A'BC$ 는 $\angle BCA' = 90°$ 인 직각삼각형이므로 $\sin A = \sin A' = \frac{5}{8}$



40. 다음 그림의 부채꼴 APR는 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 $90°$ 이다. ①과 ② 부분의 넓이를 구한 후 ②– ①의 값은?



① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC}=1, \angle A=45°$ 이므로 $\overline{AB}=\cos 45°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$,

$\overline{BC}=\sin 45°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\triangle APQ$ 에서 $\overline{AP}=1, \angle A=45°$ 이므로 $\overline{AQ}=\dfrac{1}{\cos 45°}=\dfrac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=$

$\sqrt{2}$, $\overline{PQ}=\tan 45°=1$

빗금친 부분의 넓이= $\triangle APQ$ 의 넓이– $\triangle ABC$ 의 넓이

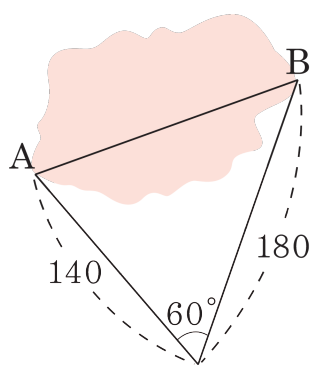
$\triangle APQ$ 의 넓이= $\dfrac{1}{2}\times(1\times 1)=\dfrac{1}{2}$

$\triangle ABC$ 의 넓이= $\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{1}{4}\cdots$ ①

$\therefore$ 빗금친 부분의 넓이= $\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{2}{4}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{4}\cdots$ ②

$\therefore$ ②– ①= $\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{4}=0$

41. 직접 잴 수 없는 두 지점 A, B 사이의 거리를 구하기 위하여 다음 그림과 같이 측량하였다. 이 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $20\sqrt{67}$

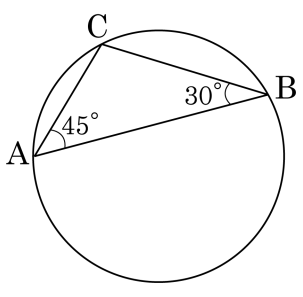
해설

$$\begin{aligned}\overline{BH} &= 180 \times \sin 60^\circ \\ &= 180 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 90\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{CH} &= 180 \times \cos 60^\circ \\ &= 180 \times \frac{1}{2} \\ &= 90\end{aligned}$$

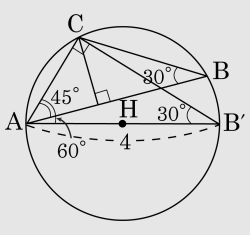
$$\begin{aligned}\therefore \overline{AB} &= \sqrt{\left(90\sqrt{3}\right)^2 + 50^2} \\ &= \sqrt{26800} = 20\sqrt{67}\end{aligned}$$

42. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 2 인 원에 $\triangle ABC$ 가 내접하고 있다. $\angle A = 45°$, $\angle B = 30°$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



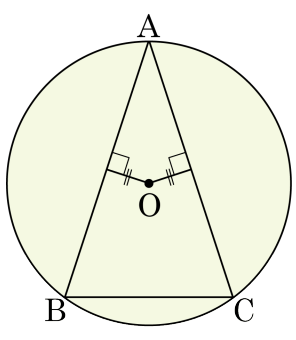
① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{2}+\sqrt{6}$
④ $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $2(\sqrt{2}+\sqrt{6})$

해설



$\overline{CA} = 4\cos 60° = 2$
점 C 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{AH} = \overline{CA}\cos 45° = \sqrt{2}$ 이다.
$\therefore \overline{CH} = \overline{AH} = \sqrt{2}$
$\overline{BH} = \frac{\overline{CH}}{\tan 30°} = \sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$
$\therefore \overline{AB} = \sqrt{2} + \sqrt{6}$

43. 다음 그림의 원 O 에서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}} = 10\pi$, $\angle\text{BAC} = 30^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}}$ 의 길이는?



① 15π ② 18π ③ 22π ④ 25π ⑤ 30π

해설

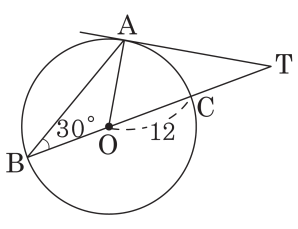
원의 중심에서 현이 이르는 거리가 같으면 두 현의 길이가 같으므로 $\overline{\text{AB}} = \overline{\text{AC}}$ 인 이등변 삼각형이다.
$\angle\text{A} = 30^\circ$ 이므로 $\angle\text{ABC} = 75^\circ$
또한 원주각의 크기에 호의 길이는 비례하므로

$$5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{BC}} : 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}} = \angle\text{BAC} : \angle\text{ABC}$$

$$10\pi : 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}} = 30^\circ : 75^\circ$$

$\therefore 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\text{AC}} = 25\pi$

44. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 12 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?



① 7 ② 9 ③ 10

④ 12 ⑤ 13

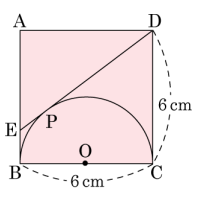
해설

$\angle AOC = 60°,\ \angle ATC = 30°, \overline{OA} = 12$

$1 : 2 = 12 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 24$

$\therefore \overline{CT} = 24 - 12 = 12$

45. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 6cm 인 정사각형이다. $\overline{DE}$ 가 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 원에 접할 때, $\overline{AE}$ 의 길이는?



① $\frac{9}{2}$cm ② $\frac{25}{2}$cm ③ 13cm
④ $\frac{27}{2}$cm ⑤ $\frac{15}{4}$cm

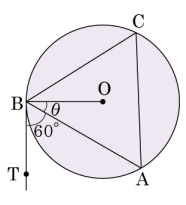
해설

$\overline{EP} = \overline{EB} = x$
$\overline{AE} = 6 - x$

△AED 에서
$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{DA}^2$
$(x+6)^2 = (6-x)^2 + 6^2$
$24x = 36$
$x = \frac{3}{2}$ cm

따라서 $\overline{AE} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$(cm)

46. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 $\triangle ABC$ 가 있다. 원 위의 점 B 에서 접선 $\overline{BT}$ 를 그을 때 생기는 $\angle ABT$ 의 값이 $60°$ 일 때, $\angle OBA$ 를 θ 라고 하면 $(\cos\theta + \sin C) \times \tan C = a$ 이다. a 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\angle ABT = 60°$ 이므로 $\angle BC = A60°$, $\angle OBA = \theta = 30°$ ($\because$ 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 의 원주각)

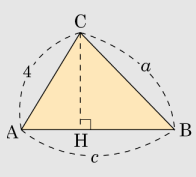
(준식)$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \times \sqrt{3} = 3$ 이다.

따라서 $a = 3$ 이다.

47. $\triangle ABC$ 에서 $2\sin A = \sqrt{3}$, $3\sin B = \sqrt{3}$, $b = 4$ 일 때, 이 삼각형의 넓이는 $a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$ 이다. 이때, 유리수 a, b에 대하여 $a + b$ 의 값은? (단, $0° < A < 90°$)

① -11 ② -1 ③ 1 ④ 8 ⑤ 11

해설



$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$ 이므로 $a = b\sin A \times \frac{1}{\sin B} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3}{\sqrt{3}} = 6$ 이다.

또한, $\overline{CH} = b\sin A = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ 이다.

$\overline{AH} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{CH}^2} = \sqrt{16 - 12} = 2$,

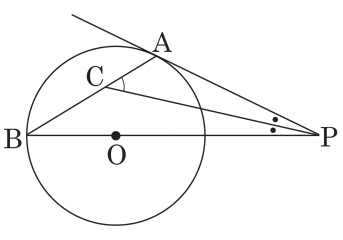
$\overline{BH} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{CH}^2} = \sqrt{36 - 12} = 2\sqrt{6}$

따라서 $\overline{AB} = \overline{AH} + \overline{BH} = 2 + 2\sqrt{6}$ 이므로 $\triangle ABC$ 의 넓이 S 를 구하면

$$S = \frac{1}{2}\overline{AB} \cdot \overline{CH}$$
$$= \frac{1}{2}(2 + 2\sqrt{6}) \times 2\sqrt{3}$$
$$= 2\sqrt{3} + 6\sqrt{2}$$

$\therefore a + b = 2 + 6 = 8$

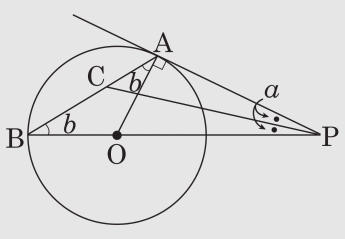
48. 다음 그림에서 $\overline{PA}$ 는 원 O 와 점 A 에서 접하고, 선분 PO 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 B 라 한다. 또, $\angle APB$ 의 이등분선이 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 C 라 할 때, $\angle PCA$ 의 크기를 구하면?



① $25°$ ② $30°$ ③ $45°$ ④ $50°$ ⑤ $60°$

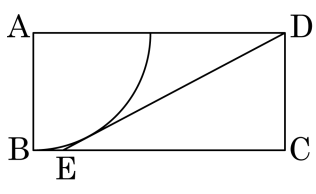
해설

점 A 와 점 O 를 연결하면
$\angle OAP = 90°$



$\angle APC = \angle OPC = a$, $\angle OAB = \angle OBA = b$ 라 하면, $\triangle ABP$ 에서 $90° + 2(a+b) = 180°$
$\therefore a + b = 45°$
$\triangle CBP$ 에서 $\angle PCA = \angle CPB + \angle CBP$
$\therefore \angle PCA = a + b = 45°$

49. 다음 그림은 직사각형 ABCD 에서 점 A 를 중심으로 사분원을 그린 것이다. 점 D 에서 사분원에 그은 접선과 선분 BC 가 만나는 점을 E 라 하고 직사각형의 가로, 세로의 길이가 각각 13, 5 일 때, 선분 EC 의 길이를 구하여라.



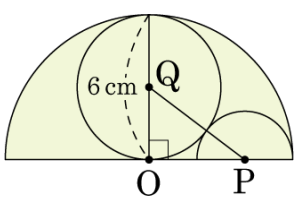
▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

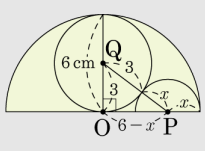
점 D 에서 사분원에 그은 접선의 접점을 P 라 하고 보조선 AP 를 그으면
$\overline{AP} = \overline{AB} = 5$ (원의 반지름)
삼각형 APD 에서 $\overline{DP} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$
이 때 $\overline{EC} = x$ 라 하면 $\overline{BE} = \overline{DE} = 13 - x$
$\therefore \overline{DE} = 12 + 13 - x = 25 - x$
삼각형 DEC 에서
$(25 - x)^2 = x^2 + 5^2$
$625 - 50x + x^2 = x^2 + 25$
$\therefore x = 12$

50. 다음 그림과 같이 반원 P 와 원 Q 가 외부에서 접하고 원 Q 가 반원 O 의 내부에서 접하고 있다. 원 Q 의 지름의 길이가 6 cm 일 때, 반원 P 의 반지름의 길이는?



① 1 cm ② 2 cm ③ 2.5 cm
④ 3 cm ⑤ 4 cm

해설



작은 반원의 반지름을 x cm 라 하면 $\triangle QOP$ 에서
$\overline{PQ} = 3 + x, \overline{OQ} = 3, \overline{OP} = 6 - x$
$\therefore (x+3)^2 = 3^2 + (6-x)^2, 18x = 36$
$\therefore x = 2$